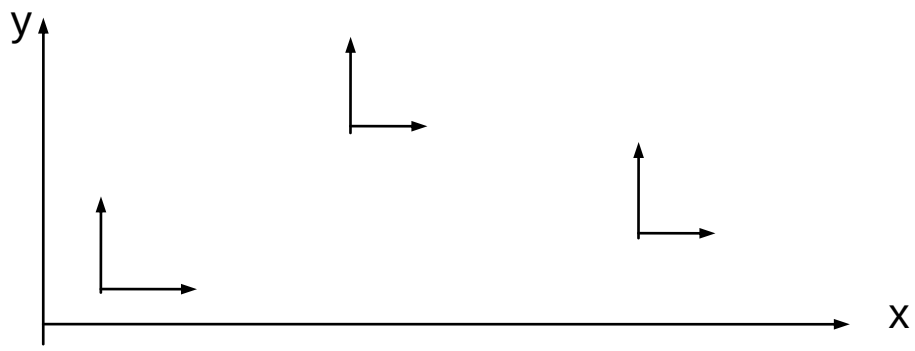
III. KINEMATIKA PARTIKEL

Kinematika adalah bagian dari mekanika yang mempelajari tentang gerak tanpa memperhatikan apa/siapa yang menggerakkan benda tersebut. Bila gaya penggerak ikut diperhatikan maka apa yang dipelajari merupakan bagian dari ***dinamika.***

Partikel adalah benda dengan ukuran yang sangat kecil. Partikel merupakan suatu pendekatan/model dari benda yang diamati. Pendekatan benda sebagai partikel dapat dilakukan bila benda melakukan gerak ***translasi*** murni.

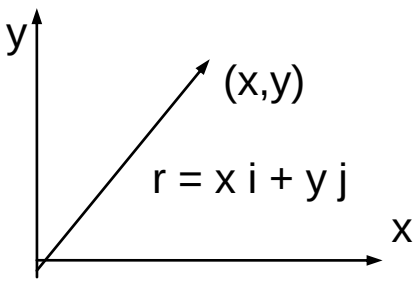
Gerak disebut gerak translasi bila selama bergerak sumbu kerangka acuan yang melekat pada benda (x',y',z') selalu sejajar dengan keranggka acuannya sendiri (x,y,z).



1. PERGESERAN, KECEPATAN dan PERCEPATAN

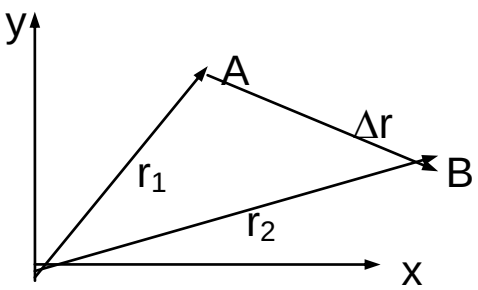
1.1. Pergeseran

Posisi dari suatu partikel di dalam suatu sistem koordinat dapat dinyatakan dengan *vektor posisi* r = x i + y j.



Partikel bergerak dari pisisi pertama r_1 ke posisi kedua r_2 melalui lintasan sembarang (tidak harus lurus). Pergeseran merupakan suatu vektor yang menyatakan perpindahan partikel dari posisi pertama ke posisi kedua melalui garis lurus. Pergeseran didefinisikan :

$$\Delta r = r_2 - r_1$$



1.2. Kecepatan

Pertikel bergerak dengan suatu lintasan tertentu. Pada sat t_1 partikel pada posisi r_1 dan pada t_1 partikel pada posisi r_1. Kecepatan adalah pergeseran partikel per satuan waktu.

1.2.1. Kecepatan rata-rata.

$$v_{rata\text{-}rata} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$$

1.2.2. Kecepatan sesaat.

Bila selang waktu pengukuran Δt mendekati harga nol maka diperoleh kecepatan sesaat.

$$v_s = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta x/\Delta t$$

$$v_s = dr/dt$$

Dalam 2 dimensi r dapat dinyatakan sebagai $r = x\,i + y\,j$ maka diperoleh kecepatan

$$v = dr/dt$$

$$v = dx/dt\,i + dy/dt\,j$$

$$= v_x\,i + v_y\,j$$

Dalam 1 dimensi dimana gerak dari pertikel hanya dalam satu arah saja (misal- kan dalam arah sumbu x) maka $v_y = 0$.
Maka percepatan partikel dalam 1 dimensi (sumbu x) adalah

$$v = v_x\, i$$

1.3. Percepatan

Selama pergeseran tersebut kecepatan pertakel dapat mengalami perubahan. Perubahan kecepatan per satuan waktu disebut percepatan.

1.3.1. Percepatan rata-rata

Percepatan rata-rata adalah perubahan kecepatan dalam selang waktu Δt.

$$ar = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

1.3.2. Percepatan sesaat

Bila selang waktu Δt mendekati nol maka diperoleh harga sesaat dari percepatan.

$$a_s = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta v/\Delta t$$

$$a_s = dv/dt.$$

Dalam 2 dimensi v dapat dinyatakan sebagai $v = vx\, i + vy\, j$ maka diperoleh percepatan

$$a = dv/dt$$

$$= dv_x/dt\, i + dv_y/dt\, j$$

$$= a_x\, i + a_y\, j$$

Dalam 1 dimensi dimana gerak dari pertikel hanya dalam satu arah saja (misal- kan dalam arah sumbu x) maka $a_y = 0$.
Maka percepatan partikel dalam 1 dimensi (sumbu x) adalah

$$a = a_x \, i$$

Apabila partikel bergerak dengan percepatan konstan, maka $a_r = a_s = a$.

2. GERAK DALAM SATU DIMENSI dengan PERCEPATAN KONSTAN

2.1. Gerak dalam arah sumbu x.

Gerak satu dimensi berarti partikel bergerak dalam satu arah saja, misalkan dalam arah sumbu x.

pergeseran : $r = x \, i$
kecepatan : $v = v_x \, i$
percepatan : $a = a_x \, l$

Karena arah gerak sudah ditentukan maka dalam perumusan tentang gerak partikel hanya menyangkut tentang besarnya saja.

 Percepatan konstan : $a_r = a_s = a$.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{v_x - v_o}{t}$$

Diperoleh persamaan $v_x = v_o + at$ (*)

at menyatakan pertambahan kecepatan pada selang waktu tersebut.

 Percepatan konstan = perubahan v konstan.
Dari statistik dapat diperoleh $v_r = (v_o + v)/2$.
Bila v_r t menyatakan pertambahan posisi dalam selang waktu t, maka posisi partikel menjadi

$$x = x_o + v_r \, t$$

Dengan mensubstitusikan $v_r = (v_o + v)/2$ diperoleh

$$x = x_o + 1/2 \, (v_o + v) \, t \qquad (**)$$

Bila persamaan (*) disubstitusikan ke (**) diperoleh :

$$x = x_o + 1/2\ (v_o + v_o + at)\ t$$

$$x = x_o + v_o\, t + 1/2\ at^2 \qquad (***)$$

dan bila $t = (v_x - v_o)/a$ yang disubstitusikan diperoleh

$$x = x_o + 1/2\ (v_o + v_x)t$$

$$x = x_o + 1/2\ (v_o + v_x)\ (v_x - v_o)/a$$

$$v_x^{\,2} = v_o^{\,2} + 2a\ (x - x_o) \qquad (****)$$

Dari pembahasan di atas diperoleh 4 buah persamaan yang menghubungkan 4 buah variabel dari kinematika (x, v, a, t). Sehingga permasalahan tentang gerak partikel dapat diselesaikan dengan menggunakan 4 buah persamaan berikut :

(1) $v_x = v_o + at$	tanpa : x
(2) $x = x_o + 1/2\ (v_o + v\ )\ t$	tanpa : a
(3) $x = x_o + v_o\, t + 1/2\ at^2$	tanpa : v
(4) $v_x^{\,2} = v_o^{\,2} + 2a\ (x - x_o)$	tanpa : t

2.2. Gerak dalam arah sumbu y.

Gerak dalam arah sumbu y dapat diperoleh langsung dengan mengambil persamaan yang sudah diperoleh pada 2.a.

(1) $v_y = v_o + a_y t$

(2) $y = y_o + 1/2\ (v_o + v_y)\ t$

(3) $y = y_o + v_o\, t + 1/2\ a_y t^2$

(4) $v_y^{\,2} = v_o^{\,2} + 2a_y\ (y - y_o)$

 Gerak jatuh bebas

Gerak jatuh bebas adalah kondisi khusus dari gerak dalam arah sumbu y.

$v_o = 0$, $y_o = 0$ dan $a_y = g$. (karena arah gerak selalu ke bawah, maka arah ke bawah diberi tanda positip) diperoleh persamaan :

(1) $v_y = gt$

(2) $y = 1/2\ v_y\, t$

(3) $y = 1/2\ gt^2$

(4) $v_y^{\,2} = 2gy$

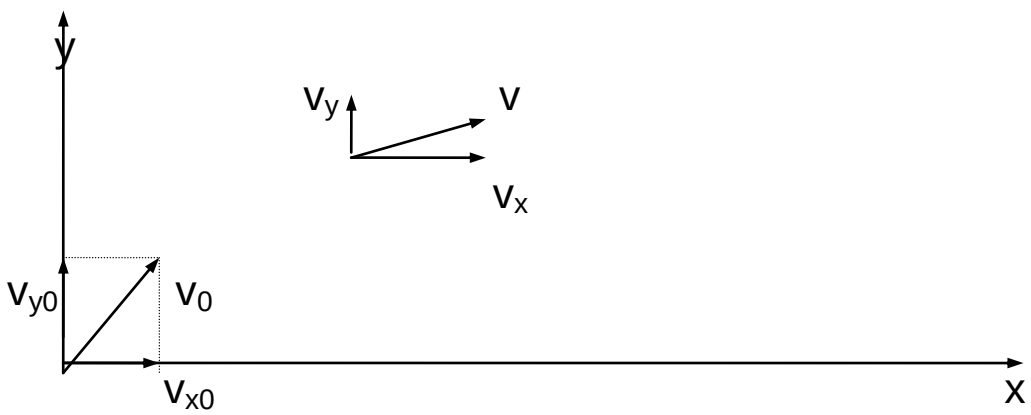
3. GERAK DUA DIMENSI

Gerak dua dimensi dapat diuraikan ke komponen geraknya dalam sumbu x dan sumbu y.

komponen gerak dalam sumbu x	komponen gerak dalam sumbu y
(1x) $v_x = v_{xo} + at$	(1y) $v_y = v_{y\,o} + a_y t$
(2x) $x = x_o + 1/2\,(v_{xo} + v\,)\,t$	
(3x) $x = x_o + v_{xo}\,t + 1/2\,at^2$	(2y) $y = y_o + 1/2\,(v_{y\,o} + v_y)\,t$
(4x) $v_x{}^2 = v_o{}^2 + 2a\,(x - x_o\,)$	(3y) $y = y_o + v_{y\,o}\,t + 1/2\,a_y t^2$
	(4y) $v_y{}^2 = v_o{}^2 + 2a_y\,(y - y_o\,)$

3.1. Gerak Peluru

Gerak peluru merupakan gerak dalam 2 dimensi (bidang).



Posisi awal peluru terletak di pusat koordinat, jadi $x_0 = 0$ dan $y_0 = 0$.

Peluru mempunyai kecepatan awal v_0. Kecepatan awal peluru ini dapat diuraikan menjadi komponen-komponennya :

$$v_{x0} = v_0 \cos \theta$$
$$v_{y0} = v_0 \sin \theta$$

Setelah peluru melayang diudara, pada peluru hanya bekerja percepatan gravitasi yang arahnya ke bawah ,

$$a_y = -g$$
$$a_x = 0$$

Sehingga untuk gerak peluru persamaan geraknya :

komponen gerak dalam sumbu x	komponen gerak dalam sumbu y
(1x) $v_x = v_0 \cos \theta$	(1y) $v_y = v_0 \sin \theta - gt$
	(2y) $y = 1/2 (v_0 \sin \theta + v_y) t$
(3x) $x = v_0 \cos \theta\, t$	(3y) $y = v_0 \sin \theta\, t + 1/2\, a_y t^2$
	(4y) $v_y^2 = (v_0 \sin \theta)^2 + 2gy$

Besar kecepatan partikel pada saat t adalah :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Arah kecepatan terhadap sumbu x : $tg\ \alpha = v_y / v_x$

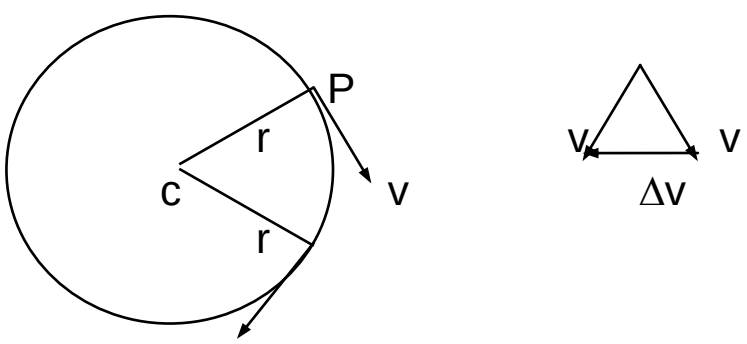
Dengan mensubstitusikan t dari persemaan (3x) ke persamaan (3y) akan diperoleh :

$$y = v_0 \sin \theta\, t - 1/2\, gt^2$$
$$y = (tg\ \theta)\, x - [g/(2\, v_0^2 \cos^2 \theta)]\, x^2$$
$$y = Ax - Bx^2$$

Dari persamaan tersebut tampak bahwa lintasan peluru berupa lintasan parabolik.

3.2. Gerak Melingkar

Pada gerak melingkar beraturan partikel bergerak dengan besar kecepatan konstan, tetapi arah percepatan tidak konstan. Partikel akan bergerak dipercepat.



P’

v’

Pada saat t partikel di P dan pada saat t + Δt di P’. Kecepatan di P adalah v dan kecepatan di P’ adalah v’ yang besarnya sama dengan v tetapi rahnya berbeda. Panjang lintasan yang ditempuh dalam waktu Δt adalah busur PP’ yang sama dengan v Δt.
Δ CPP’ sebangun dengan ΔOQQ’. Bila dibuat pendekatan panjang tali busur PP’ sama dengan panjang busur PP’ maka,

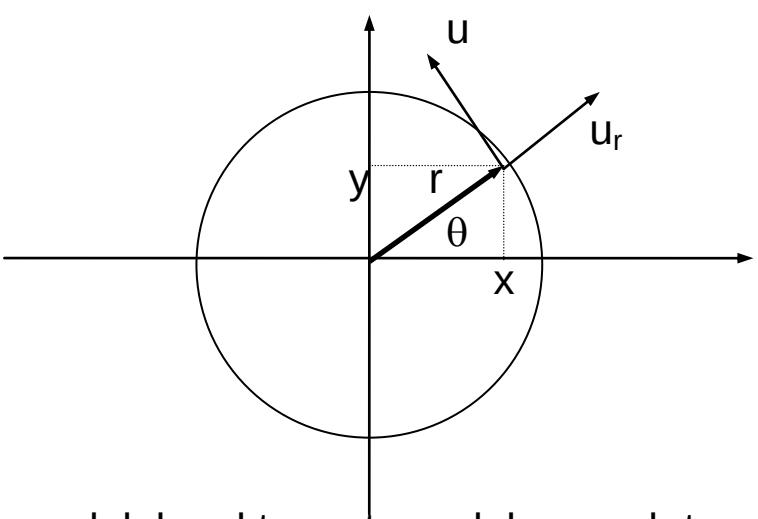
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\,\Delta t}{r}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

Untuk $\Delta t \longrightarrow 0$ diperoleh harga eksak

$$a = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \Delta v/\Delta t = v^2/r$$

yang merupakan besar kecepatan yang dialami oleh partikel.
Sedang arahnya sama dengan arah Δv, yaitu menuju ke pusat kelengkungan. Karena menuju ke pusat, percepatan ini disebut percepatan centripetal.



$y = r \sin \theta$
$x = r \cos \theta$

u_θ dan u_r adalah vektor satuan dalam arah tangensial dan radial.
Kecepatan partikel v dapat dinyatakan dalam koordinat polar sebagai

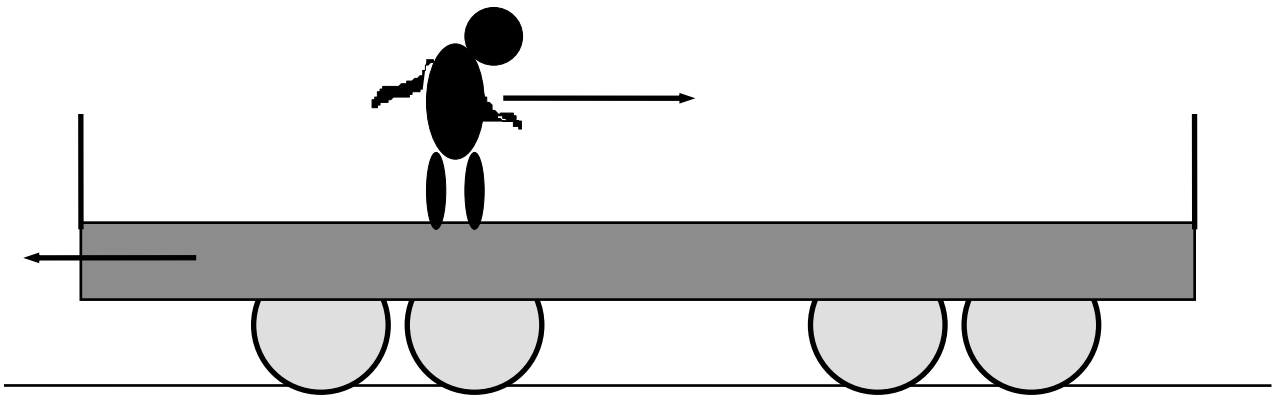
$$v = v\,u_\theta$$

Bila besar dan arah v berubah maka dv/dt adalah :

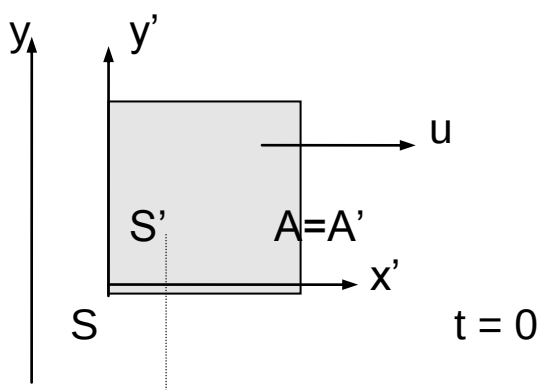
$$dv/dt = a = v\, du_\theta/dt + u_\theta\ dv/dt$$
$$a = a_T\, u_\theta - a_R\, u_r$$

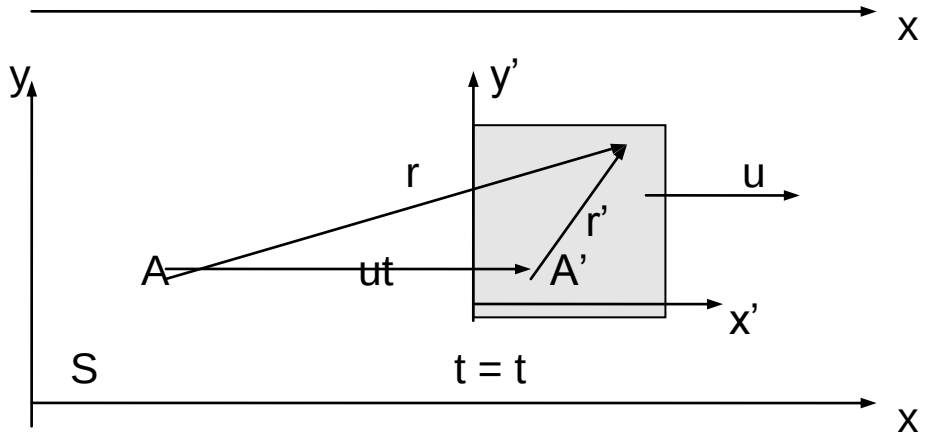
a_R : percepatan radial = percepatan centripetal = v^2/r
a_T : percepatan tangensial

4. KECEPATAN DAN PERCEPATAN RELATIF



Bila suatu partikel bergerak dalam suatu kerangka (S') dan kerangka tersebut juga bergerak terhadap kerangka diam (S) yang lain, maka partikel tersebut kecepatan dan percepatannya tergantung pada kerangka mana dilihat.





Pada saat t =0 partikel di titik A menurut kerangka S dan dititik A' menurut kerangka S', dimana kedua titik tersebut berimpit. Bila kerangka S' bergerak dengan kecepatan konstan u sejajar sumbu x maka pada saat t = t titik A bergeser sejauh ut. Dan apabila titik A' bergerak dalam kerangka S' sejauh r' maka posisi partikel dilihat oleh kerangka S adalah r, dimana

$$r = r' + ut$$

maka

$$dr/dt = dr'/dt + u$$

$$v = v' + u$$

Jadi kecepatan partikel relatif terhadap kerangka S, yaitu v, merupakan jumlah vektor kecepatan v' yaitu kecepatan partikel terhadap kerangka S' dan u yaitu kecepatan kerangka S' terhadap S.

Karena u konstan maka dv/dt = dv'/dt atau a = a', dalam kerangka yang bergerak relatif terhadap kerangka lain dengan kecepatan konstan, percepatannya akan nampak sama.