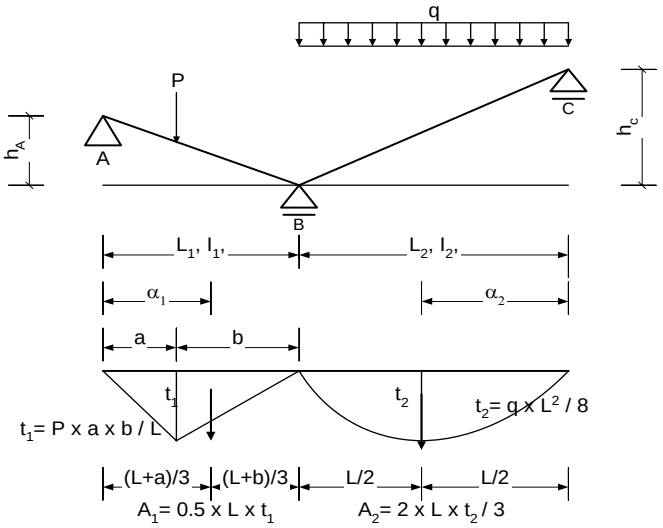
PERSAMAAN 3 MOMEN (CLAPEYRON)

Menganalisis Struktur Statis Tak Tentu dengan Clapeyron selalu melibatkan 3 momen pada 3 tumpuan.
Berikut rumus yang diberikan:

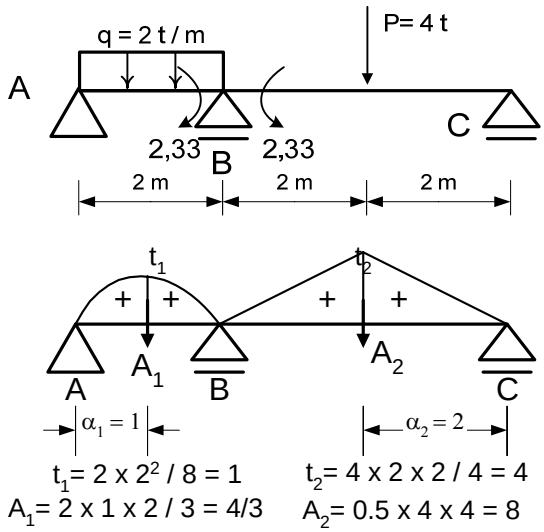


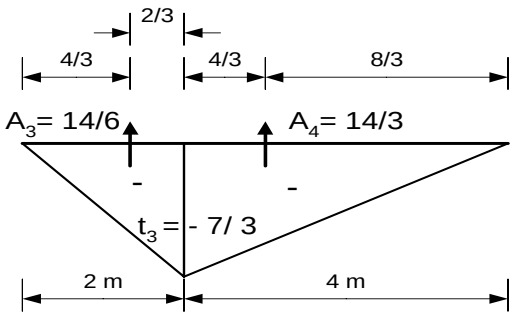
$$M_A\left(\frac{L_1}{I_1}\right)+2M_B\left(\frac{L_1}{I_1}+\frac{L_2}{I_2}\right)+M_c\left(\frac{L_2}{I_2}\right)=$$
$$\frac{-6A_1\alpha_1}{L_1I_1}+\frac{-6A_2\alpha_2}{L_2I_2}+\frac{6Eh_A}{L_1}+\frac{6Eh_B}{L_2}$$

Langkah-langkah metode persamaan 3 momen:

1. Buat diagram momen pada bentang yang akan di analisis, lalu hitung luas daerah diagram momen masing-masing bentang (untuk mencari A_1 dan A_2) dan tentukan juga titik beratnya (untuk mencari α_1 dan α_2). Jika peletakan mengalami penurunan tentukan besarnya h_A dan h_C. (bernilai + jika yang ditinjau AB dan BC, bernilai negatif jika yang ditinjau A_0 dan AB)

2. Gunakan rumus persamaan 3 momen untuk setiap 3 tumpuan dan hitunglah besarnya masing-masing momen. Untuk momen pada sendi/rol pada peletakan ujung-ujung struktur selalu diambil nol. Selanjutnya gambarkan diagramnya berdasarkan momen yang diperoleh dari rumus persamaan 3 momen.
3. Kontrol kebenaran hasil momen yang diperoleh dengan menghitung putaran sudut. Putaran sudut dapat dihitung secara conjugate-beam, dengan menganggap diagram momen yang dihasilkan dari beban luar dan diagram momen yang dihasilkan dari persamaan 3 momen sebagai beban merata. Hasil yang diperoleh harus sama pada 2 bentang yang bersebelahan {Contoh: $\theta_{B\ (bentang\ AB)} = \theta_{B\ (bentang\ BC)}$}
4. Jika dipenuhi kesamaan tersebut maka momen yang dihasilkan dari persamaan 3 momen dapat digunakan. Hitunglah reaksi peletakan dengan cara superposisi. (Akibat beban luar dipisahkan dengan akibat momen yang diperoleh)



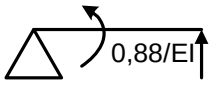


$$2M_B\left(\frac{2}{I_1}+\frac{4}{I_2}\right)=\frac{-6(4/3)(1)}{2I}+\frac{-6(8)(2)}{4I}$$

$$2M_B\left(\frac{6}{I}\right)=\frac{-28}{I}\ \rightarrow\ M_B=-\frac{7}{3}=-2{,}33$$

Kontrol Momen:

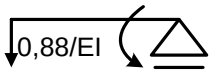
Bentang AB



$$\theta_B=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{14}{6}\right)=-\frac{0{,}88}{EI}$$

(searah jarum jam)

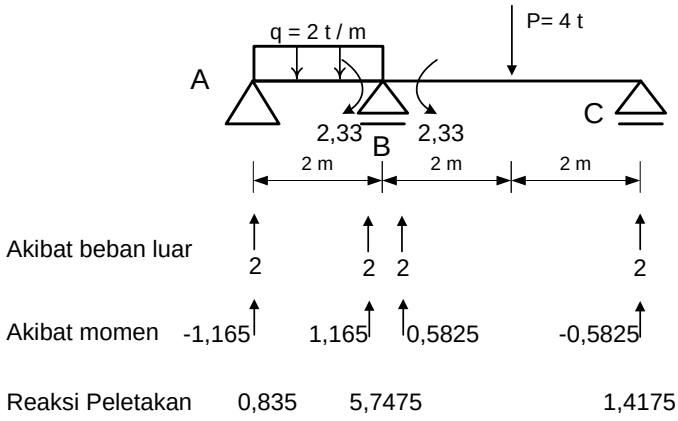
Bentang BC



$$\theta_B=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\times 8-\frac{4}{3}\times\frac{14}{3}\right)=\frac{0{,}88}{EI}$$

(searah jarum jam)

Reaksi Peletakan



Pada tumpuan A:
V_A akibat beban luar = ½ x 2 x 2 = 2 ton
V_A akibat momen = (- 2,33)/2 = - 1,165 ton
Total V_A = 2 – 1,165 = 0,835 ton

Pada tumpuan B:
V_B akibat beban luar (lihat bentang AB) = 2 ton
V_B akibat beban luar (lihat bentang BC) = 2 ton
V_B akibat momen (lihat bentang AB) = 1,165 ton
V_B akibat momen (lihat bentang BC) = 0,5825 ton
Total V_B = 2 + 2 + 1,165 + 0,5825 = 5,7475 ton

Pada tumpuan C:
V_C akibat beban luar (lihat bentang AB) = 2 ton
V_C akibat beban luar (lihat bentang BC) = - 0,5825 ton
Total V_C = 2 – 0,5825 = 1,4175 ton

Kontrol :
$V_A + V_B + V_C = 4 + 4$
0,835 + 5,7475 + 1,4175 = 4 + 4 (OK!)

Contoh 2:

Persamaan 3 momen pada tumpuan A-B-C:

$$M_A\left(\frac{2}{I}\right)+2M_B\left(\frac{2}{I}+\frac{4}{I}\right)+M_c\left(\frac{4}{I}\right)=\frac{-6\left(\frac{4}{3}\right)1}{2I}+\frac{-6(8)2}{4I}$$

$$\left(\frac{2M_A}{I}\right)+\left(\frac{12M_B}{I}\right)=\left(\frac{-28}{I}\right)\text{……persamaan 1}$$

Persamaan 3 momen pada tumpuan A_0-A-B:

$$M_{A_0}\left(\frac{L_0}{\sim}\right)+2M_A\left(\frac{L_0}{\sim}+\frac{2}{I}\right)+M_c\left(\frac{2}{I}\right)=\frac{-6\left(\frac{4}{3}\right)1}{2I}$$

$$\left(\frac{4M_A}{I}\right)+\left(\frac{2M_B}{I}\right)=\left(\frac{-4}{I}\right)\text{…….persamaan 2}$$

Dari dua persamaan (pers.1 dan pers.2) diperoleh:
M_A = 0,18 tm dan M_B = -2,36 tm

Kontrol Momen.
Putaran sudut di A (peletakan jepit) harus nol ($\theta_A = 0$)

$$\theta_A=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\times 0{,}18-\frac{1}{3}\times 2{,}36\right)=\frac{0}{EI}$$

Bentang AB

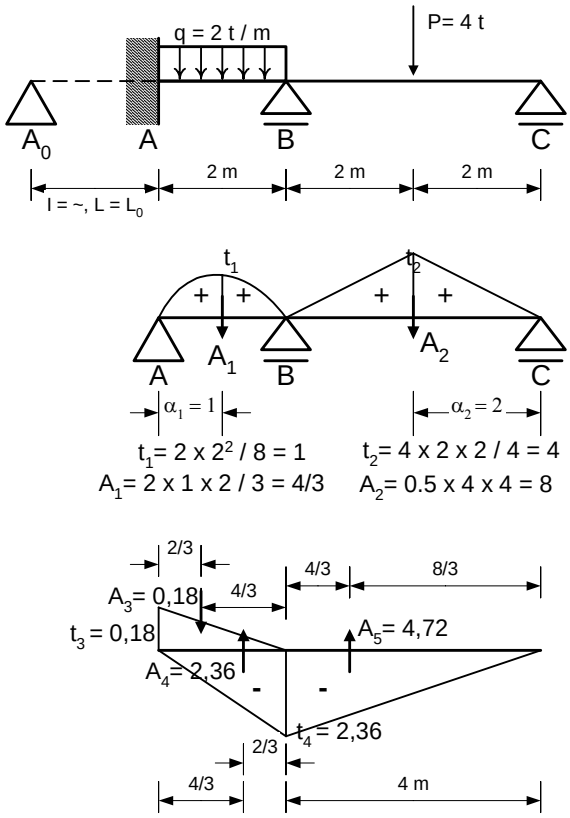
$$\theta_B=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\times 0{,}18-\frac{2}{3}\times 2{,}36\right)=-\frac{0{,}84}{EI}\text{ radian}$$

(searah jarum jam)

Bentang BC

$$\theta_B=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\times 8-\frac{2}{3}\times 4{,}72\right)=\frac{0{,}853}{EI}\text{ radian (searah)}$$

Hasil persamaan 3 momen dapat digunakan untuk menentukan reaksi peletakan.



Menentukan Reaksi Peletakan

Pada tumpuan A:

V_A akibat beban luar = ½ x 2 x 2 = 2 ton

V_A akibat momen = (- 2,36 + 0,18)/2 = - 1,09 ton

Total V_A = 2 – 1,09 = 0,91 ton

Pada tumpuan B:
V_B akibat beban luar (lihat bentang AB) = 2 ton
V_B akibat beban luar (lihat bentang BC) = 2 ton
V_B akibat momen (lihat bentang AB) = 1,09 ton
V_B akibat momen (lihat bentang BC) = 0,59 ton
Total V_B = 2 + 2 + 1,09 + 0,59 = 5,68 ton

Pada tumpuan C:
V_C akibat beban luar (lihat bentang AB) = 2 ton
V_C akibat beban luar (lihat bentang BC) = - 0,59 ton
Total V_C = 2 – 0,59 = 1,41 ton

Kontrol :
$V_A + V_B + V_C = 4 + 4$
0,91 + 5,68 + 1,41 = 4 + 4 (OK!)

