Bab 2
Landasan Teori

2.1. Jalan Bebas Hambatan

Pengertian jalan bebas hambatan dan jalan tol menurut Undang-Undang Republik Indonesia No. 13 Tahun 1980 adalah suatu lintasan jalan yang mempunyai persyaratan sebagai berikut:

1. Tidak mempunyai persimpangan yang sebidang dengan jalan lain sehingga kendaraan dapat melaju dengan bebas sesuai persyaratan batas kecepatan yang ditentukan.
2. Kendaraan-kendaraan hanya dapat memasuki jalan-jalan tersebut dengan melewati kedua ujungnya atau melewati suatu jembatan silang layang.
3. Untuk mengamankan agar orang, hewan, dan lain-lainnya tidak melintas jalan disepanjang jalan tol dipasang pagar penghalang.

Jalan tol adalah suatu lintasan jalan yang merupakan *alternative* pada lintas jalan yang ada yang mempunyai spesifikasi jalan bebas hambatan. Jalan tol hanya diperuntukan bagi kendaraan bermotor beroda empat atau lebih yang membayar tol.

Karena yang memiliki dan menyelenggarakan jalan tol adalah pemerintah maka jenis kendaraan dan besarnya tol ditetapkan oleh keputusan Presiden, sedang wewenangnya diberikan kepada PT. Jasa Marga (Persero). Tbk.

Syarat-syarat jalan tol:

1. Jalan tol harus mempunyai spesifikasi yang lebih tinggi daripada jalan umum yang ada.
2. Jalan tol harus memberikan kendala yang lebih tinggi kepada pemakainya daripada lintas jalan umum yang ada.

Pelaksanaan ketentuan yang dimaksud diatas lebih lanjut diatur di dalam peraturan pemerintah.

Desain jalan tol harus memberikan waktu tempuh sesingkat mungkin, jarak tempuh tersingkat didapat apabila dua zona dihubungkan denga satu garis lurus, suatu hal yang hampir tidak mungkin dilaksanakan dikota besar. Pembuatan jalan tol ditujukan agar dapat memberi pelayanan terhadap arus lalu lintas antara dua zona kegiatan, misalnya antara kawasan pemukiman dan pusat perniagaaan. Dengan mempersingkat waktu tempuh diharapkan dapat mendorong kelancaran komunikasi perekonomian serta mengurangi kepadatan lalu lintas.

2.2. Sistem Pembayaran yang Ada Digerbang Tol

Sistem yang ada dan telah dipakai pada gerbang-gerbang tol di Indonesia adalah dengan cara konvensional, yaitu dengan menentukan penempatan gerbang-gerbang tol. Akan tetapi sistem ini diterapkan berdasarkan suatu survei asal tujuan (*original destination*) lalu lintas yang bisa didapat banyaknya kendaraan yang akan lewat pada ruas jalan tol tersebut, di mana penentuan jumlah gardu tol masih terbatas pada sistem *trial and error*. Dari data yang didapat biasanya untuk tahun-tahun sebelumnya, jumlah tersebut diperkirakan tidak lagi dapat melayani pemakaian jalan yang ada. Hai ini dapat menimbulkan suatu masalah pada jalan tol maupun jalan bukan tol, karena adanya penggunka jasa tol.

Untuk melayani pengguna jasa tol ada 2 (dua) sistem pelayanan yang dilaksanakan yaitu:

1. Sistem tertutup, dimana proses pengambilan tanda bukti pembayaran dilakukan pada gerbang tol tersendiri, misalnya pada jaln tol Bandung-Padalarang. Pada saat memasuki gerbang tol dengan tujuan dari Bandung Padalarang, maka digerbang awal kita mengambil kartu tanda masuk dan pada gerbang tol arah keluar ke Padalarang kita menyerahkan tanda masuk tadi dan melakukan pembayaran tol, sesuai dengan tarif yang tercantum.
2. Sistem terbuka, dimana pada gerbang tol masuk kita sudah melakukan pembayaran dan mengambil tanda bukti pembayaran sekaligus. Biasanya sistem ini diterapkan di jalan tol kota.

2.3. Kapasitas Gerbang Tol

Kapasitas dari suatu gerbang tol adalah banyaknya kendaraan yang dapat melewati gerbang tol tersebut setiap jam. Besarnya kapasitas pada setiap gerbang berbeda-beda tergantung dari tingkat pelayanan dan waktu pelayanan. Kapasitas dari suatu fasilitas lalu lintas adalah suatu ukuran atau patokan dari kemampuan untuk menampung jumlah kendaraan-kendaraan yang bergerak dan merupakan nilai daripada jumlah yang tidak sebanding terhadap kapasitas dari suatu ruang tertutup (*Highway Capacity Manual, Highway Reach Board, 1965*). Artinya suatu ruang tertutup hanya dapat menampung dengan terbatas misalnya lift, hanya dapat menampung maksimal 15 orang. Lain halnya dengan kapasitas dri fasilitas-fasilitas lalu lintas dalam hal ini jalan, yang ditampung adalah kendaraan yang bergerak. Nilai maksimal pelayanan dari suatu fasilitas dapat dipengaruhi beberapa faktor antara lain: jalan itu sendiri, bentuk karakteristik kendaraan (ruang atau berat), kontrol operasional dan faktor lingkungan.

Kapasitas dari suatu gerbang tol dapat berpengaruh terhadap kelakuan terhadap pengemudi, tindakan para penjaga tol, pembayaran tol (membutuhkan kembalian uang atau tidak), fasilitas dari gerbang tol itu sendiri dan bebrapa faktor lingkungan. Jadi kapasitas dan gerbang tol dapat didefinisikan sebagai nilai maksimal dari banyaknya kendaraan yang melewati suatu gerbang tol dam dalam periode waktu tertentu (*Wohl and Martin, 1967*).

Banyaknya kendaraan yang melewati pintu-pintu ditiap gerbang tol setiap harinya akan menunjukkan kapasitas pada setiap gerbang berbeda-beda tergantung dari tingkat pelayanan. Tingkat pelayanan yang maksimal akan mempersingkat waktu pelayanan. Waktu pelayanan di pintu gerbang tol juga dipengaruhi oleh sikap pemakai jalan tol yang sebaiknya sudah mempersiapkan terlebih dahulu biaya tol yang akan dibayar.

2.4. Pendekatan Distribusi Tingkat Kedatangan

Distribusi tingkat kedatangan adalah jumlah kendaraan sampai pada gardu gerbang tol pada periode waktu tertentu, dimana kendaraan mulai bergabung

dengan kendaraan lain yang antri pada gerbang tol yang dihitung jumlah tingkat kedatangan kendaraan selama waktu survei. Secara matematis volume lalu lintas atau jumlah kedatangan pada periode waktu tertentu adalah:

$$q = \frac{\mathrm{n}}{\mathrm{t}}$$

Keterangan:

q = volume lalu lintas atau jumlah kedatangan pada periode waktu tertentu.

n = jumlah kendaraan atau frekuansi.

t = waktu.

Jika kendaraan-kendaraan yang datang pada fasilitas pelayanan mempengaruhi kemungkinan random atau acak, maka pada n kedatangan kendaraan yang memberikan suatu waktu interval t. Untuk jumlah kelas n ditentukan oleh periode waktu yang dirancangkan dengan pertimbangan arus lalu lintas pada jam sibuk. Ada beberapa pendekatan distribusi tingkat kedatangan secara teoritis yang lazim digunakan, yakni:

❖ **Distribusi *Poisson***

Model matematis yang telah dirumuskan untuk distribusi ini adalah:

$$P_{(n)} = \frac{(\lambda \mathrm{t})^{\mathrm{n}} e^{-\lambda t}}{\mathrm{n!}}$$

Keterangan:

λ = nilai tengah dari kedatangan (kendaraan/menit).

n = 0,1,2,… n.

t = interval waktu kedatangan.

e = bilangan napier.

$P_{(n)}$ = probabilitas n kendaraan.

❖ **Distribusi Binomial**

Model matematis yang telah dirumuskan untuk distribusi ini adalah:

$$P_{(x)} = \frac{\mathrm{n!}}{\mathrm{x!\,(n - x)!}} p^{x} q^{n-x}$$

Keterangan:

$P_{(x)}$ = probabilitas x kejadian di n kendaraan.

n = jumlah pengamatan.

x = jumlah kejadian dalam pengamatan.

p = probabilitas suatu kejadian pada suatu pengamatan yang diberikan sama dengan kemungkinan kendaraan dalam interval waktu tertentu.

2.5. Distribusi Frekuensi Tingkat Pelayanan

Distribusi frekuensi tingkat pelayanan merupakan frekuensi lama pelayanan terhadap kendaraan pada proses pembayaran pada proses pembayaran atau penyerahan tiket. Lama pelayanan ini diketahui dari selisih waktu keberangkatan kendaraan yang satu dengan keberangkatan yang sebelumnya dari gardu pembayaran. Waktu keberangkatan yang dimaksud merupakan waktu akhir dilayani oleh petugas gardu atau waktu awal untuk keluar dari gardu pembayaran. Waktu pelayanan ini terdiri dari waktu tempuh dari titik tunggu ke titik transaksi dan waktu transaksi penyerahan tiket atau pembayaran. Titik tunggu dalam hal ini adalah suatu titik berhenti kendaraan, dimana titik tersebut merupakan titik kendaraan yang melakukan transaksi setelah kendaraan di depannya selesai melakukan transaksi di titik transaksi. Secara eksplisit adalah sebagai berikut:

$$t = t_i - t_{i+1}$$

Keterangan:

t = lama atau waktu pelayanan.

t_i = waktu akhir kendaraan I (1,2,3,…dst) dilayani.

$t_{i=1}$ = waktu akhir kendaraan I +1 (1+1, 2+1, 3+1… dst).

atau

$$t = t_h - t_t$$

Keteangan:

t_h = waktu atau lama tempuh dari titik tunggu ke titik trasaksi.

t_t = waktu atau lama transaksi pembayaran atau penyerahan tiket.

Lama pelayanan akan berbeda-beda pada tiap-tiap kendaraan, atau lama pelayanan sama dengan selisih kendaraan yang satu dengan yang lain. Untuk itu pada table distribusi tingkat pelayanan adalah jumlah kendaraan yang dilayani dalam interval waktu tertentu. Pendekatan-pendekatan untuk menyusun tabel distribusi tingkat pelayanan yang dimaksud adalah sebagai berikut:

2.6. Pendekatan Uji Kecocokan (*Goodness Of Fit*)

2.6.1. Definisi *Goodness of Fit Test*

Goodness of fit test adalah suatu *test* yang digunakan untuk membandingkan distribusi frekuensi pengamatan dan pencocokan nilai yang diharapkan atau teori-teori distribusi. Tekniknya adalah dengan menggunakan tipe *goodness of fit test*, yakni bahwa *test* tersebut dapat digunakan untuk menguji apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan antar banyaknya sampel yang diamati dari objek, atau jawaban yang masuk dalam masing-masing kategori dengan banyaknya yang diharapkan berdasarkan hipotesis nol (H_0).

Untuk dapat membandingkan sekelompok frekuensi yang diamati dengan kelompok frekuensi yang diharapkan, tentunya kita harus dapat menyatakan frekuensi manakah yang kita harapkan itu. Hipotesis nol (H_0) menyatakan proporsi objek yang jatuh dalam masing-masing kategori di dalam populasi yang ditetapkan. Ini berarti, dari hipotesis nolnya kita dapat membuat deduksi apakah frekuensi yang diamati cukup mendekati frekuensi yang diharapkan, atau mempunyai kemungkinan besar untuk terjadi di bawah H_0.

Untuk masing-masing kategori, terdapat suatu peluang bahwa suatu hasil pengamatan yang dipilih secara acak dari populasi yang dihipotesiskan akan masuk ke dalam kategori tersebut. Apabila hipotesis nolnya benar, maka kita dapat memperoleh frekuensi harapan (*expected frequency*) untuk masing-masing kategori. Untuk hipotesis nol, sampel ditarik dari sebuah populasi yang mengikuti suatu distribusi yang telah ditetapkan. Sedangkan untuk hipotesis tandingan, sampel bukan berasal dari populasi dengan distribusi yang telah ditetapkan. Pada uji statistik kita mengharapkan bahwa sampel-sampel acak yang ditarik dari

populasi-populasi mencerminkan karakteristik populasi yang bersangkutan. Dengan kata lain bila kita telah menarik sebuah sampel dari suatu populasi yang telah ditetapkan, tentu kita mengharapkan adanya suatu kecocokan yang erat antar frekuensi-frekuensi teramati dengan frekuensi-frekuensi harapan untuk setiap kategori yang ada. Dengan demikian, jika H_0 benar, maka akan ada kecocokan yang erat antar frekuensi-frekuensi teramati dengan frekuensi-frekuensi harapan.

2.6.2. Uji *Kolmogorov Smirnov Goodness of Fit Test*

Uji *Kolmogorov Smirnov* adalah suatu uji nonparametrik untuk perbedaan antara distribusi-distribusi kumulatif, sebuah sampel uji menyangkut persesuaian antara distribusi kumulatif yang teliti dari nilai-nilai sampel dan fungsi distribusi kontinyu yang spesifik, jadi hal tersebut merupakan suatu *Goodness of Fit Test.*

Uji dua sampel menyangkut persesuaian antara dua distribusi yang diteliti yang menguji suatu hipotesa apakah dua sampel bebas berasal dari distribusi kontinyu identik, dan peka terhadap perbedaan populasi dengan melihat pada lokasi, *disperse* atau *skewness*. Uji sebuah sampel *Kolmogorov Smirnov* secara umum lebih efisien dibandingkan dengan uji *Chi-square* untuk *Goodness of fit test* dari sampel dalam jumlah kecil, dan dapat digunakan untuk sampel yang sangat kecil, dimana di dalam uji *Chi-square* tidak dapat diterapkan.

Namun harus diingat bahwa uji *Chi-square* dapat digunakan dalam hubungannya dengan distribusi diskrit, mengingat uji *Kolmogorov Smirnov* tidak dapat digunakan. Uji satu sampel didasarkan pada perbedaan *absolute* maksimum antara nilai-nilai dari distribusi kumulatif sampel acak yang berukuran n dan distribusi secara teoritis yang lebih spesifik. Dalam pengujian satu sampel memperlihatkan perjanjian antara pengamatan distribusi kumulatif dari nilai sampel dan menetapkan distribusi kontinyu. Dengan demikian pengujian ini sangat baik.

Sedangkan pada pengujian dua sampel memperlihatkan perjanjian antara dua pengamatan distribusi kumulatif, hipotesa dua sampel ini menyatakan apakah kedua sampel saling bebas dari distribusi kontinyu yang sama. Uji dua sampel

Kolmogorov Smirnov didasarkan pada perbedaan *absolute* maksimum antara nilai-nilai dari dua distribusi kumulatif yang teliti secara prinsip. Uji dua sampel sangat mirip dengan uji satu sampel, nilai-nilai kritis yang diperlukan dapat diperoleh dari tabel-tabel khusus.

Uji sampel tunggal *Kolmogorov Smirnov* dapat kita ringkaskan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tetapkan fungsi kumulatif teoritis berdasarkan distribusi sampling teoritis.
2. Tetapkan H_0 yang akan diuji.
3. Susunlah skor observasi berdasarkan *ranking*.
4. Hitung proporsi masing-masing frekuensi untuk setiap interval.
5. Hitung proporsi kumulatif frekuensi observasi dan observasi teoritis.
6. Dengan rumus mencari deviasi maksimum maka dapat ditentukan besarnya deviasi mengamati selisih maksimum dari suatu frekuensi kumulatif yang telah dihitung.
7. Apabila sampel lebih besar dari 35, maka kriteria yang dipergunakan adalah sesuai rumus yang diberikan pada bagian bawah tabel.
8. Bandingkan besarnya angka yang diperoleh pada deviasi maksimum dengan angka dalam tabel.
9. Kriteria pengambilan keputusan adalah apabila harga deviasi maksimum lebih kecil dari angka yang didapat dalam tabel maka H_0 diterima.

Test satu sampel *Kolmogorov Smirnov* adalah suatu *Goodness of Fit Test* artinya yang diperlihatkan adalah tingkat kesesuaian antara distribusi serangkaian harga sampel (skor yang observasi) dengan suatu distribusi teoritis tertentu. Tes ini menetapkan apakah skor-skor dalam sampel dapat secara masuk akal dianggap berasal dari suatu populasi dengan teoritis itu.

Singkatnya *test* ini mencakup perhitungan distribusi frekuensi kumulatif yang akan terjadi di bawah distribusi teoritisnya, serta membandingkan distribusi frekuensi itu dengan distribusi frekuensi kumulatif hasil observasi. Distribusi teoritis tersebut merupakan representatif dari apa yang diharapkan di bawah H_0.

Test ini menetapkan suatu titik dimana kedua distribusi itu diyakini sebagai distribusi yang teoritis dan yang terobservasi memiliki perbedaan terbesar.

Dengan melihat distribusi samplingnya dapat kita ketahui apakah perbedaan yang besar itu mungkin terjadi hanya karena kebetulan saja artinya distribusi sampling itu menunjukkan apakah perbedaan besar yang teramati itu mungkin terjadi apabila observasi itu benar-benar suatu sampel dari distribusi teoritis itu.

Misalkan $f_0(x)$ = suatu fungsi distribusi frekuensikumulatif yang sepenuhnya ditentukan yakni distribusi kumulatif teoritis di bawah H_0. Artinya harga n yang sembarangan besarnya, harga $f_0(x)$ adalah sembarangan proporsi kasus yang diharapkan mempunyai skor yang sama atau kurang dari pada x. Misalkan $S_N(x)$ = distribusi frekuensi kumulatif yang terobservasi dari suatu sampel random dengan N buah observasi. Dimana x adalah sembarangan skor yang mungkin, $S_N(x)$ = k/N, dimana k adalah banyaknya observasi yang sama atau kurang dari x.

Dibawah hipotesis nol bahwa sampel itu telah ditarik dari distribusi teoritis tertentu, maka diharapkan bahwa untuk setiap harga x, $S_N(x)$ harus jelas mendekati $f_0(x)$ artinya di bawah nol kita akan mengharapkan selisih antara $S_N(x)$ dan $f_0(x)$ adalah kecil dan ada dalam batas-batas kesalahan random. *Test Kolmogorov Smirnov* memusatkan perhatian pada penyimpangan terbesar. Harga $f_0(x) - S_N(x)$ terbesar dinamakan deviasi maksimum.

$$D_{max} = f_0(x) - S_N(x)$$

Distribusi sampling D di bawah H_0 diketahui tabel E pada lampiran memberikan harga-harga kritis tertentu distribusi sampling itu perhatikanlah bahwa signifikan suatu harga D tertentu adalah bergantung pada N.

Dalam perhitungan *Test Kolmogorov Smirnov* dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tetapkan fungsi kumulatif teoritis, yakni distribusi kumulatif yang diharapkan di bawah H_0.

2. Aturlah skor-skor yang diobservasi dalam suatu distribusi kumulatif dengan memasangkan interval $S_N(x)$ dengan interval $f_0(x)$ yang sebanding.
3. Untuk tiap-tiap jenjang pada distribusi kumulatif, kurangilah $f_0(x)$ dengan $S_N(x)$.
4. Dengan memakai rumus yang ada, carilah nilai D (deviasi maksimum).
5. Lihatlah tabel E untuk menentukan harga kemungkinan dua sisi yang dikaitkan dengan munculnya harga-harga sebesar harga observasi di bawah H_0. Jika P sama atau kurang dari α, maka H_0 ditolak.

Test dua sampel *Kolmogorov Smirnov* adalah suatu *test* apakah dua sampel *independent* telah dicari dari populasi yang sama (dari populasi yang memiliki distribusi yang sama). *Test* dua sisi peka terhadap segala jenis perbedaan dalam distribusi yang menjadi asal usul kedua sampel itu perbedaan-perbedaan dalam lokasi (harga tengah) kemencengan (*skewness*), pemencaran dan lain-lain.

Seperti *test* satu sampel *Kolmogorov Smirnov test* dua sampel ini memperhatikan kesesuaian antara dua sampel distribusi kumulatif *test* satu sampel dan meperhatikan kesesuaian antara distribusi suatu himpunan harga sampel dengan suatu distribusi teoritis tertentu, *test* dua sampel ini memperhatikan kesesuaian antara dua himpunan harga-harga sampel.

Jika kedua sampel itu pada kenyataannya memang telah ditarik dari distribusi yang sama, maka distribusi kumulatif kedua sampel tadi dapat diharapkan cukup pendekatan satu dengan yang lainnya karena keduanya menunjukkan deviasi random saja dari pada distribusi populasi itu. Jika kedua distribusi populasi kumulatif kedua sampel itu jauh berbeda pada suatu titik manapun, ini menunjukkan bahwa sampel-sampel berasal dari populasi yang berbeda. Dengan demikian suatu deviasi yang cukup besar antara distribusi kumulatif kedua sampel tersebut adalah fakta untuk menolak H_0.

Uji dan sampel *Kolmogorov Smirnov* merupakan uji yang serba guna, karena kepekaannya terhadap semua jenis perbedaan yang mungkin ada dalam dua

distribusi. Uji *Kolmogorov Smirnov* dapat kita ringkas dalam langkah-langkah sebagai berikut:

1. Asumsi-asumsi:
   a. Data untuk analisa terdiri dari uji dua sampel acak bebas berukuran m dan n.
   b. Data yang paling tidak diukur menggunakan skala kordinat.
2. Hipotesi-hipotesis:
   Pada dasarnya sama dengan hipotesis pada uji sampel *Kolmogorov Smirnov.*
3. Uji Statistik:
   Uji statistik *Kolmogorov Smirnov* dapat dilihat pada persamaan berikut:

$$D = f_0 - f_e$$

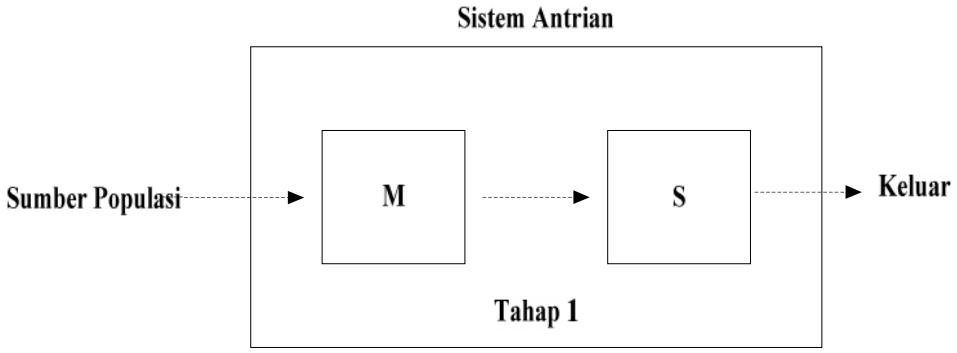
   dimana: f_0 = frekuensi kumulati relatif observasi
   f_e = frekuensi kumulati relatif ekspektasi
4. Pengambilan Keputusan.

2.7. Struktur Dasar Antrian

Ada 4 (empat) model struktur antrian dasar yang umum terjasi dalam seluruh system antrian.

2.7.1. Saluran Tunggal-Satu Tahap (*Single Channel-Single Phase)*

Seperti yang ditunjukkanpada gambar 2.1, sistem ini adalah yang paling sederhana. Saluran tunggal berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. Satu tahap menunjukkan bahwa hanya ada satu stasiun pelayanan atau sekumpulan tunggal operasi yang dilaksanakan. Setelah menerima pelayanan, individu-individu keluar dari system. Contoh untuk model struktur ini adalah seorang tukang cukur, pembelian tiket kereta api antar kota kecil yang dibayari oleh satu loket, seorang pelayan took dan sebagainya.



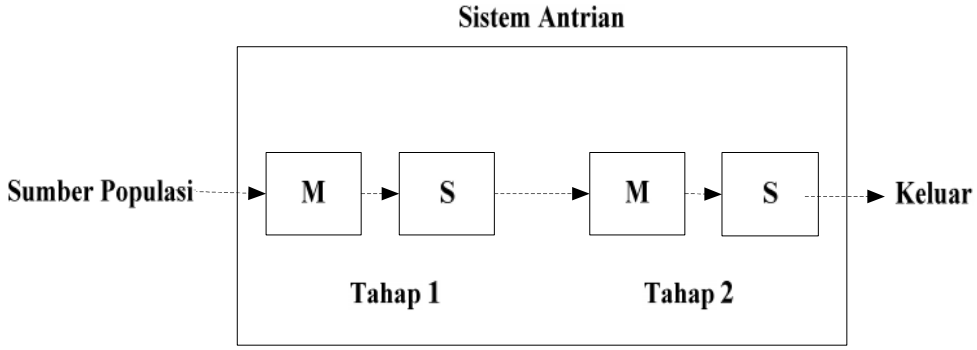
Gambar 2.1. Struktur Antrian Saluran Tunggal-Satu Tahap

M = antrian

S = Stasiun Pelayanan (*server*)

2.7.2. Saluran Tunggal-BAnyak Tahap (*Single Channel-Multi Phase*)

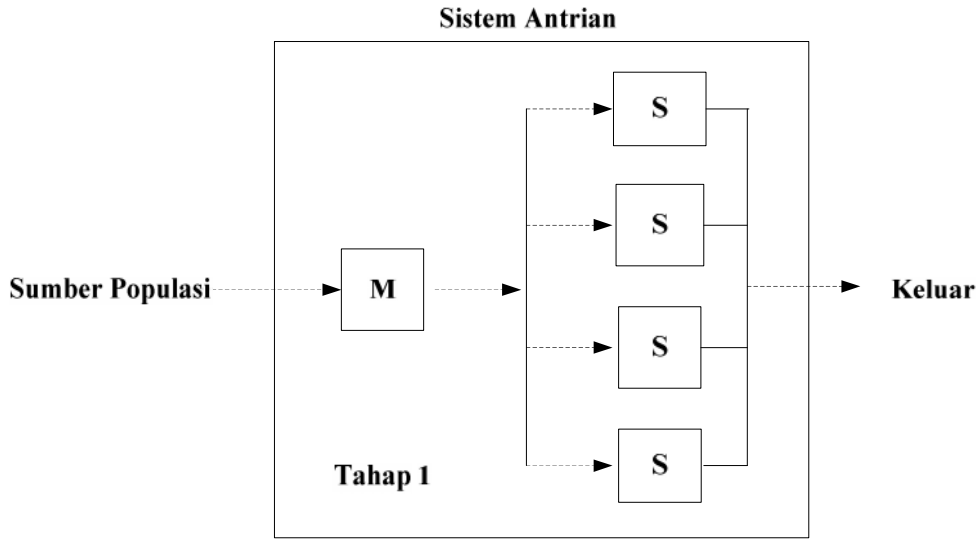
Model ini ditujukan oleh gambar 2.2, istilah banyak tahap menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan (dalam tahap-tahap). Sebagai contoh, lini produksi massa, pengujian kendaraan bermotor.



Gambar 2.2. Struktur Antrian Saluran Tunggal-Banyak Tahapan

2.7.3. Banyak Saluran – Satu Tahap (*Multi Channel – Single Phase*)

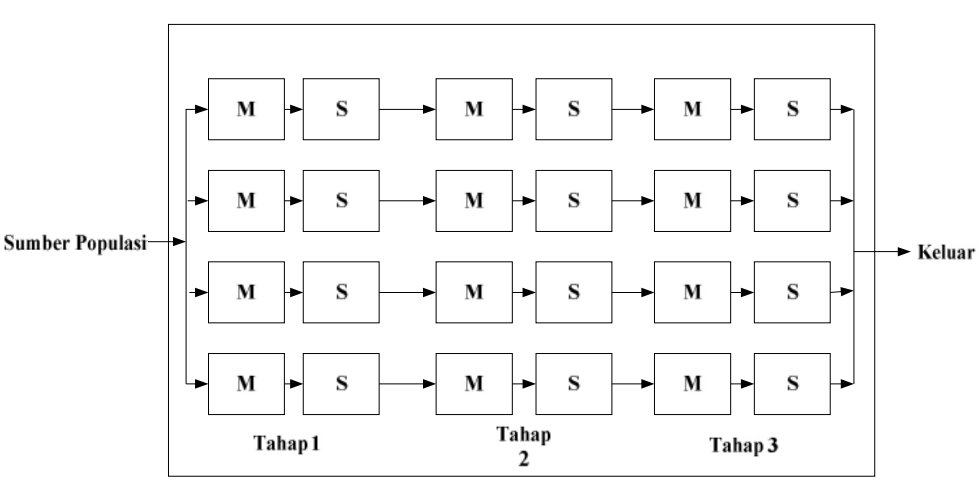
Sistem banyal saluran – satu tahap terjadi (ada) kapan saja dimana dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal, seperti yang ditunjukkan oleh gambar 2.3.



Gambar 2.3. Struktur Antrian Banyak Saluran -Satu Tahap

2.7.4. Banyak Saluran- Banyak Tahap (*Multichannel-Multiphase*)

Sistem banyak saluran-banyak tahap ditunjukkan dalam gambar 2.4 sebagai contoh registrasi para mahasiswa di universitas, pelayanan pasien di rumah sakit dari pendaftaran, diagnosa, penyembuhan sampai pembayaran. Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu. Pada umumnya, jaringan antrian ini terlalu konpleks untuk dianalisis dengan teori antrian, mungkin simulasi lebih sering digunakan untuk menganalisis system ini.



Gambar 2.4. Struktur Antrian Banyak Saluran-Banyak Tahapan

Saluran empat model struktur antrian diatas sering terjadi struktur campuran (*mixed arrangements*) yang merupakan campuran dari dua atau lebih struktur antrian diatas. Missal, took-toko dengan beberapa pelayan (banyal saluran), namun pembayaran hanya pada seorang kasir (saluran tunggal).

2.7.5. Proses Dasar Antrian

Proses dasar antrian yang diasumsikan oleh kebanyakan model-model antrian adalah satuan-satuan yang memerlukan pelayanan berasal dari sumber, dimana satuan-satuan ini memasuki system antrian dan kemudian memasuki antrian. Dan pada suatu saat dan pada kedudukan tertentu anggota antrian dilayani dengan suatu antrian tertentu pula yang biasanya disebut dengan disiplin pelayanan. Terdapat 4 (empat) karakteristik atau variable-variabel dari antrian yang ditentukan untuk mengevaluasi yaitu:

- Distribusi *headway* dari kedatangan kendaraan sumber tersebut bisa terbatas dan bsa tak terhingga.
- Distribusi dari waktu pelayanan yaitu proses pembentukan suatu bentuk antrian akibat adanya antara satuan-satuan kendaraan. Secara teori waktu kedatangan antara satuan-satuan kendaraan dengan satuan-satuan kendaran berikutnya dianggap acak dan bebas. Bentuk umum dari proses ini sering digunakan dalam model antrian yaitu yang dikenal proses *eksponensial.*
- Pada saluran untuk pelayanan yang mekanisme palayanan terdiri dari satu atau beberapa saluran/fasilitas palayanan waktu yang diperlukan sampai selesainya pelayanan disebut waktu pelayanan. Pada setiap model antrian harus dispesifikasikan distribusi waktu pelayanan untuk masing-masing saluran pelayanan. Ada beberapa distribusi waktu pelayanan yang banyak digunakan yaitu distribusi *eksponensial*, distribusi *erlang* dan distribusi *degenerate* (pelayanan konstan). Apabila kedatangan kendaraan kedalam suatu antrian berdistribusi *poisson,* maka dapat dinyatakan bahwa distribusi dua kedatangan yang berurutan adalah *eksponensial*.
- Disiplin antrian bentuk disiplin pelayanan yang biasa dipergunakan dalam persoalan antrian yaitu: (“*P. Siagian H-395”)*

1) *First-Come First-Served (FCFS)* atau *First-In First-Out (FIFO)* artinya, lebih dulu datang (sampai) lebih dulu dilayani. Misalnya antri beli tiket bioskop.
2) *Last-Come, First Served (LCFS)* atau *Last-In, Firs-Out (LIFO)* yaitu yang datang terakhir yang lebih dahulu dilayani.
3) *Service In Random Order (SIRO)* yaitu panggilan didasarkan pada peluang secara random, tidak mempersoalkan siapa yang dulu datang.
4) *General service Discipline (GD)* yaitu disiplin pelayanan secara umum yang mencakup ketiga disiplin pelayanan sebelumnya.

2.8. Model-Model Sistem Antrian

2.8.1. Bentuk Umum Antrian

Beberapa model antrian yang diklasifikasikan berdasarkan format berikut adalah (*P Siagian 1986 H 408)*:

Format umum (a/b/c);(d/e/f)

a: bentuk distribusi kedatangan,yaitu jumlah kedatangan persatuan waktu.

b: bentuk distribusi waktu pelayanan pemberangkatan yaitu selang waktu antar satuan-satuan yang dilayani berangkat.

c: jumlah saluran parallel dalam sistem.

d: disiplin pelayanan.

e: jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem.

f: besarnya populasi.

Untuk huruf a dan b, kita gunakan kode-kode berikut pengganti:

M: distribusi kedatangan *poisson* atau distribusi pelayanan *eksponensial* juga sama dengan distribusi waktu antara kedatangan *eksponensial* atau satuan yang dilayani *poisson.*

D: antar kedatangan atau pelayanan tetap.

G: distribusi umum pemberangkatan atau waktu pelayanan.

Dan untuk huruf d, kode-kode pengganti sebagai berikut:

FIFO atau FCFS = *first in, first out atau first come, first served.*

LIFO atau LCFS = *Last In, First Out* atau *Last Come, First Served.*

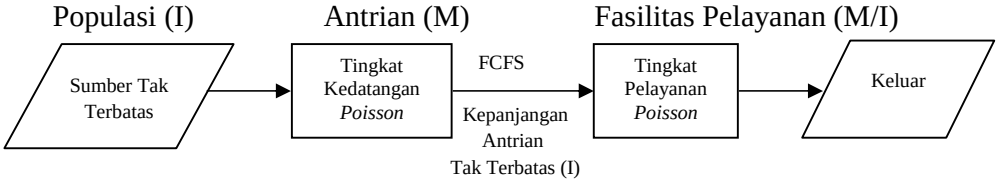
Siro = *Service In Random Order*

GD = *General service Discipline*

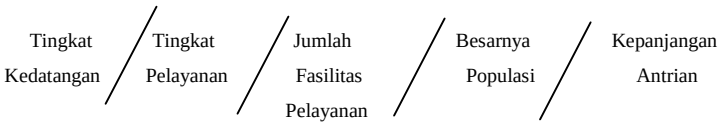
Untuk huruf c, digunakan bilangan bulat positif yang menyatakan jumlah pelayanan paralel. Untuk huruf e dan f, digunakan kode N atau menyatakan jumlah terbatas atau tak terhingga satuan-satuan dalam sistem antrian dan populasi masukkan. Kombinasi dari unsure-unsur tersebut diatas dan formulasi antaranya adalah sebagai berikut:

2.8.2. Pengelompokan

Dalam mengelompokkan model-modelantrian yang berbeda-beda akan digunakan suatu notasi yang disebut *Kendall's Natation*. Notasi ini sering digunakan karena bebrapa alas an. Pertama, karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasikan tidak hanya model-model antrian, tetapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Kedua, hamper semua buku (*literature*) yang membahas teori antrian menggunakan notasi ini. Gambar 2.5 berikut ini akan meperjelaskan penggunaan notasi tersebut, dan model disajikan adalah model (M/M/1) : (GD/I/I).



Gambar 2.5. Contoh Model Antrian



Model khusus: (M/M/1): (G/D/I/I)

Keterangan:

M : Tingkat kedatangan dan pelayanan *poisson.*

D : Tingkat kedatangan atau pelayanan determistik (diketahui konstan).

K : Distribusi selang waktu antar kedatangan atau pelayanan.

C : Jumlah fasilitas pelayanan.

I : Sumber populasi atau kepanjangan antrian tak terbatas.

F : Sumber populasi atau kepanjangan antrian terbatas.

Tanda pertama notasi selalu menunjukkan distribusi tingkat kedatangan. Dalam hal ini, M menunjukkan tingkat kedatangan mengikuti suatu probabilitas *poisson*. Tanda kedua menunjukkan distribusi tingkat pelayanan. Sedangkan M menunjukkan bahwa tingkat pelayanan mengikuti probabilitas *poisson.* Ketiga merupakandisiplin pelayanan secara umum yang mencakup ketiga disiplin pelayanan sebelumnya. Tanda keempat menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan (*channel,* dalam sistem). Model diatas adalah model yang mempunyai fasilitas tunggal. Tanda kelima dan keenam menunjukkan apakah sumber populasi dan kepanjangan antrian adalah tak terbatas (I) atau terbatas (F).

2.8.3. Model Antrian (M/M/I); (FIFO/∞/∞)

Model antrian ini menyatakan kedatangan yang didistribusikan secara *eksponensial,* stasiun pelayanan tunggal, disiplin antrian antrian adalah FIFO dan antrian tidak terhingga serta sumber populasinya tidak terhingga pula.

Formulasi matematisnya dalah adalah sebagaiberikut:

Distribusi peluang dari langganan dalam sistem.

Intensitas lalu lintas $\rho=\lambda/\mu$.

Bila ρ merupakan peluang bahwa sistem antrian adalah sibuk, maka (1- ρ) merupakan peluang bahwa sistem tidak dalam keadaan sibuk pada sembarang waktu, artinya (1- ρ) merupakan peluang bahwa sistem antrian tidak mempunyai antrian.

Misalkan $P_{(n)}$ merupakan peluang adanya n langganan dalam antrian, maka untuk n=0:

$$Po= (1- \rho)$$

Karena $Po= \rho^n$, Po

$Pn = \rho^n.(1- \rho)$

Jumlah rata-rata konsumen dalam sistem adalah:

$$E(nt) = \bar{n} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1-\rho} \quad \text{.....(1)}$$

Bila ρ = 1 atau jumlah laju kedatangan mendekati jumlah laju pelayanan μ, maka jumlah rata-rata dalah sistem kedatangan menjadi lebih besar bila λ= μ atau ρ = 1, maka $E(nt) = \infty$, jumlah rata-rata dalam sistem antrian menjadi besar tidak terhingga. Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut ini:

Jumlah rata-rata konsumen dalam antrian adalah:

$$E(n_t) = n = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$= \rho\left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) \quad \text{.....(2)}$$

Ini diperoleh karena panjang antrian= jumlah dalam sistem dikurangi satu untuk n > 0 oleh karena itu:

$$E(n_w) = 0.Po - \sum_{n=1}^{\infty}(n-1)Pn$$

$$E(n_w) = \sum_{n=1}^{\infty} n.Pn - \sum_{n=1}^{\infty} Pn$$

$$= E(n_w) - (1 - Po) \qquad = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} - \frac{\lambda}{\mu}$$

Sehingga jumlah kendaraan dalamantrian adalah:

$$E(n_w) = \frac{\rho}{1-\rho}\rho$$

Atau

$$E(nt) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\rho^2}{1-\rho} \quad \text{.....(3)}$$

Jumlah rata-rata yang menerima layanan adalah:

$E(n_t) = E(n_t) - E(n_w)$

$$E(n_t) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} - \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho \qquad \text{.....(4)}$$

Waktu rata-rata dalam sistem adalah:

Apabila E(Tt) merupakan waktu rata-rata yang dihabiskan dalam sistem, maka:

$$E(T_1) = \frac{E(n_t)}{\lambda}$$

Karena:

$$E(n_w) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad \text{maka,}$$

$$E(T_1) = \frac{\lambda / \mu - \lambda}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad \text{.....(5)}$$

Waktu rata-rata dalam antrian adalah:

Apabila $E(T_w)$ merupakan panjang rata-rata waktu yang dihabiskan oleh seorang langganan dalam antrian, maka:

$$E(T_w) = E(T_1).\frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \qquad \text{.....(6)}$$

Waktu pelayanan rata-rata adalah:

Apabila $E(T_1)$ merupakan panjang rata-rata dari waktu yang diperlukan langganan untuk menerima pelayanan yang benar-benar, maka:

$$E(T_1) = \frac{E(n_t)}{\lambda} = \frac{\lambda/\mu}{\lambda} = \frac{1}{\mu} \qquad \text{.....(7)}$$

Rumus ini dapat diperoleh dari ketentuan bahwa:

$E(T_t) = E(T_1) - E(T_w)$

2.8.4. Model Antrian (M/M/C); (FIFO/∞/∞)

Model antrian ini disebut sistem saluran ganda dengan masukkan *poisson* waktu pelayanan *eksponensial*, jumlah antrian dalam sistem dan sumber masukkan tidak terhingga, disiplin pelayanan adalah FIFO, formulasi memastikannya adalah sebagai beriku:

Distribusi peluang waktu tunggu.

Apabila waktu menunggu dari kedatangan sampai dimulainya pelayanan adalah t, jumlah saluran pelayanan c, dan a adalah suatu harga variabel tertentu maka:

$$P(t>0) = \frac{\rho.Po}{c!(1-\lambda/c\mu/\mu}$$

$$P(t>0) = e^{c\mu a(1-\lambda/c\mu)} = P(t>0) \quad \text{..... ....(8)}$$

Waktu tunggu dari suatu kedatangan sampai dengan pelayanan selesai (T), adalah:

$$P(t>a) = e^{\mu a}\left\|1+\frac{\rho.Po}{c!(1-\lambda/c\mu)}\frac{1-e^{-\mu a(c-1-\rho)}}{c-1-\rho}\right\| \quad \text{..... ....(9)}$$

Jumlah rata-rata dalam sistem adalah:

$$E(n_t) = f(b)\ \frac{\lambda}{c\mu - \lambda} + \frac{\lambda}{\mu} \quad \text{..... ....(10)}$$

Keterangan:

f(b) = peluang masa sibuk .

λ/μ = jumlah rata-rata dalam mekanisme pelayanan.

Jumlah rata-rata dalam antrian adalah:

$$E(n_t) = f(b)\ \frac{\lambda}{c\mu - \lambda} \quad \text{..... ....(11)}$$

Jumlah rata-rata dalam sistem adalah:

$$E(T_1) = f(b)\frac{\lambda}{c\mu - \lambda} + \frac{1}{\pi} \quad \text{..... ....(12)}$$

Waktu tunggu rata-rata

$$E(T_v) = f(b)\ \frac{1}{c\mu - \lambda} \quad \text{..... ....(13)}$$

2.8.5. Model Antrian (M/M/1); (GD/N/∞)

Model antrian ini mempunyai karakter sebagai berikut:

- Fasilitas pelayanan tunggal, distribusi kedatangan *poisson*, waktu pelayanan *eksponensial*, jumlah antrian didalam sistemterbatas serta besar populasi masukan tak terhingga.
- Pada c sistem ini panjang antrian tidak boleh melebihi jumlah tertentu (yang dinyatakan dalam N) pada aktu yang ditetapkan, yaitu apabila jumlah dalam

sistem sudah terdapat N- langganan dalam antrian, sehingga setiap langganan yang datang pada saat antrian sudah penuh harus meninggalkan sistem tanpa mendapat pelayanan. Formulasi matematisnya adalah sebagai berikut:

$$Po\text{-------}\begin{cases} = \dfrac{1}{N-1}, \lambda \\ = \dfrac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}, \lambda \neq \mu \end{cases} \quad \text{..... ....(1 4)}$$

Demikian juga:

$$Pn\text{-------}\begin{cases} \rho^{n} Po \lambda \neq \mu, n = (1,2,3,\ldots,N \\ Po \lambda \neq \mu \end{cases} \quad \text{..... ....(15)}$$

Jumlah rata-rata antrian dalam sistem dapat ditentukan sebagai berikut:

$$E(n_t) = \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1-(N+1)\rho^{N} + N\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}}$$

$$= \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1-(N+1)N\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}} \quad \text{..... ....(16)}$$

$$E(n_t) = \frac{N}{2}, \text{untuk } \lambda = \mu \quad \text{..... ....(17)}$$

Karena kapasitas garis tunggu adalah terbatas, maka laju kedatangan, λ akan menjadi nol jika tunggu sudah penuh. Oleh karena itu, laju kedatngan yang dihitung adalah laju kedatangan yang efektif saja yang ditulis λ_{eff} yaitu λ.

Karena:

$$E(n_w) = E(n_t) - \frac{\lambda}{\mu}$$

Maka

$$\lambda = \lambda_{eff} = \mu(E(n_t) - E(n_w))$$

Dan juga diketahui bahwa:

$$E(n_w) = E(n_t) - (1 - Po)$$

Maka diperoleh rumus:

$$\lambda = \lambda eff = \mu\{E(n_t) - (E(n_t) - (1 - Po))\}$$

$= \mu(1-Po)$ ....(18)

Kemudian juga terdapat:

$E(T_t) = \frac{E(n)}{\lambda eff}$

Jadi:

$E(w) = \frac{E(n)}{\lambda eff}$ ....(19)

2.8.6. Model Antrian (M/M/C/); (GD/N/∞)

Model antrian ini mempunyai karakter sebagai fasilitas pelayanan ganda, distribusi kedatangan *poisson*, waktu pelayanan *eksponensial*, disiplin pelayanan bersifat umum serta jumlah antrian dalam sistem terbatas sdangkan besarnya popolasi sumber tak terhingga.

Apabila: c = jumlah pelayanan.

N = jumlah kendaraan dalam sistem

Maka formulasi matematisnya adalah sebagai berikut:

Pada model ini terdapat sifat-sifat, yaitu:

Laju kendaraan, $\lambda = \begin{cases} \lambda, \text{bila } n = 0,1,2,...,N-1 \\ 0, \text{bila } n = N, N+1..... \end{cases}$

Laju kedatangan, $\lambda = \begin{cases} n\mu\mu \text{bila } n = 0,1,2,...,c \\ c\mu\mu \text{bila } n = c+1\ c+2,..... \end{cases}$

Jika 1 < c < N, maka diperoleh:

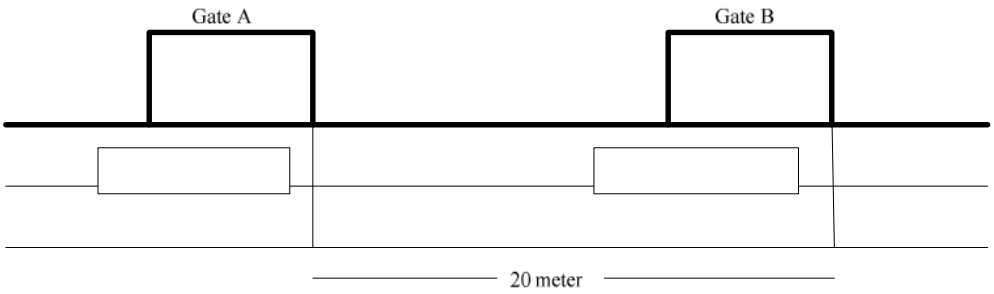
$Po = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n}(\rho)^n + \frac{c\mu}{c\mu-\lambda}}$ ....(2 0)

Dengan:

$$P(n) = \begin{cases} \frac{1}{n!}(C)^N Po, & \text{bila } n \le c \\ \frac{1}{c!c^{n-c}}, & \text{bila } n\, c \le n \langle N \\ 0, & \text{bila } n \rangle N \end{cases}$$

2.8.7. Model Antrian Sistem *Tandem*

Bentuk dasar dari sistem *tandem* adalah dua kendaraan bergerak pada dua gerbang tol yang beruntun secara seri depan belakang dan setiap pengumpulan tol akan melakukan transaksi tol masing-masing satu kendaran pada waktu masuk kendaraan yang sama.



Gambar 2.6. Gerbang Tol Sistem *Tandem*

Yang perlu diperhitungkan pada sistem ini, jika transaksi pada gerbang tol B lebih lama daripada di gerbang tol A, maka pertambahan waktu menunggu dalam antrian untuk gerbang A bertambah lebih lama, apabila ada sebuah *trailer*yang melakukan transaksi pada gerbang B akan menghalang kendaraan lain yang akan melakukan transaksi pada gerbang A. untuk mengatasi hal ini maka sebaiknya diberi suatu daerah penghalang dengan jarak sekitar 20 meter dari gerbang yang satu ke gerbang yang lain.

Dengan adanya daerah penghalang dengan jarak 20 meter, jika ada kelambatan waktu palayanan pada gerbang B, maka sementara itu di gerbang A dapat dilayani dan kendaraan, kemudian tiga kendaraan tadi bias keluar dari gerbang secara bersamaan. Juga memecahkan masalah jika ada *trailer* yang melakukan digerbang B, karena jarak 20 meter tetap akan memberikan ruang untuk kendaraan lain antri dibelakangnya untuk melakukan transaksi. Prosedur pada

sistem *tandem* hanpir sama dengan waktu pelayanan sistem *single*, hanya bedanya dapat dilayani dua sampai tiga kendaraan sekaligus, baru kemudian meneruskan perjalanan.

Rumus-rumus untuk pertambahan kapasitas pada gerbang tol sistem *tandem* ini dikemukakan oleh *Lewis D. Rubinsteht* untuk gerbang tol di *Gelden Gate Brigae San Francisco* adalah sebagai berikut:

- *Tandem* tanpa daerah penghalang

  $$1 \text{ cap} = \frac{100 * 2Tc}{Tc+Tm+0.4Sd(Tc)} = 1$$

- *Tandem* dengan daerah penghalang

  $$1 \text{ cap} = \frac{100 * 2Tc}{Tc+Tm} = 1$$

Keterangan:

1 cap = pertambahan kapasitas dalam persen.

c = waktu keseluruhan atau waktu palayanan per satuan kendaraan pada gerbang *single*.

m = waktu kendaraan mendekat.

s = waktu pelayanan dengan c=m+s.

Sd = *standard* deviasi dari c.

Sistem *tendem* dengan mepergunakan daerah penghalang belum lazim digunakan di Indoneisia tetapi untuk memecahkan kemacetan lalu lintas pada jalur non tol akibat panjang antrian pada gerbang mungkin dapat dilakukan akan sistem *tandem* tanpa daerah penghalang, ini pasti akan menambah kapasitas gerbang untuk dapat melayani jumlah kendaraan untuk masuk ke jalan tol.