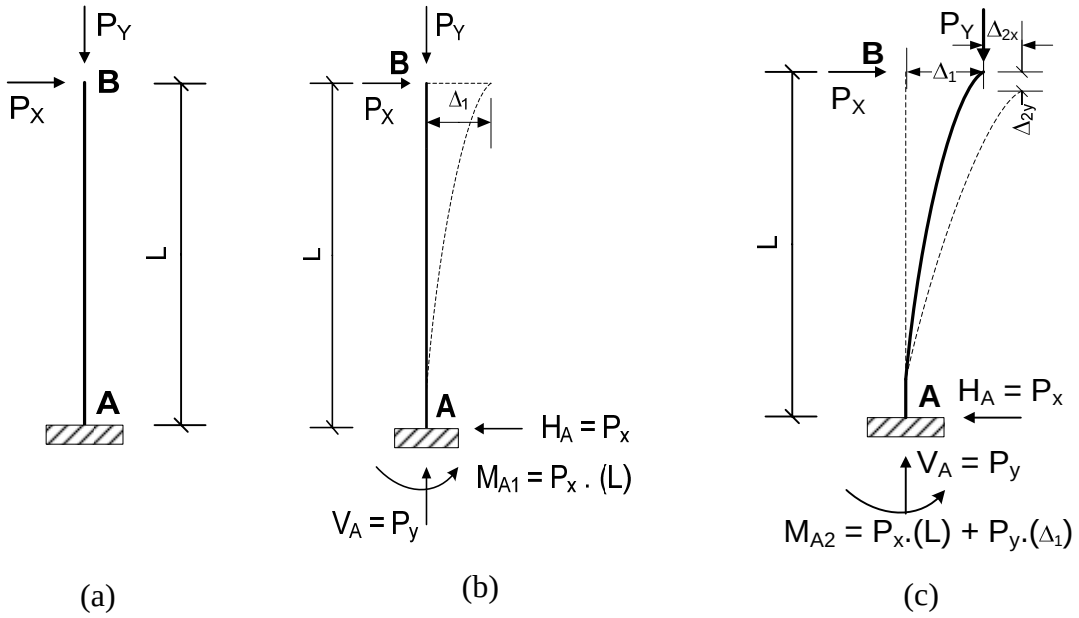
**Pertemuan 13**

**ANALISIS P- DELTA**

## 13.1 Pengertian Efek P-Delta (P-Δ)




**Gambar 13.1**
**Model Struktur yang mengalami Efek P-Delta**

Analisis struktur pada model struktur gambar 13.1 (a), yang secara simultan menerima gaya transversal ($P_x$) dan aksial gravitasi ($P_y$), hanya akan menghasilkan perpindahan horizontal yang diakibatkan gaya lateral $P_x$ sebesar $\Delta_1$. Demikian pula, momen yang timbul di titik A ($M_A$) adalah sebesar $M_{A1} = P_x.(L)$, sehingga pengaruh $P_y$ terhadap $M_A$ tidak terhitung. Analisis struktur seperti gambar 13.1 (b) sering dilakukan dan dikenal dengan sebutan analisis orde pertama.

Namun pada kondisi nyata, ketika gaya $P_x$ bekerja dan menyebabkan perpindahan horisontal sebesar $\Delta_1$ tersebut, akan menimbulkan suatu eksentrisitas gaya gravitasi terhadap sumbu vertikal dari model struktur yang besarnya adalah perpindahan $\Delta_1$ itu juga. Eksentrisitas tersebut akan menghasilkan momen tambahan internal yang dapat mempengaruhi momen hasil analisis orde pertama, dan menambah pula besarnya defleksi di titik B ($\Delta_{2x}$ dan $\Delta_{2y}$) yang terjadi pada titik B seperti gambar 13.1 (c). Sehingga terjadi perbesaran momen di titik A yaitu $M_{A2} = P_x.(L) + P_y.(\Delta_1)$, dan total perpindahan horizontal di titik B menjadi $\Delta_1 + \Delta_{2x}$.

Pengaruh gaya gravitasi $P_y$ pada perpindahan horizontal $\Delta_1$ dikenal dengan sebutan efek P-Delta, sedangkan analisisnya sering dinamakan analisis P-Delta atau analisis struktur orde 2. Pada analisis P-Delta seperti gambar 13.1 (c), diperlukan beberapa kali perhitungan (iterasi) untuk mempertimbangkan pengaruh perbesaran momen dan defleksi lanjutan. Sebagai ilustrasi gambar 13.1 (c), setelah diperhitungkan $M_{A2}$ maka perlu dilakukan iterasi selanjutnya yaitu $M_{A3} = P_x.(L) + P_y.(\Delta_1 + \Delta_{2x})$ dan defleksi yang ditimbulkan di titik B adalah sebesar $\Delta_{3x}$ dan $\Delta_{3y.}$ Kemudian dilakukan iterasi berikut untuk memperoleh $M_{A4}$ , $\Delta_{4x}$ dan $\Delta_{4y}$ dan seterusnya hingga diperoleh besarnya defleksi yang terjadi di titik B mendekati nol. Semakin banyak dilakukan iterasi maka hasil analisis P-Delta yang diperoleh akan semakin akurat.

Pada struktur gedung umumnya, khususnya bangunan tinggi, efek P-Delta dapat mungkin terjadi khususnya untuk kolom langsing terhadap pembebanan gravitasi, termasuk beban mati maupun beban hidup. Pengaruhnya dapat menyebabkan kolom tersebut semakin lentur terhadap pembebanan lateral. Sehingga efek P-Delta tidak dapat diabaikan dalam perencanaan dan desain struktur.

## 13.2 Kemampuan SAP2000 melakukan Analisis P-Delta

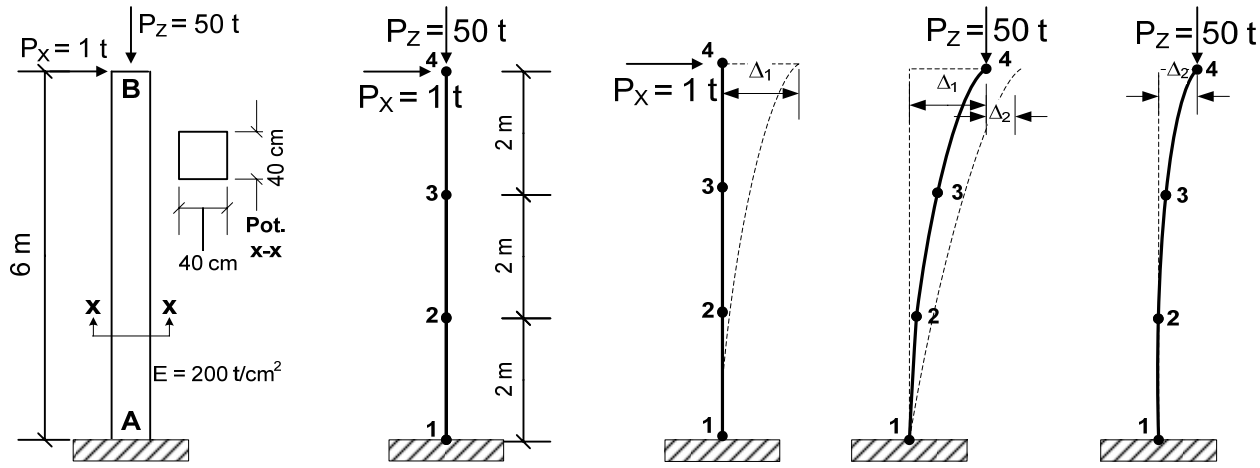
Elemen frame pada SAP2000 telah memasukkan formulasi untuk analisis P-Delta. Jika diaktifkan, software akan memperhitungkan pengaruh beban aksial yang besar terhadap perilaku momen lentur transversal. Gaya aksial tekan akan mengurangi kekakuan lentur (momen bertambah), sedangkan gaya aksial tarik akan memperkaku (momen berkurang).

Meskipun Analisis P-Delta dapat dikategorikan sebagai analisis non-linier geometri, namun oleh software SAP2000 belum memperhitungkan efek lendutan yang besar. Beberapa asumsi & keterbatasan Analisis P-Delta dalam *software* SAP2000 antara lain:

- Pengaruh P-Delta hanya di analisis pada element frame saja.
- Untuk perhitungan P-Delta yang menyebabkan momen tambahan, hanya dari eksentrisitas akibat deformasi transversal saja.
- Gaya aksial P-Delta dianggap konstan sepanjang elemen
- Geometri struktur sebelum dan setelah dibebani dianggap masih sama.

SAP2000 mampu melakukan analisis P-Delta dengan 2 cara, yang pertama adalah dengan memberikan kombinasi gaya statik yang dihitung oleh komputer secara iterasi, yang kedua adalah dengan cara menetapkan secara langsung (otomatis) gaya aksial pada elemen frame melalui menu Assign → Frame → P-Delta Forces.

## 13.3 Analisis P-Delta secara ITERASI dengan *software* SAP2000

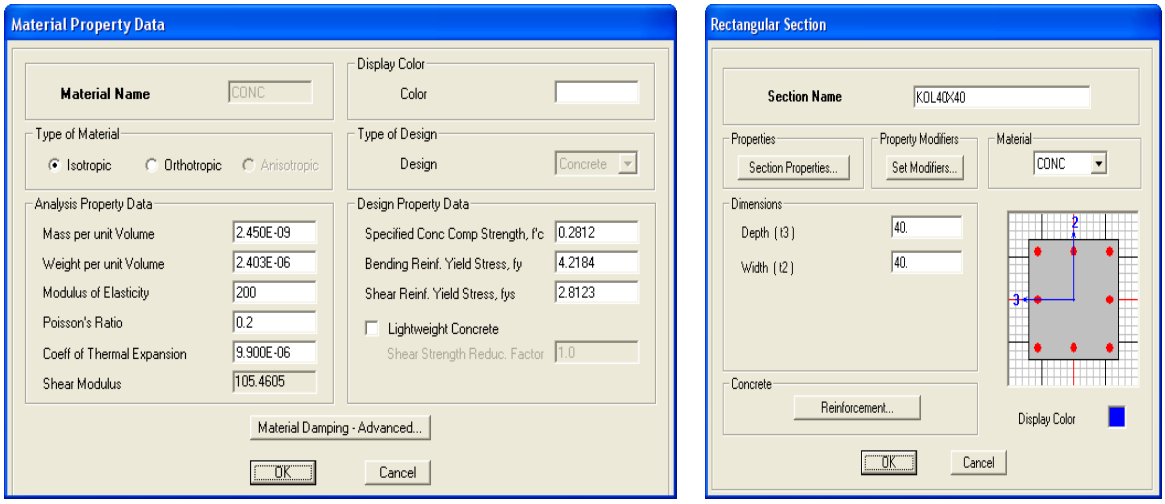



(a) Struktur Nyata (b) Pemodelan (c) Iterasi 1 (d) Iterasi 2 (e) Iterasi 3

**Gambar 13.2 Iterasi Manual untuk Analisis P-Delta**

Berikut contoh analisis P-Delta pada model struktur kolom (Gambar 13.2 a) secara iterasi. Langkah – langkah:

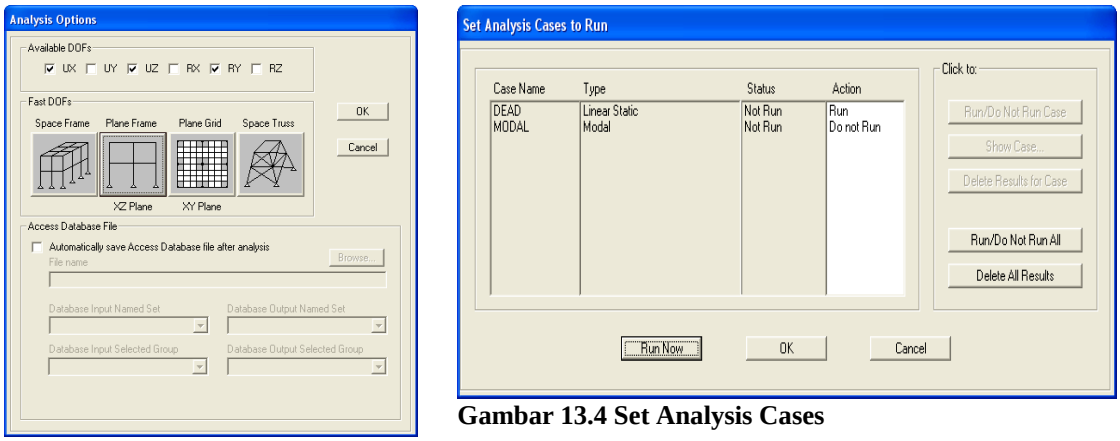
1. Pastikan satuan dalam ton – cm.
2. Buat konfigurasi model struktur beserta pembebanan Px seperti gambar 6.2 (c), yang terdiri dari 4 *point* dan 3 *line*. Dimensi penampang adalah 40 cm x 40 cm, E = 200 t/cm2, dan υ = 0,2. Berat sendiri belum diperhitungkan.



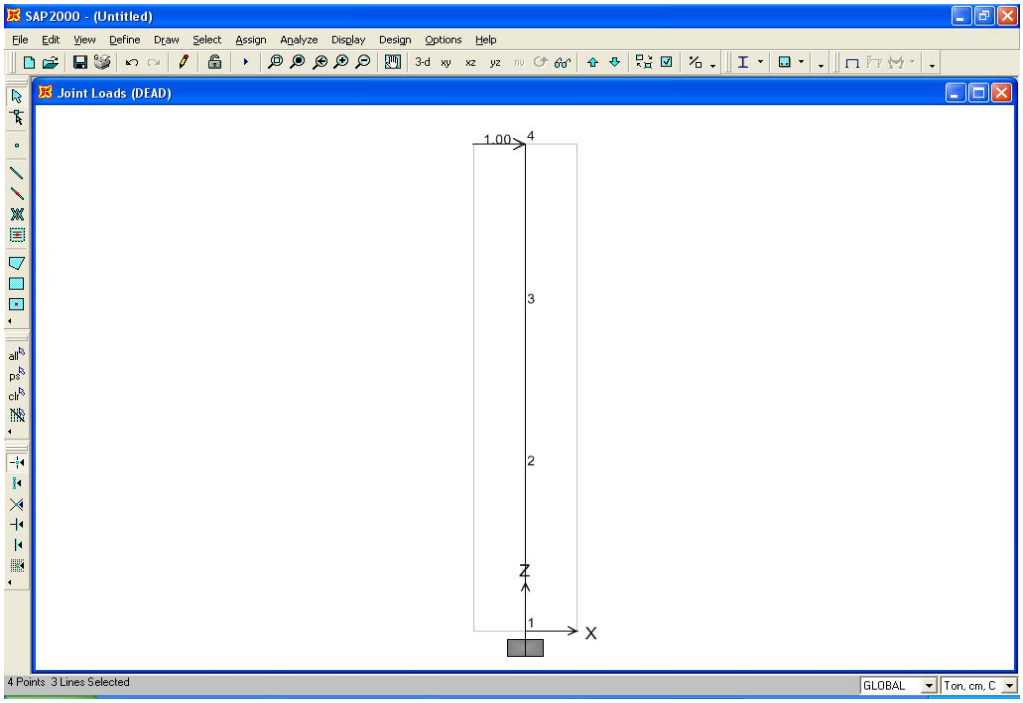

**Gambar 13.3 Data Material dan Penampang Frame**

3. Set Analysis Option → pilih DOF untuk plane frame, kemudian Run Analysis dengan membuat 'Do not Run' pada case name '*MODAL*'. Lihat gambar 13.4.

4. Hasil analisis dapat dilihat pada menu Display → Show Analysis Results Tables → checklist pada Joint Output Reactions dan Displacement → OK, hasilnya dapat dilihat pada tabel 13.1 dan tabel 13.2.




**Gambar 13.4 Set Analysis Cases**




**Gambar 13.5 Konfigurasi Struktur Iterasi 1**

**TABEL 6.1 *Joint Displacements* Iterasi 1**

| Joint | OutputCase | CaseType | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Text | Text | Text | cm | cm | cm | Rad | Radians | Radians |
| 1 | DEAD | LinStatic | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | DEAD | LinStatic | 0.2518 | 0 | 0 | 0 | 0.002344 | 0 |
| 3 | DEAD | LinStatic | 0.8786 | 0 | 0 | 0 | 0.00375 | 0 |
| 4 | DEAD | LinStatic | 1.6929 | 0 | 0 | 0 | 0.004219 | 0 |

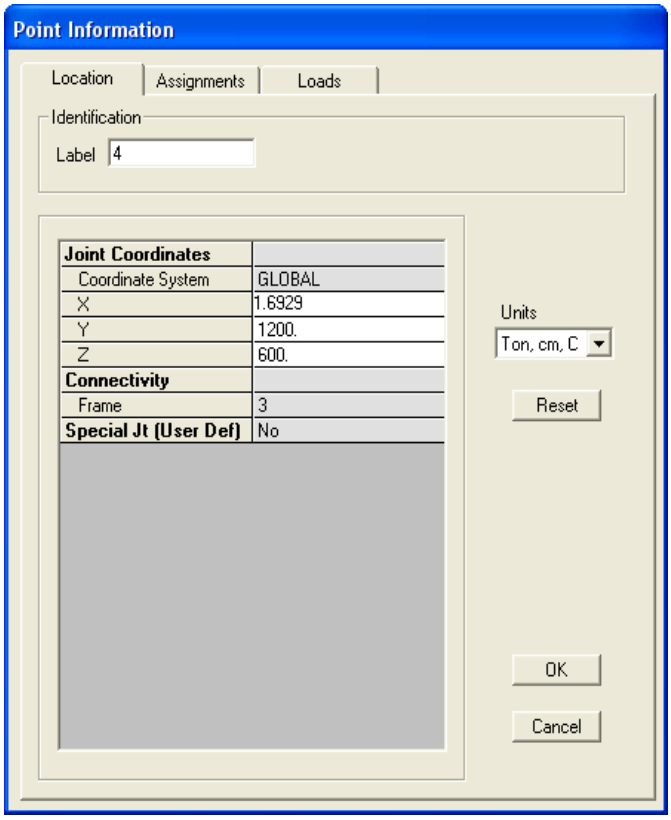
Interpretasi :
Diperoleh besarnya displacements pada iterasi 1 untuk point 4 ($\Delta_1$) = 1,6929 cm.

**TABEL 6.2 *Joint Reactions* Iterasi 1**

| Joint | OutputCase | CaseType | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Text | Text | Text | Ton | Ton | Ton | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm |
| 1 | DEAD | LinStatic | -1 | 0 | 0 | 0 | -600 | 0 |

Interpretasi :
Diperoleh besarnya reaksi peletakan pada iterasi 1 dititik A adalah $M_A$ = -600 ton-cm (searah jarum jam) dan $H_A$ = -1 ton (ke kanan)

5. *Unlock* program, lihat gambar 13.2 (d) untuk melakukan analisis iterasi 2.
6. Klik kanan pada point 4, isilah nilai X = 1,6929 sesuai dengan hasil displacement yang diperoleh pada iterasi 1. Lakukan dengan cara yang sama untuk merubah X pada point 3, dan 2.




**Gambar 13.6 Merubah koordinat point 4 sesuai dengan *displacement* ($\Delta_1$) yang terjadi.**

7. Berikan beban Py = 50 ton pada point 4.
8. Lakukan Run Analysis dan lihat perbedaan *displacement* antara hasil analisis iterasi 1 dengan iterasi 2 pada tabel 13.3 dan 13.4.

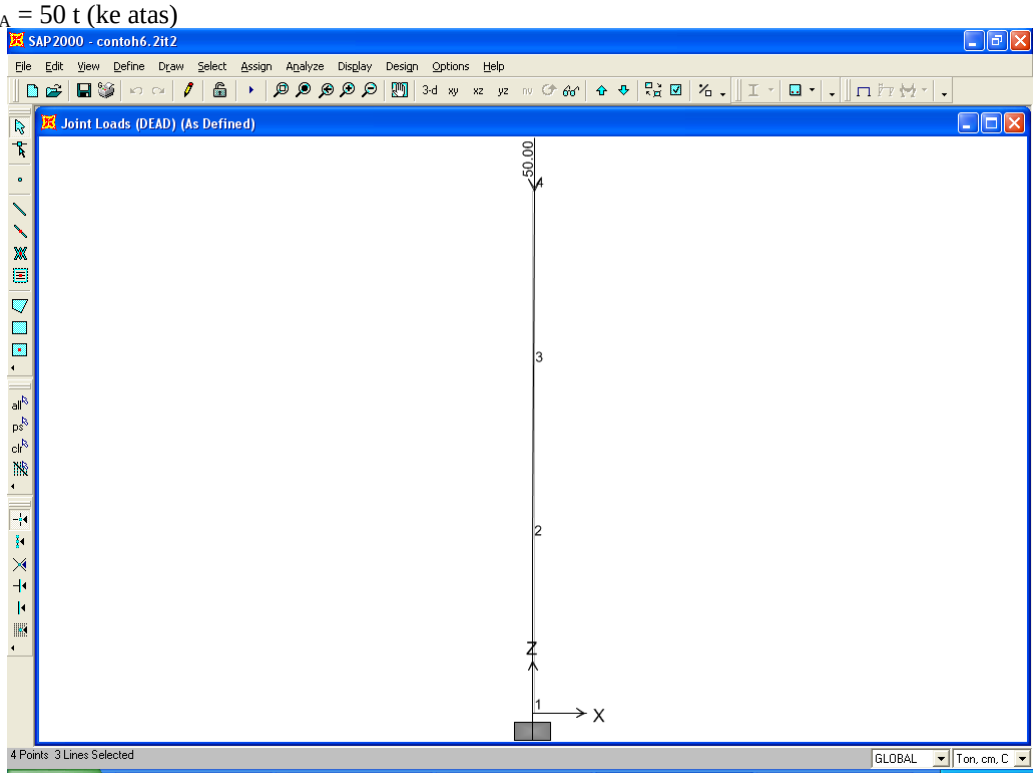
**TABEL 13.3 *Joint Displacements* Iterasi 2**

| Joint | OutputCase | CaseType | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Text | Text | Text | cm | cm | cm | Rad | Rad | Rad |
| 1 | DEAD | LinStatic | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | DEAD | LinStatic | 0.037784 | 0 | -0.031298 | 0 | 0.000367 | 0 |
| 3 | DEAD | LinStatic | 0.140301 | 0 | -0.062869 | 0 | 0.000632 | 0 |
| 4 | DEAD | LinStatic | 0.279578 | 0 | -0.094686 | 0 | 0.000727 | 0 |

Interpretasi :
Diperoleh besarnya *displacements* pada iterasi 2 untuk point 4 ($\Delta_2$) = 0.279578 cm.

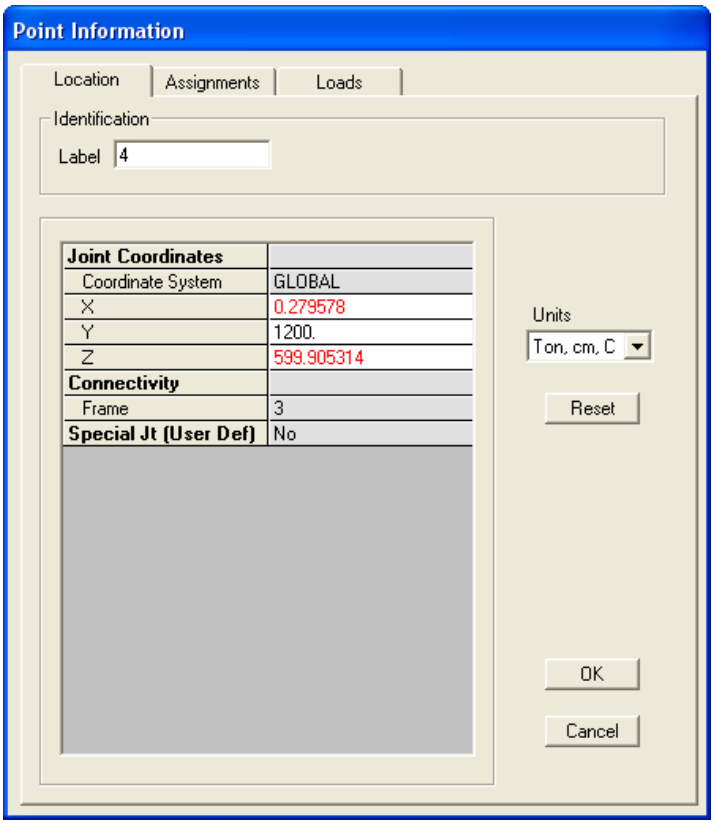
| TABEL 13.4 *Joint Reactions* Iterasi 2 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Joint** | **OutputCase** | **CaseType** | **U1** | **U2** | **U3** | **R1** | **R2** | **R3** |
| Text | Text | Text | Ton | Ton | Ton | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm |
| 1 | DEAD | LinStatic | 1.543E-15 | 0 | 50 | 0 | -84.645 | 0 |

Interpretasi :
Diperoleh besarnya reaksi peletakan pada iterasi 2 dititik A adalah $M_A$ = -84,645 ton-cm (searah jarum jam) dan $V_A$ = 50 t (ke atas)




**Gambar 13.7 Konfigurasi Struktur Iterasi 2**

9. *Unlock* program, lihat gambar 13.2 (e) untuk melakukan analisis iterasi 3.
10. Klik kanan pada point 4, isilah nilai X = 0,279578 cm dan Z = 600 – 0,094686 cm sesuai dengan hasil displacement yang diperoleh pada iterasi 2. Lakukan dengan cara yang sama untuk merubah X dan Z pada point 3, dan 2.




**Gambar 13.8 Merubah koordinat point 4 sesuai dengan *displacement* ($\Delta_2$) yang terjadi.**

11. Lakukan Run Analysis dan lihat perbedaan *displacement* antara hasil analisis iterasi 2 dengan iterasi 3 pada tabel 13.5 dan 13.6.
12. *Displacement* yang diperoleh pada iterasi 3 mendekati nol, sehingga iterasi 4 tidak akan dilakukan karena *displacement* yang diperoleh nanti juga akan relatif kecil.

**TABEL 13.5 *Joint Displacements* Iterasi 3**

| Joint | OutputCase | CaseType | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Text | Text | Text | cm | cm | cm | Rad | Rad | Rad |
| 1 | DEAD | LinStatic | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | DEAD | LinStatic | 0.006267 | 0 | -0.031246 | 0 | 0.000061 | 0 |
| 3 | DEAD | LinStatic | 0.023377 | 0 | -0.0625 | 0 | 0.000106 | 0 |
| 4 | DEAD | LinStatic | 0.046738 | 0 | -0.093761 | 0 | 0.000122 | 0 |

Interpretasi :
Diperoleh besarnya *displacements* pada iterasi 3 untuk point 4 ($\Delta_3$) = 0.046738 cm.

**TABEL 13.6 *Joint Reactions* Iterasi 3**

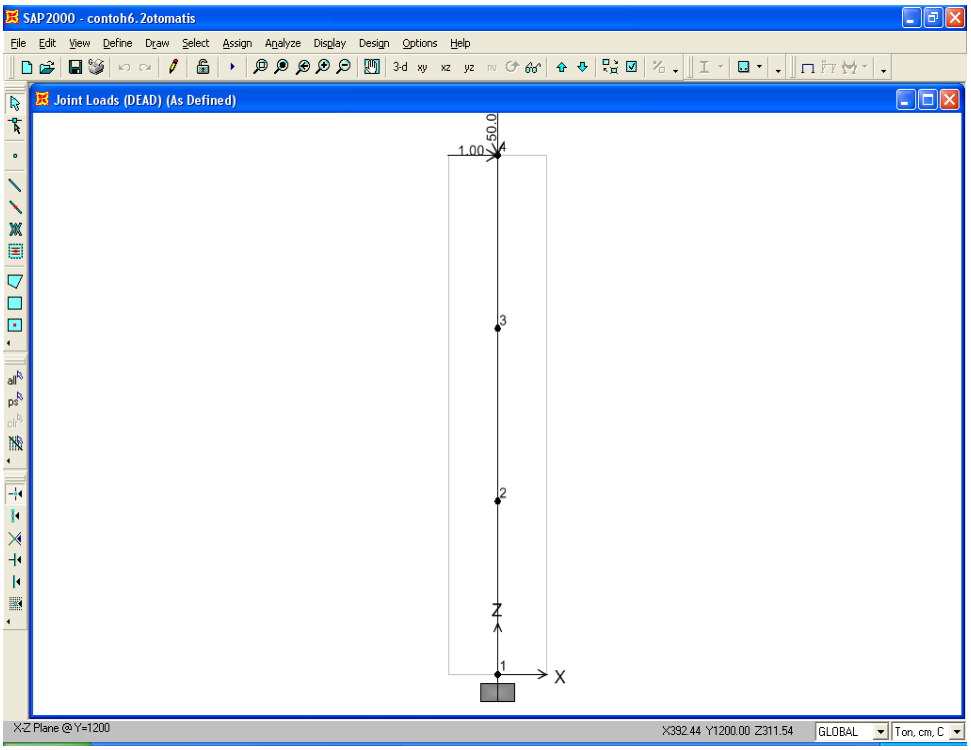
| Joint | OutputCase | CaseType | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Text | Text | Text | Ton | Ton | Ton | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm |
| 1 | DEAD | LinStatic | 1.676E-16 | 0 | 50 | 0 | -13.979 | 0 |

Interpretasi :
Diperoleh besarnya reaksi peletakan pada iterasi 3 dititik A adalah $M_A$ = -13,979 ton-cm (searah jarum jam) dan $V_A$ = 50 t (ke atas)

## 13.4 Analisis P-Delta secara otomatis dengan menu SAP2000

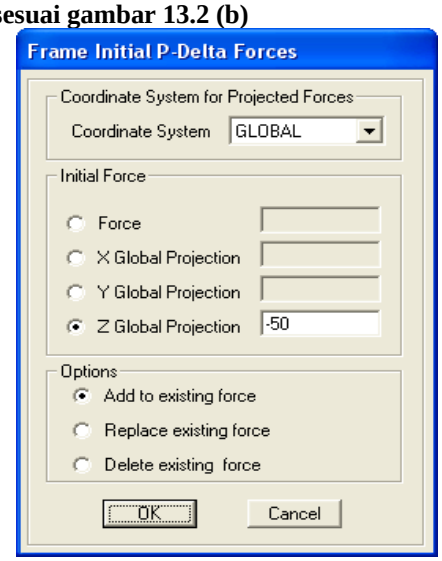
Berikut contoh analisis P-Delta untuk gambar 13.2 b secara otomatis. Langkah – langkah:

1. Buat konfigurasi model struktur beserta pembebanan Px seperti gambar 13.2 (b), yang terdiri dari 4 *point* dan 3 *line*. (Sama dengan cara iterasi.)




**Gambar 13.9 Konfigurasi struktur sesuai gambar 13.2 (b)**

2. Pilih seluruh frame, kemudian pilih menu Assign → Frame → P-Delta Forces. Inputlah nilai Py = 50 t sebagai gaya awal P-Delta, dengan cara isilah nilai – 50 pada box *Initial Force* untuk *Z Global Projection* seperti gambar 13.10.




**Gambar 13.10 *Frame Initial P-Delta Forces***

3. Lakukan Run Analysis dan lihat hasil *displacement* seperti pada tabel 13.7 dan 13.8.

**TABEL 13.7 Joint Displacements Cara Otomatis**

| Joint | OutputCase | CaseType | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Text | Text | Text | cm | cm | cm | Rad | Rad | Rad |
| 1 | DEAD | LinStatic | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | DEAD | LinStatic | 0.298482 | 0 | -0.03125 | 0 | 0.002797 | 0 |
| 3 | DEAD | LinStatic | 1.051939 | 0 | -0.0625 | 0 | 0.00453 | 0 |
| 4 | DEAD | LinStatic | 2.038326 | 0 | -0.09375 | 0 | 0.005117 | 0 |

Interpretasi :
Diperoleh besarnya *displacements* pada cara otomatis untuk point 4 (Δ) = 2,038326 cm.

| TABEL 13.8 Joint Reactions Cara Otomatis | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Joint | OutputCase | CaseType | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 |
| Text | Text | Text | Ton | Ton | Ton | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm |
| 1 | DEAD | LinStatic | -1 | 0 | 50 | 0 | -701.916 | 0 |

Interpretasi :
Diperoleh besarnya reaksi peletakan pada iterasi 3 dititik A adalah $M_A$ = -701.916 ton-cm (searah jarum jam), $H_A$ = -1 t (ke kanan) dan $V_A$ = 50 t (ke atas)

## 13.5 Perbandingan output analisis P-Delta secara iterasi vs otomatis

| TABEL 13.9 Perbandingan Hasil Displacements U1 (Δ) Iterasi vs Otomatis | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Joint | Iterasi 1 | Iterasi 2 | Iterasi 3 | Iterasi 4 | Total | Otomatis | Beda |
| Text | cm | cm | cm | cm | cm | cm | % |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.00 |
| 2 | 0.2518 | 0.037784 | 0.006267 | 0.001048 | 0.296899 | 0.298482 | 0.53 |
| 3 | 0.8786 | 0.140301 | 0.023377 | 0.003911 | 1.046189 | 1.051939 | 0.55 |
| 4 | 1.6929 | 0.279578 | 0.046738 | 0.007822 | 2.027038 | 2.038326 | 0.55 |

| TABEL 13.10 Perbandingan Hasil Reaksi Peletakan ($M_A$) Iterasi vs Otomatis | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Joint | Iterasi 1 | Iterasi 2 | Iterasi 3 | Iterasi 4 | Total | Otomatis | Beda |
| Text | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm | Ton-cm | % |
| 1 | -600 | -84.645 | -13.979 | -2.337 | -700.961 | -701.916 | 0.14 |