Bab 2
Landasan Teori

2.1. Pengertian Sistem Pendukung Keputusan

Konsep Sistem Pendukung Keputusan (SPK) / *Decision Support System* (DSS) pertama kali diungkapkan pada awal tahun 1970-an oleh Michael S. Scott Morton dengan istilah *Management Decision System*. Sistem tersebut adalah suatu sistem yang berbasis komputer yang ditujukan untuk membantu pengambil keputusan dengan memanfaatkan data dan model tertentu untuk memecahkan berbagai persoalan yang tidak terstruktur. Istilah SPK mengacu pada suatu sistem yang memanfaatkan dukungan komputer dalam proses pengambilan keputusan.

Beberapa definisi lain dari sistem pendukung keputusan yang diungkapkan oleh para ahli :

a. Little (1970)

   Sistem pendukung keputusan adalah sebuah himpunan/kumpulan prosedur berbasis model untuk memproses data dan pertimbangan untuk membantu manajemen dalam pembuatan keputusannya.

b. Keen (1980)

   Sistem pendukung keputusan adalah sistem berbasis komputer yang dibangun lewat sebuah proses adaptif dari pembelajaran, pola-pola penggunaan dan evolusi sistem.

c. Bonczek (1980)

   Sistem pendukung keputusan adalah sebuah sistem berbasis komputer yang terdiri atas komponen-komponen antara lain komponen sistem bahasa (*language*), komponen sistem pengetahuan (*knowledge*) dan komponen sistem pemrosesan masalah (*problem processing*) yang saling berinteraksi satu dengan lainnya.

d. Hick (1993)

   Sistem pendukung keputusan adalah sekumpulan *tools* komputer yang terintergrasi yang mengizinkan seorang *decision maker* untuk berinteraksi langsung dengan komputer untuk menciptakan informasi yang berguna dalam membuat keputusan semi terstruktur dan keputusan tidak terstruktur yang tidak terantisipasi.

e. Man & Watson

   Sistem pendukung keputusan merupakan suatu sistem yang interaktif, yang membantu pengambil keputusan melalui penggunaan data dan model-model keputusan untuk memecahkan masalah yang sifatnya semi terstruktur maupun yang tidak terstruktur.

f. Moore & Chang

   Sistem pendukung keputusan adalah sistem yang berkemampuan mendukung analisis *ad hoc* data dan permodelan keputusan, berorientasi keputusan, orientasi perencanaan masa depan dan digunakan pada saat-saat yang tidak biasa.

g. Turban & Aronson (1998)

   Sistem pendukung keputusan adalah sistem yang digunakan untuk mendukung dan membantu pihak manajemen melakukan pengambilan keputusan pada kondisi semi terstruktur dan tidak terstruktur. Pada dasarnya konsep DSS hanyalah sebatas pada kegiatan membantu para manajer melakukan penilaian serta menggantikan posisi dan peran manajer.

h. Raymond McLeod, Jr. (1998)

   Sistem pendukung keputusan merupakan sebuah sistem yang menyediakan kemampuan untuk penyelesaian masalah dan komunikasi untuk permasalahan yang bersifat semi-terstruktur.

2.2. Pengertian AHP (Analisis Hierarki Proses)

Metode AHP dikembangkan oleh Thomas L. Saaty, seorang ahli matematika. Metode ini adalah sebuah kerangka untuk mengambil keputusan dengan efektif atas persoalan yang kompleks dengan menyederhanakan dan mempercepat proses

pengambilan keputusan dengan memecahkan persoalan tersebut kedalam bagian-bagiannya, menata bagian atau variabel ini dalam suatu susunan hierarki, memberi nilai numerik pada pertimbangan subjektif tentang pentingnya tiap variabel dan mensintesis berbagai pertimbangan ini untuk menetapkan variabel yang mana yang memiliki prioritas paling tinggi dan bertindak untuk mempengaruhi hasil pada situasi tersebut. Metode AHP ini membantu memecahkan persoalan yang kompleks dengan menstruktur suatu hierarki kriteria, pihak yang berkepentingan, hasil dengan menarik berbagai pertimbangan guna mengembangkan bobot atau prioritas. Metode ini juga menggabungkan kekuatan dari perasaan dan logika yang bersangkutan pada berbagai persoalan, lalu mensintesis berbagai pertimbangan yang beragam menjadi hasil yang cocok dengan perkiraan kita, sebagaimana yang dipresentasikan pada pertimbangan yang telah dibuat. (Saaty, 1993).

Proses hierarki adalah suatu model yang memberikan kesempatan bagi perorangan atau kelompok untuk membangun gagasan-gagasan dan mendefinisikan persoalan dengan cara membuat asumsi mereka masing-masing dan memperoleh pemecahan yang diinginkan darinya. Ada dua alasan utama untuk menyatakan suatu tindakan akan lebih baik dibanding tindakan lain. Alasan yang pertama adalah pengaruh-pengaruh tindakan tersebut kadang-kadang tidak dapat dibandingkan karena suatu ukuran atau bidang yang berbeda dan alas an keduanya menyatakan bahwa pengaruh tindakan tersebut kadang-kadang saling bentrok, artinya perbaikan pengaruh tindakan tersebut yang satu dapat dicapai dengan pemburukan lainnya. Kedua alasan tersebut akan menyulitkan dalam membuat ekuivalensi antar pengaruh sehingga diperlukan suatu skala luwes yang disebut prioritas. Metode AHP adalah salah satu metode pengambilan keputusan yang akurat karena dalam perhitungan AHP membandingkan kriteria yang akan dipilih sebagai pilihan yang tepat.

2.3. Aksioma-Aksioma AHP

Aksioma adalah keputusan yang tidak dapat dibantah kebenaranya atau yang harus terjadi. Ada empat aksioma yang harus diperhatikan dalam pengunaan

model AHP (Analisis Hierarki Proses) dan pelanggaran setiap aksioma berakibat tidak validnya model yang dipakai keempat aksioma tersebut adalah:

a. *Aksioma Resiprocal*

   Aksioma ini artinya pengambil keputusan harus dapat membuat perbandingan dan menyatakan preferensinya. preferensi itu sendiri harus memenuhi syarat resiprokal yaitu kalau a_1 lebih disukai a_2 dengan skala x_1 maka a_2 lebih disukai dari a_1 dengan skala 1/x.

b. Aksioma *Homogeneity*

   Aksioma ini menyatakan bahwa seseorang harus dapat dinyatakan dalam skala terbatas atau dengan kata lain elemen-elemennya dapat dibandingkan satu sama lain. Jika aksioma ini tidak dipenuhi, maka elemen-elemen yang dibandingakan tidak homogenous atau harus dibentuk suatu *cluster* (kelompok elemen-elemen yang baru)

c. Aksioma *Dependence*

   Aksioma ini menyatakan bahwa pereferensi dinyatakan dengan mengasumsikan bahwa kriteria tidak dipenuhi oleh alternatif-alternatif melainkan oleh tujuan secara keseluruhan. Hal ini menunjukan, ketergantungan atau pengaruh dalam model AHP adalah searah ke atas. Artinya perbandingan antar elemen dalam satu *level* dipengaruhi atau tergantung pada elemen-elemen dalam *level* diatasnya.

d. Aksioma *Expectation*

   Untuk tujuan pengambilan keputusan, struktur hierarki diasumsikan lengkap. Apabila asumsi ini tidak dipenuhi, maka pengambil keputusan dapat dikatakan tidak memakai seluruh kriteria sehingga keputusan yang diambil dianggap tidak lengkap.

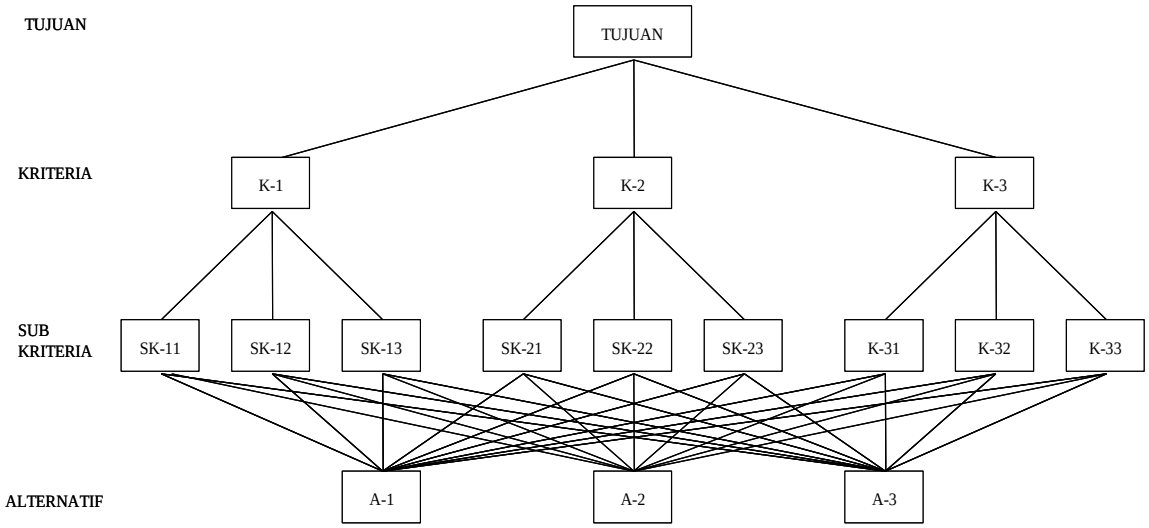
2.4. Hierarki Tujuan

Hierarki adalah alat yang paling mudah untuk memahami masalah yang kompleks dimana masalah tersebut diuraikan kedalam elemen-elemen yang bersangkutan, menyusun elemen-elemen tersebut secara hierarki, dan akhirnya melakukan

penilaian atas elemen-elemen tersebut, sekaligus menentukan keputusan yang akan diambil.

Hierarki yang digunakan dalam proses pengambilan keputusan dalam model AHP (Analisis Hierarki Proses) adalah bentuk hierarki fungsional yang menguraikan masalah kompleks menjadi bagian-bagian yang sesuai dengan hubungan esensialnya. Pembentukkan hierarki pada prinsipnya adalah suatu tujuan yang bersifat umum dijabarkan dalam beberapa sub tujuan yang lebih terperinci, yang dapat menjelaskan yang dimaksud dalam tujuan pertama. Penjabaran ini dapat dilakukan terus hingga akhirnya diperoleh tujuan yang bersifat operasional. Dan pada tingkat hierarki inilah dilakukan proses evaluasi atas alternatif-alternatif, yang merupakan ukuran dari pencapaian tujuan utama. Pada hierarki ini dapat ditetapkan dalam satuan apa kriteria diukur, sehingga setiap alternatif dapat diukur secara operasional.

Pada gambar 2.1 dibawah ini dapat dilihat model tujuan hierarki untuk menentukan prioritas pengambilan keputusan :



Gambar 2.1. Model Hierarki Tujuan

Penjabaran tujuan dalam hierarki yang lebih rendah pada dasarnya ditujukan agar memperoleh kriteria yang dapat diukur. Walaupun sebenarnya tidaklah selalu demikian keadaannya. Dalam beberapa hal tertentu, mungkin lebih menguntungkan bila menggunakan tujuan pada hierarki yang lebih tinggi dalam proses analisis. Semakin rendah dalam menjabarkan suatu tujuan, semakin mudah pula penentuan ukuran objektif dari kriteria-kriterianya. Tetapi ada kalanya dalam proses analisis pengambilan keputusan tidak memerlukan penjabaran yang terlalu terperinci. Bila demikian keadaannya, maka salah satu cara untuk menyatakan ukuran pencapaiannya adalah dengan menggunakan skala subjektif.

Untuk memastikan bahwa kriteria-kriteria yang dibentuk sesuai dengan tujuan permasalahan, maka perlu dilihat sifat-sifat berikut:

1. Minimum

   Jumlah kriteria diusahakan tidak terlalu banyak dan berlebihan untuk memudahkan analisis.

2. Independen

   Setiap kriteria tidak saling bergantung/tumpang tindih dan harus dihindarkan pengulangan kriteria untuk suatu maksud yang sama.

3. Lengkap

   Kriteria harus dapat mencakup seluruh aspek penting dalam persoalan.

4. Operasional

   Kriteria harus dapat diukur dan dianalisa, baik secara kuantitatif maupun kualitatif, dan dapat dikomunikasikan.

Rumus pencarian geomean dalam hasil kuesioner, rumus ini didapat dari jurnal pemilihan surat kabar oleh Agus Riyanto.

$$Gm=\sqrt[n]{(Y1)(Y2)\ldots(Yn)} \quad \ldots\ldots(2.1)$$

Gm= Geomean

Y1= pakar ke-1

Y2= pakar ke-2

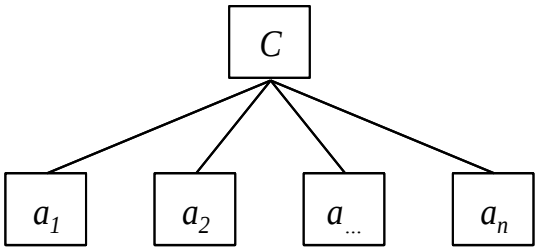
Yn= pakar terakhir

n = banyaknya penilaian

Berdasarkan atas suatu penelitian psikologi yang dilakukan oleh G. A. Miller, pada tahun 1965 yang menyimpulkan bahwa manusia tidak dapat secara simultan membandingkan lebih dari tujuh objek. Pada kondisi tersebut, manusia akan mulai kehilangan konsistensinya dalam melakukan perbandingan dan bahkan cenderung menjadi bingung. Untuk manusia yang tergolong luar biasa, paling banyak dapat melakukan perbandingan sembilan elemen secara konsisten. Lebih dari itu, hampir tidak mungkin. Sedangkan orang biasa kebanyakan mampu membandingkan paling sedikit lima elemen secara konsisten (Brodjonegoro, 1992). Pengambilan keputusan AHP memberikan bobot prioritas untuk sejumlah *n* alternatif dengan mempertimbangkan sejumlah *m* kriteria. Dalam hal ini, kriteria-kriteria dinyatakan sebagai C_i (untuk i = 1, 2, 3, ..., m) dan alternatif-alternatif sebagai a_i (untuk i = 1, 2, 3, ..., n).

2.5. Penyusunan Matriks Perbandingan

Misalkan terdapat subsistem hierarki dengan satu kriteria *C* dan sejumlah *n* elemen dibawahnya: a_1 sampai a_n, seperti terlihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Subsistem Hierarki

Perbandingan antar elemen untuk subsistem hierarki itu dibuat dalam bentuk matriks *n*x*n*, Matriks tersebut dinamakan matriks perbandingan berpasangan.

C	a_1	a_2	...	a_n
a_1	...	...	...	...
a_2	...	...	...	...
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
a_n	...	...	...	...

Gambar 2.3. Matriks Perbandingan Berpasangan

2.6. Pengisian Matriks Perbandingan

Setiap elemen yang terdapat dalam hierarki harus diketahui bobot relatifnya satu sama lain. Tujuannya adalah untuk mengetahui tingkat kepentingan/preferensi para pengambil keputusan terhadap elemen dan struktur hierarki secara keseluruhan.

Langkah pertama dalam menentukan susunan prioritas elemen adalah dengan menyusun perbandingan berpasangan (*pairwise comparison*), yaitu membandingkan dalam bentuk berpasangan seluruh elemen untuk setiap subsistem hierarki. Perbandingan tersebut kemudian ditransformasikan dalam bentuk matriks untuk maksud analisis numerik.

Penilaian perbandingan antar elemen dalam hierarki tersebut menggunakan skala penilaian satu sampai sembilan, terlihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Skala Penilaian Perbandingan

Intensitas kepentingan	Keterangan	Penjelasan
1	Kedua elemen sama pentingnya	Dua elemen mempunyai pengaruh yang sama besar terhadap tujuan
3	Elemen yang satu sedikit lebih penting dari pada elemen yang lainnya	Pengalaman dan penilaian sedikit menyokong satu elemen dibandingkan atas elemen lainnya
5	Elemen yang satu lebih penting dari pada elemen yang lainnya	Pengalaman dan penilaian sangat kuat menyokong satu elemen dibandingkan atas elemen lainnya
9	Satu elemen mutlak penting dari pada elemen lainnya	Bukti yang mendukung elemen yang satu terhadap elemen lain memiliki tingkat penegasan tertinggi yang mungkin menguatkan
2, 4, 6, 8	Nilai-nilai antara dua nilai per-timbangan yang berdekatan	Nilai ini diberikan bila ada dua kompromi diantara dua pilihan
Kebalikan	Jika untuk elemen *i* mendapat satu angka bila dibandingkan dengan elemen *j*, maka *j* mempunyai nilai kebalikannya bila dibandingkan dengan *i*	

Pengambil keputusan harus memberikan penilaian sebanyak n $[(n\text{-}1)/2]$ untuk setiap matriks berukuran nxn.

2.7. Data Primer berdasarkan Kuesioner

Data primer berdasarkan kuesioner ditetapkan sesuai aturan yang berlaku. Aturan dasarnya adalah:

1. Isi kuesioner harus menggambarkan secara detail tujuan penelitian yang akan dicapai, jangan sampai ada point dalam penelitian yang tidak masuk dalam pertanyaan kuesioner.
2. Isi kuesioner harus dipahami dengan baik oleh peserta yang akan mengisi kuesioner tersebut sehingga pelaksanaan pengumpulan data dengan sistem ini harus benar-benar dipantau oleh peneliti.
3. Skala data dalam kuesioner dapat menggunakan skala likert (1-7) ataupun dalam skala AHP (1-9). Umumnya skala likert yang digunakan dalam penelitian karena mudah dipahami responden dan lebif familier sehingga record data dapat lebih dipertanggungjawabkan kebenarannya. Tetapi skala likert membutuhkan penanganan data dalam AHP yang lebih kompleks. Skala AHP tidak lebih mudah pemahamannya oleh responden dibandingkan dengan skala likert sehingga dalam record jauh lebih sulit dan harus benar-benar dipantau dengan baik oleh peneliti. Tetapi skala AHP dalam penanganannya lebih simpel. (Lihat skripsi Herlina Ekawati, 2006)

2.8. Perhitungan Nilai Bobot

Hasil penilaian pengambilan keputusan disajikan pada matriks yang berisi nilai penilaian, seperti terlihat pada Gambar 2.4.

C	a_1	a_2	...	a_n
a_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
a_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nn}

Gambar 2.4. Matriks Nilai Perbandingan Berpasangan.

Nilai a_{ij} adalah nilai perbandingan elemen a_i terhadap elemen a_j, yang menyatakan hubungan seberapa besar tingkat kepentingan elemen a_i bila dibandingkan dengan

elemen a_j, atau seberapa besar elemen a_i disukai dibandingkan dengan elemen a_j terhadap kriteria *C*.

Bila diketahui nilai perbandingan a_i terhadap a_j adalah a_{ij} maka secara teoritis nilai perbandingan a_j terhadap a_i (*reciproc*) atau nilai a_{ji} adalah $1/a_{ij}$. Sedangkan nilai a_{ij} dalam situasi $i=j$ adalah mutlak sama dengan satu. Dengan demikian, bentuk matriks *A* adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{.....(2.2)}$$

Bobot yang dicari dinyatakan dalam vektor $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)$. Nilai w_n menyatakan bobot relatif elemen a_n terhadap seluruh himpunan elemen pada subsistem tersebut. Masalahnya adalah bagaimana mendapatkan bobot w_i untuk setiap nilai a_{ij} tersebut. Untuk memecahkan masalah tersebut, dapat dilakukan melalui tiga tahap berikut:

Tahap 1.

Diasumsikan bahwa nilai perbandingan merupakan hasil pengukuran nyata. Untuk membandingkan elemen a_1 dengan a_2 diambil patokan dari bobot setiap elemen. Dengan demikian, nilai perbandingan yang diperoleh dari partisipan berdasarkan penilaian Gambar 13.4, yaitu a_{ij} dapat dinyatakan dalam vektor *w* sebagai hubungan antara bobot w_i dengan hasil penilaian a_{ij} adalah sebagai berikut: rumus yang digunakan dari buku Thomas L Saaty (1994), dalam Sistem Pendukung Keputusan.

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \; ; i, j = 1, 2, \dots, n \quad \text{.....(2.3)}$$

dan matriks perbandingannya adalah:

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \cdots & \frac{w_2}{w_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \quad \text{……..(2.4)}$$

Ternyata, bentuk hubungan diatas tidak realistik untuk menangani kasus yang sebenarnya (nyata). Pertama, karena pengukuran fisik tidak pernah eksak secara matematis sehingga diperlukan kelonggaran (*deviation*). Kedua, penyimpangan pada penilaian yang dilakukan manusia biasanya cukup besar.

Tahap 2:

Untuk melihat seberapa besar kelonggaran yang dibuat untuk penyimpangan, perhatikan baris ke-*i* dari matriks *A*. Elemen baris tersebut adalah:

$a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}$ ……(2.5)

Pada kasus ideal (eksak), nilai-nilai ini sama dengan perbandingan:

$$\frac{w_i}{w_1}, \quad \frac{w_i}{w_2}, \quad \ldots, \quad \frac{w_i}{w_j}, \quad \ldots, \quad \frac{w_i}{w_n} \quad \text{……(2.6)}$$

Jika elemen pertama dari baris tersebut dikalikan dengan w_1, elemen kedua dengan w_2, dan seterusnya, akan diperoleh:

$$\left(\frac{w_i}{w_1}\right).w_1, \quad \left(\frac{w_i}{w_2}\right).w_2, \quad \ldots, \quad \left(\frac{w_i}{w_j}\right).w_j, \quad \ldots, \quad \left(\frac{w_i}{w_n}\right).w_n \quad \text{……(2.7)}$$

hasilnya adalah baris dengan elemen yang identik: $w_i, w_i, \ldots, w_i, \ldots, w_i$.

Pada kasus umum, akan diperoleh elemen baris yang besarnya berkisar sekitar nilai w_i, sehingga beralasan jika dikatakan bahwa w_i adalah harga rata-rata dari nilai tersebut :

w_i = rata-rata dari $((a_{i1}.w_1), (a_{i2}.w_2), \ldots, (a_{in}.w_n))$ ……(2.8)

$$w_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} w_j \; ; \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad \text{……(2.9)}$$

Tahap 3:

Pada kasus nyata, nilai a_{ij} tidak selalu sama dengan w_i/w_j, sehingga akan mempengaruhi solusi persamaan kecuali jika *n* berubah. Untuk selanjutnya nilai *n* ini diganti oleh λ_{maks} sehingga:

$$w_i = \frac{1}{\lambda_{maks}} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} w_j \; ; \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.10)$$

Persamaan memiliki solusi unik, yang dikenal dengan nilai *Eigenvelue* (nilai eigen). Nilai λ_{maks} adalah *Eigenvalue* maksimum dari matriks *A*.

Dari tahap 1, dapat diturunkan hubungan:

1. $a_{ij} \,.\, a_{jk} = (w_i / w_j) \,.\, (w_j / w_k)$

   $a_{ij} \,.\, a_{jk} = (w_i / w_k)$ ……..(2.11)

   $a_{ij} \,.\, a_{jk} = a_{ik}$ untuk semua *i, j, k*

Bentuk persamaan menyatakan harus terpenuhinya konsistensi penilaian dari elemen matriks tersebut

2. $a_{ji} = (w_j / w_i)$

   $a_{ji} = 1/(w_i / w_j)$ …….(2.12)

   $a_{ji} = 1/a_{ij}$; $i, j = 1, 2, \ldots, n$

Bentuk persamaan menunjukkan ciri resiprokal dari matriks perbandingan pada situasi penilaian yang konsisten sempurna (teoritis) maka didapatkan hubungan :

$a_{ik} = a_{ij}.a_{jk}$ untuk semua *i, j, k*

dan matriks yang didapatkan adalah matriks yang konsisten. Dari persamaan diatas dapat dibuat persamaan berikut :

$a_{ij} \,.\, w_j / w_i = 1$; $i, j = 1, \ldots, n$ ……(2.13)

dengan demikian didapatkan :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.w_j \; 1/w_i = n \quad ; \quad i = 1, \ldots, n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.14)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}. w_j = n\, w_i \quad ; \quad i = 1, \ldots, n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.15)$$

yang ekivalen dengan persamaan:

$AW = nW$

Dalam teori matriks, formula tersebut menyatakan bahwa *W* adalah *Eigenvector* dari matriks A dengan *Eigenvalue.* Bila ditulis secara lengkap maka persamaan tersebut akan terlihat.

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \cdots & \frac{w_2}{w_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdots \\ w_n \end{bmatrix} = n. \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad \text{.....(2.16)}$$

Variabel *n* pada persamaan $AW = nW$ dapat digantikan secara umum dengan sebuah vektor λ, sehingga terbentuk persamaan sebagai berikut:

$$AW = \lambda W$$

dimana: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$ .....(2.17)

Setiap λ_n yang memenuhi persamaan dinamakan sebagai *Eigenvalue*, sedangkan vektor *W* yang memenuhi persamaan tersebut dinamakan sebagai *Eigenvector*.

Apabila dihubungkan dengan tahap 3, dan mengingat adanya teori matriks, maka:

1. Jika $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ adalah Eigenvalue dari A, dan karena matriks A adalah suatu matriks resiprokal dengan nilai $a_{ii} = 1$ untuk semua i, maka :

$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i$ = n =jumlah elemen-elemen diagonal matriks A,

artinya, apabila matriks A adalah matriks yang konsisten maka semua eigenvalue bernilai nol, kecuali satu yang bernilai sama dengan λ_{maks}. Bila matriks A adalah matriks yang tidak konsisten, variasi kecil atas a_{ij} akan membuat nilai Eigenvalue terbesar, λ_{maks}, tetap dekat dengan n, dengan nilai Eigenvalue lainnya mendekati nol.

2. Kesalahan kecil pada koefisien matriks a_{ij} akan menyebabkan penyimpangan yang kecil pula pada Eigenvalue, oleh karena itu, untuk mendapatkan besarnya Eigenvector, harus diselesaikan persamaan berikut :

$AW = \lambda_{maks} . W$ …….(2.18)

Nilai λ_{maks} dapat diperoleh dengan persamaan atau :

$(A - \lambda_{maks} . I) W = O$ ……(2.19)

dimana I adalah matriks identitas dan O adalah matriks nol

Nilai Eigenvector w dapat diperoleh dengan mensubstitusikan nilai λ_{maks} ke dalam persamaan $(A - \lambda_{maks} . I) W = O.$ ……(2.20)

2.9. Sintesis Prioritas

Pada tahap sintesis prioritas dilakukan perhitungan bobot prioritas, dengan dua jenis prioritas, yaitu :

1. Prioritas Lokal

Prioritas lokal ditunjukkan sebagai himpunan *Eigenvector* dalam setiap matriks perbandingan berpasangan. Nilai ini menggambarkan pengaruh relatif himpunan elemen dalam matriks tersebut terhadap elemen pada level tepat diatasnya.

2. Prioritas Global

Setiap himpunan elemen pada suatu matriks perbandingan berpasangan dapat dihitung nilai prioritas globalnya yang menyatakan pengaruh relatif masing-masing elemen terhadap pencapaian tujuan (*goal*) pada level paling atas (*top level*).

2.10. Pengujian Konsistensi

Hubungan preferensi yang dilakukan pada dua elemen tidak mempunyai masalah konsistensi relasi. Bila elemen a_1 adalah dua kali lebih penting dari elemen a_2, maka elemen a_2 adalah $\frac{1}{2}$ kali pentingnya dari elemen a_1. Tetapi konsistensi seperti itu tidak selalu berlaku apabila terdapat banyak elemen yang harus dibandingkan. Karena keterbatasan kemampuan numerik manusia, maka prioritas yang diberikan untuk sekumpulan elemen tidaklah selalu konsisten secara logis.

Hal ini berkaitan dengan penerapan AHP, yaitu bahwa penilaian dalam AHP dilakukan berdasarkan pengalaman dan pemahaman yang bersifat kualitatif dan kuantitatif. Sehingga secara numerik, terdapat kemungkinan suatu rangkaian penilaian untuk menyimpang dari konsistensi logis.

Pada prakteknya, nilai a_{ij} akan menyimpang dari rasio w_i/w_j dan dengan demikian, persamaan sebelumnya tidak akan terpenuhi. Pada matriks yang konsisten, secara praktis $\lambda_{maks}=n$, sedangkan pada matriks tidak konsisten setiap variasi dari a_{ij} akan membawa perubahan pada nilai λ_{maks}. Deviasi λ_{maks} dari n merupakan suatu parameter *Consistency Index* (*CI*) yang dinyatakan sebagai berikut:

$$CI = \frac{(\lambda_{maks} - n)}{(n-1)} \quad \text{.....(2.21)}$$

Nilai *CI* tidak akan berarti apabila tidak terdapat patokan untuk menyatakan apakah *CI* menunjukkan suatu matriks yang konsisten. Patokan ini selanjutnya dinamakan sebagai *Random Index* (*RI*) yang diperoleh berdasarkan serangkaian perbandingan random atas 500 sampel. Suatu matriks yang dihasilkan dari perbandingan yang dilakukan secara acak merupakan suatu matriks yang mutlak tidak konsisten.

Perbandingan antara *CI* dengan *RI* akan diperoleh patokan untuk menentukan tingkat konsistensi penilaian suatu matriks, yang disebut sebagai *Ratio Consistency* (*RC*), dengan persamaan:

$$RC = \frac{CI}{RI}$$

Dari 500 sampel matriks acak, sengan skala perbandingan 1-9 untuk beberapa orde matriks, diperoleh nilai rata-rata IR seperti disajikan pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Nilai Indeks Random

Orde Matriks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Indeks Random	0.00	0.00	0.52	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

Hasil penilaian suatu matriks perbandingan dalam pengolahan AHP adalah konsisten apabila nilai rasio konsistensi (*CR*) tidak lebih dari 0.10. Apabila $CR \leq 0.10$, maka hasil penilaian dapat diterima atau dipertanggungjawabkan. Jika tidak, maka pengambil keputusan harus meninjau ulang masalah dan merevisi matriks perbandingan berpasangan.

Pengujian pada persamaan dilakukan untuk matriks perbandingan yang didapatkan dari partisipan. Pengujian harus pula dilakukan untuk hierarki. Prinsipnya adalah dengan mengalikan semua nilai *CI* dengan bobot suatu kriteria yang menjadi acuan pada suatu matriks perbandingan berpasangan, dan kemudian menjumlahkannya. Jumlah tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai yang diperoleh dengan cara yang sama tetapi untuk suatu matriks random. Hasil akhirnya berupa suatu parameter yang disebut dengan *Consistency Ratio of Hierarchy* (CRH), dengan persamaan sebagai berikut:

$$CRH = \frac{CIH}{RIH}$$

Dimana : *CIH* = *Consistency Index of Hierarchy*

RIH = *Random Index of Hierarchy*

Secara rinci, prosedur perhitungan dapat diuraikan dengan langkah-langkah berikut:

1. Perbandingan antar elemen yang dilakukan untuk seluruh hierarki akan menghasilkan beberapa matriks berpasangan. Setiap matriks akan mempunyai beberapa hal berikut:

a. Satu kriteria yang menjadi acuan perbandingan antara kriteria pada tingkat hierarki dibawahnya.
b. Nilai bobot untuk kriteria acuan tersebut, relatif terhadap kriteria ditingkat lebih tinggi
c. Nilai *CI* untuk matriks perbandingan untuk matriks tersebut.
d. Nilai *RI* untuk matriks perbandingan untuk matriks tersebut.

2. Untuk setiap matriks perbandingan, kalikan nilai *CI* dengan bobot kriteria acuan. Jumlahkan semua hasil perkalian tersebut, maka didapatkan *Consistency Index of Hierarchy* (*CIH*).
3. Untuk setiap matriks perbandingan, kalikan nilai *RI* dengan bobot kriteria acuan. Jumlahkan semua hasil perkalian tersebut, maka didapatkan *Random Index of Hierarchy* (*RIH*).
4. Nilai CRH diperoleh dengan membagi *CIH* dengan *RIH*. Sama halnya dengan konsistensi matriks perbandingan berpasangan, suatu hierarki disebut konsisten apabila nilai *CRH* tidak lebih dari 0.10.

2.11. Pengambilan Sampel

Sampel adalah proses memilih sejumlah elemen secukupnya dari populasi, sehingga penelitian terhadap sampel dan pemahaman tentang sifat atau karakterlistiknya akan membuat kita dapat menggeneralisasikan sifat atau karakteristik tersebut pada elemen populasi. Semakin besarya sampel yang diambil umumnya akan semakin representatif dari populasi dan hasil penelitian lebih dapat digeneralisasikan. Masalah besarnya sampel merupakan hal yang sulit untuk dijawab sebab terkadang dipengaruhi oleh dana yang tersedia untuk melakukan penelitian.

Dilihat dari subtansi tujuan penarikan sampel yakni untuk memperoleh representasi populasi yang tepat, maka besarnya sampel yang akan diambil perlu mempertimbangkan karakteristik populasi serta kemampuan estimasi. Upaya untuk mencapai presisi yang lebih baik memerlukan penambahannya akan tergantung sampel, seberapa besar sampel serta penambahanya akan tergantung

pada variasi dlam kelompok , tingkat kesalahan yang di toleransi serta tingkat kepercayaan, cara menentukan jumlah elemen / anggota sampel dari suatu populasi sebagai berikut.

Rumus slovin : $n = \frac{N}{1+(Nx\ e^2)}$

n = jumlah elemen / anggota sampel

N = jumlah elemen / anggota populasi

e = error level (tingkat kesalahan) (catatan : umumnya digunakan 1% atau 0,01, 5% atau 0,05, dan 10% atau 0,1 (catatan dapat dipilih oleh peneliti)