FUNGSI NON LINIER

Fungsi Non Linier

- Polinom atau suku banyak dalam X atau P(X) ialah ungkapan yang mengandung suku KX^r, dimana K = konstanta serta r = bilangan bulat. Derajat polinom adalah harga tertinggi r dalam P(X).
- Fungsi polinom mempunyai bentuk umum:

  $Y = a_0 + a1X + a_2 X^2 + \ldots\ldots + a_n X^n$
- Fungsi polinom derajat dua atau fungsi kuadrat adalah fungsi non-linier yang variabel bebasnya berpangkat dua. Grafik dari fungsi kuadrat ini merupakan garis tidak lurus berbentuk parabola.

Fungsi Kuadrat

- Bentuk umum : $Y = aX^2 + bX + c$, dimana a,b dan c = konstanta
  Y = variabel tidak bebas
  X = variabel bebas
- Dalam menggambarkan grafik parabola : $Y = aX^2 + bX + c$, dapat di perhatikan hal-hal berikut :

1. Parabola termuka ke arah Y positif (terbuka keatas) bila a positif
2. Parabola terbuka ke arah Y negatif (terbuka ke bawah)bila a negatif
3. Intersep = c
4. Harga x dan 2, yang cepat riil, berimpit atau hayal

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Jika diskriminan (D) = $b^2 - 4ac > 0$ maka terdapat 2 titik potong, yaitu :

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

jadi titik potong dengan sumbu Y = 0 adalah

$$\left(-\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0 \right) \quad \text{dan} \quad \left(-\frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0 \right)$$

- Jika $D = b^2 - 4ac = 0$, maka hanya terdapat satu titik potong. Yaitu :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

jadi titik potong dengan sumbu Y = 0 adalah : $\left(-\frac{b}{2a}, 0 \right)$

- Jika $D = b^2 - 4ac < 0$, maka tidak terdapat titik potong dengan sumbu X.

5. Sumbu parabola adalah $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{2a}$

Disubstitusikan pada persamaan : $Y = aX^2 + bX + c$, maka

$$y = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y = -\frac{b^2}{4a} + c \quad \rightarrow \quad y = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

Sehingga titik puncak parabola : $\left(-\frac{b^2}{2a} \quad , \quad \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$

Contoh : gambarkan grafik fungsi : $Y = x^2 - 5X + 6$!!!

Fungsi Banyak Pangkat dan Eksponen

- Fungsi Pangkat Banyak
  jika $Y = X^n$ atau $Y = aX\ c$,
  dimana: n = pangkat
  n, x, a, c = bilangan real
- Fungsi Eksponen
  Adalah suatu fungsi dimana variabel bebasnya merupakan pangkat dari suatu konstanta
  Contoh : $Y = f(X) = a^X$
  dimana; a = konstanta dan a>0
  x dan Y = variabel
  Karena a>0, maka nilai fungsinya selalu positif, sehingga diagram fungsinya terletak diatas sumbu X. Makin besar harga a maka diagram fungsi makin mendekati sumbu Y.
  Bilangan pokok yang sering dipakai adalah e = 2,7182818128……
  penggambaran grafik dari fungsi eksponen dapat diperoleh melalui tabel X dan Y.

- Kaidah eksponensial yang penting :

$$a^0 = 1$$

$$a^{-k} = \frac{1}{k}$$

$$a^{l/q} = \sqrt[q]{a}$$

$$a^m \bullet a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^{m(k)} = a^{(mk)}$$

Contoh : Gambarkan grafik fungsi $Y = 2^X$!!!

Fungsi Logaritma

- Fungsi Logaritma adalah suatu fungsi non-linier dimana variabel bebasnya dalam bentuk logaritma.

  Bentuk umum : $Y = {}^{a}\log X$

  Dimana; $a > 0$ dan $a \neq 1$
- Fungsi $\log Y = f(X) = {}^{a}\log X$ merupakan invers dari fungsi eksponen $Y = g(X) = a^{X}$. Karena itu diagram fungsi logaritma merupakan bayangan pencerminan terhadap garis diagram dari fungsi eksponen. Fungsi logaritma tidak memotong sumbu Y.

Contoh : gambarkan grafik $Y = {}^{2}\log X$!

Fungsi Hiperbolik

- Fungsi Hiperbolik

  Fungsi pecah adalah fungsi non-linier yang variabel bebasnya merupakan penyebut. Grafik dari fungsi ini berbentuk Hiperbola.

  Bentuk umum :

$$Y = \frac{aX + b}{cX + d}$$

dimana; a,b,c dan d = konstanta

X = variabel bebas

Y = variabel tidak bebas

- Ciri matematis dari fungsi pecah :

1. Titik potong dengan sumbu Y pada X = 0 yaitu b/d. Jadi P (0,b/d).
2. Titik potong dengan sumbu X pada Y = 0 yaitu $\frac{aX+b}{cX+d}$ sehingga aX + b = 0 $\longrightarrow$ x = -b/a

   Jadi Q (-b/a,0)
3. Asimtot datar (horizontal) bila x = ~ , maka

$$Y = \frac{aX+b}{cX+d} \longrightarrow Y = \frac{a+(b/X)}{c+(d/X)}$$

b/~ = 0 dan d/~ = 0 maka Y = a/c

4. Asimtot tegak (vertikal) bila Y = ~ , adalah $Y = \frac{aX+b}{cX+d}$

$$\infty = \frac{aX+b}{cX+d} \longrightarrow cX+d = \frac{aX+b}{\infty}$$, cX + d = 0 $\longrightarrow$ X = -d/c

Jadi asimtot tegak adalah X = -d/c

- Contoh : jika diketahui $Y = \frac{2X + 3}{X + 1}$

Gambarkan grafik fungsinya !