VARIABEL ACAK & FUNGSI DISTRIBUSI

Mata Kuliah Pemodelan & Simulasi

Pertemuan Ke- 5 & 6

Riani L.

Jurusan Teknik Informatika

Universitas Komputer Indonesia

Variabel acak (random variable)

- Definisi: suatu fungsi atau aturan yang menunjukkan sebuah bilangan riil untuk suatu titik sampel pada ruang sampel S
- Variabel yang nilainya ditentukan oleh hasil sebuah eksperimen.
- Variabel acak merepresentasikan hasil yang tidak pasti.
- Biasanya variabel acak dinyatakan dengan huruf besar X, Y, Z dan nilai variabel acaknya dimisalkan dengan huruf kecil x, y, z.
- Variabel Acak terdiri dari :
  - Variabel Acak Diskrit
  - Variabel Acak Kontiniu

Variabel Acak Diskrit

- Variabel acak yang nilainya berupa bilangan cacah, dapat dihitung dan terhingga.

- Contoh:
  - Jumlah pembeli yang memasuki sebuah toko = 2 orang
  - Banyaknya produk yang rusak = 12 buah

- Ruang sampel diskrit :
  - Ruang sampel diskrit mempunyai banyak elemen terhingga
  - Eksperimen : Pelemparan sebuah dadu
  - Hasil : Mata dadu yang tampak di atas
  - Ruang sampel : S = {1,2,3,4,5,6}
  - Peristiwa : A = Titik ganjil yang muncul = {1,3,5}
    B = Titik genap yang munccul = {2,4,6}

VARIABEL ACAK KONTINU

- Variabel acak yang nilainya berupa selang bilangan, tidak dapat dihitung dan tidak terhingga (memingkinkan pernyataan dalam bilangan pecahan).

- Biasanya untuk hal-hal yang diukur (jarak, waktu, berat, volume)

- Contoh:
  -Jarak pabrik ke pasar = 35,57 km
  -Waktu produksi per unit = 15,07 menit

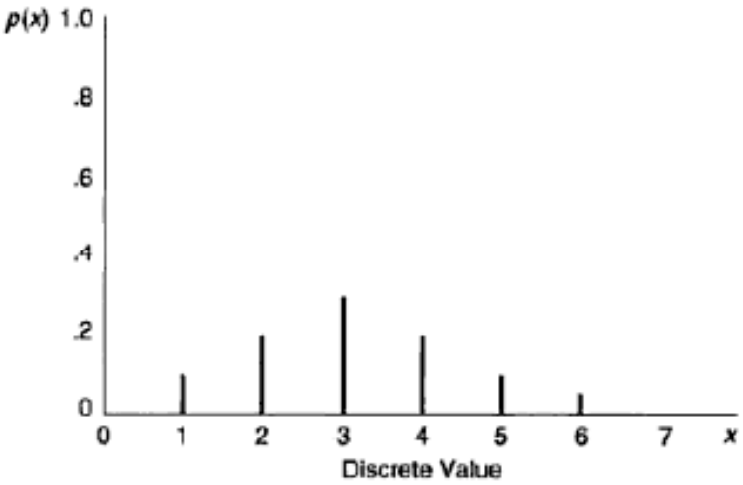
- Ruang sampel kontinu :
  - Ruang sampel kontinu mempunyai bilangan-bilangan dalam suatu interval
  - Eksperimen : Pemilihan 1 mahasiswa secara random, dicatat IPK-nya
  - Hasil : Bilangan real antara 0 dan 4
  - Ruang sampel : $S = \{ x \in R : 0 \leq x \leq 4\}$
  - Peristiwa : A = IPK di atas 3 = $\{3 < x \leq 4\}$
    B = IPK di bawah 2 = $\{0 \leq x < 2\}$

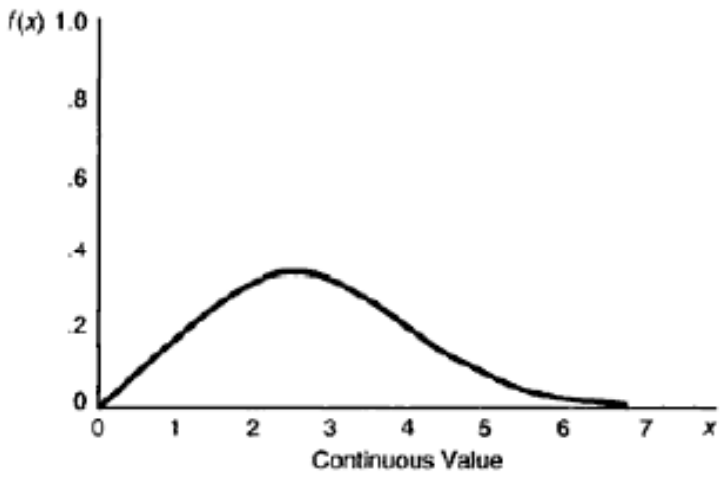
Distribusi Probabilitas

- **Distribusi probabilitas** dari variabel acak adalah tabel, grafik, atau rumus yang menyatakan probabilitas setiap nilai yang mungkin dimiliki variabel acak.

- Contoh:

  Ada sebuah kuis dengan tiga pertanyaan dengan kemungkinan jawaban benar/salah. Ruang sampel kuis ini terdiri dari hasil





Distribusi Diskrit vs Kontinu

- Sejumlah nilai yang mungkin (a countable number of possible values)

- Contoh :
  - Jumlah item dalam satu lot
  - Jumlah individu dalam sekelompok orang

- Distribusi :
  - Distribusi Uniform
  - Distribusi Exponential
  - Distribusi Gamma
  - Distribusi Weibull
  - Distribusi Normal

- Sebuah kontinum dari nilai

- Contoh :
  - Sebuah mesin dengan waktu siklus yang terdistribusi seragam (uniform) antar 1,2 – 1,8 menit

- Distribusi :
  - Distribusi Diskrit Uniform
  - Distribusi Binomial
  - Distribusi Binomial Negatif
  - Distribusi Geometric
  - Distribusi Poisson

Distribusi Uniform Kontinyu – U(α,β)

- Distribusi :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha}, & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1, & b < x \end{cases}$$

- Densitas :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta-\alpha}, & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases}$$

- Parameter :

  α, β real ; α < β

- Mean:

$$\mu_x = \frac{\alpha+\beta}{2}$$



- Variansi:

$$\sigma_x^2 = \frac{(\beta-\alpha)^2}{12}$$

Distribusi Normal– $N(\mu,\sigma^2)$

- Densitas :

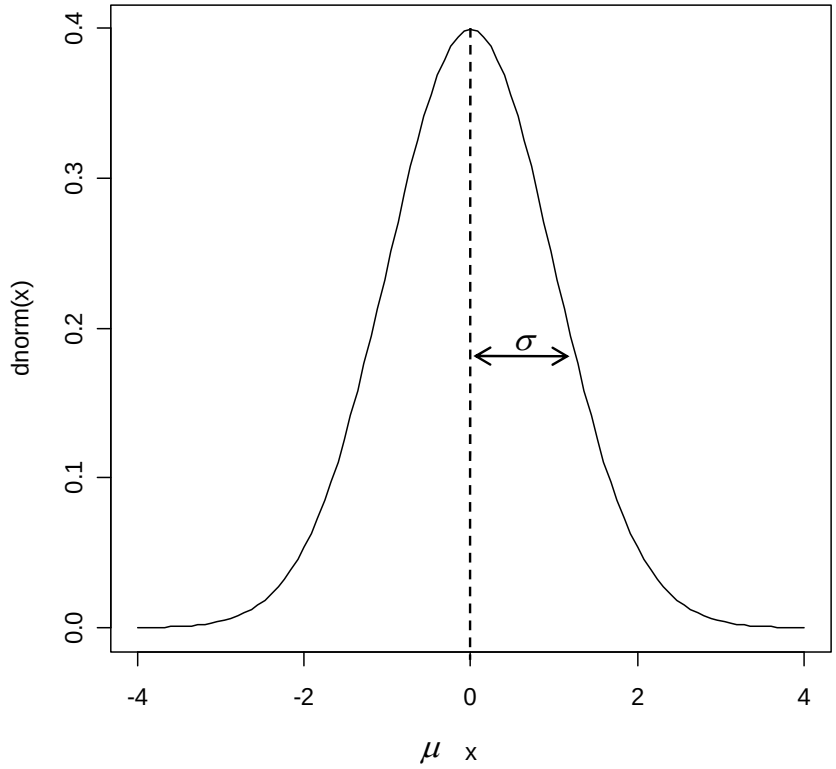
$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\left(-\frac{(x-\mu)x^2}{2\sigma x^2}\right)},\ -\infty<x<\infty$$

- Parameter :

  μ, σ ; $\sigma > 0$

- Distribusi normal standar N(0,1):

$$Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$$



Distribusi Exponential– expo(β)

- Distribusi :

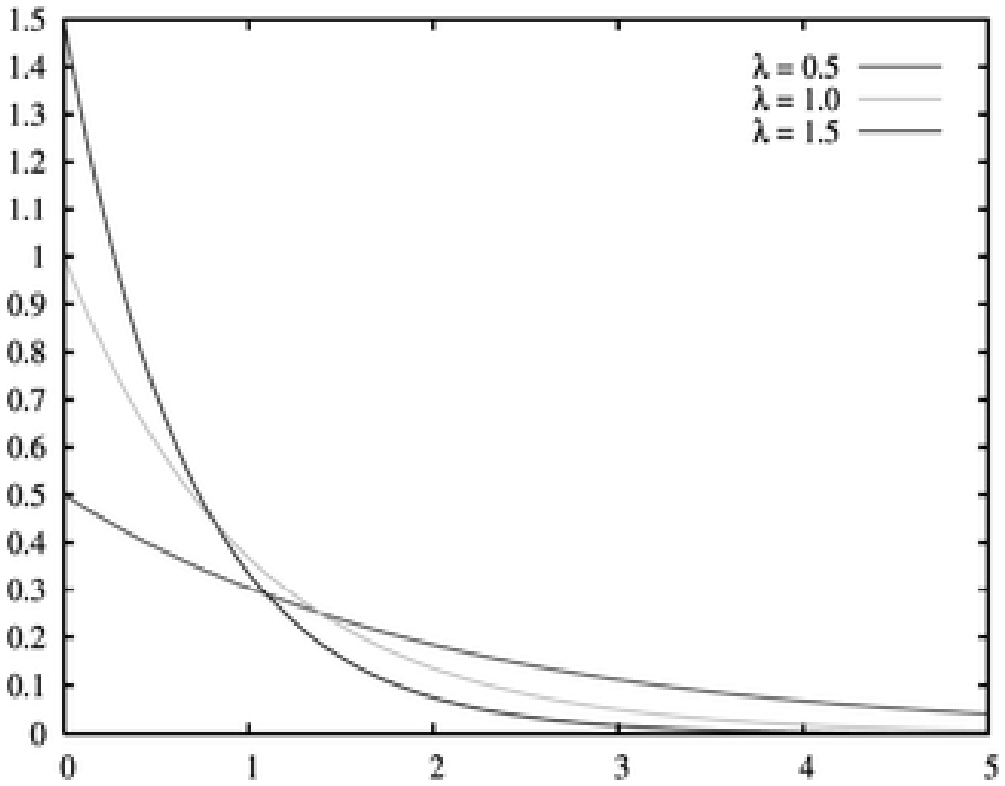
$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x/\beta}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

- Densitas :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

- Parameter :

  $\beta > 0$



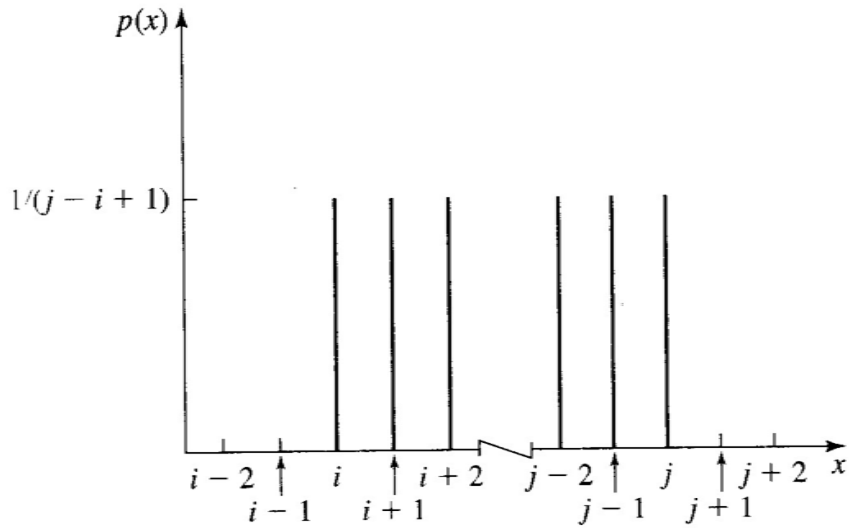
Distribusi Diskrit Uniform– DU(i,j)

- Distribusi :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ,x < i \\ \dfrac{\lfloor x \rfloor - i + 1}{j - i + 1} & ,i \leq x \leq j \\ 1 & ,j < x \end{cases}$$

- Massa :

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{j - i + 1} & ,x = i, i+1, \ldots, j \\ 0 & ,x \text{ lainnya} \end{cases}$$



- Parameter :

  i, j integer ; $i \leq j$

- Mean:

$$\mu_x = \frac{i + j}{2}$$

- Variansi:

$$\sigma_x^2 = \frac{(j - i + 1)^2 - 1}{12}$$

Distribusi Poisson– Poisson(λ)

- Distribusi :

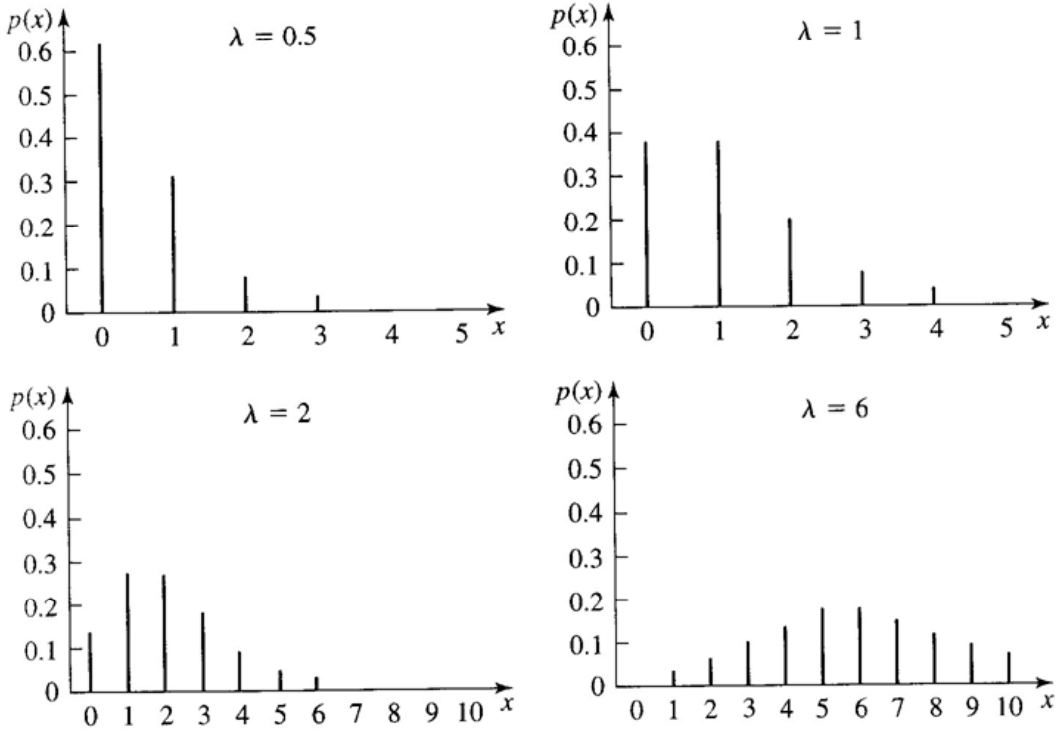
$$F(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\lfloor x \rfloor} \frac{\lambda^t}{t!}, x \geq 0 \end{cases}$$

- Massa :

$$p(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, x = 0,1,2,\ldots \\ 0 \quad , x \; lainnya \end{cases}$$

- Parameter :

  $\lambda > 0$



Distribusi Binomial– bin(t,p)

- Distribusi :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ,x < 0 \\ \sum_{i=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{t}{i} p^i (1-p)^{t-i} & ,0 \leq x \leq t \\ 1 & ,t < x \end{cases}$$

- Densitas :

$$p(x) = \begin{cases} \binom{t}{x} p^x (1-p)^{t-x}, x = 0,1,2,\ldots,t \\ 0 \qquad\qquad ,x \text{ lainnya} \end{cases}$$

dimana $\binom{t}{x} = \dfrac{t!}{x!\,(t-x)!}$

- Parameter :

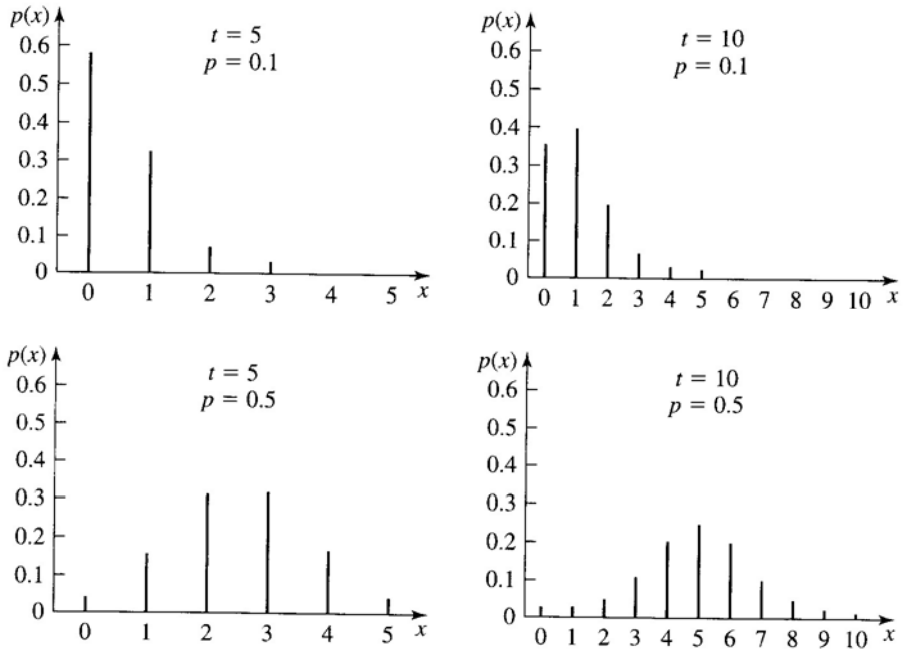
  t integer ; $t > 0$, $p \in (0,1)$

- Mean:

  tp

- Variansi:

  tp (1-p)



Function	Sample estimate (summary statistic)	or discrete (D)	Comments
Minimum, maximum	$X_{(1)}, X_{(n)}$	C, D	$[X_{(1)}, X_{(n)}]$ is a rough estimate of the range
Mean μ	$\overline{X}(n)$	C, D	Measure of central tendency
Median $x_{0.5}$	$\hat{x}_{0.5}(n) = \begin{cases} X_{[(n+1)/2)} & \text{if } n \text{ is odd} \\ [X_{(n/2)} + X_{[(n/2)+1)}]/2 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$	C, D	Alternative measure of central tendency
Variance σ^2	$S^2(n)$	C, D	Measure of variability
Coefficient of variation, $\text{cv} = \dfrac{\sqrt{\sigma^2}}{\mu}$	$\widehat{\text{cv}}(n) = \dfrac{\sqrt{S^2(n)}}{\overline{X}(n)}$	C	Alternative measure of variability
Lexis ratio, $\tau = \dfrac{\sigma^2}{\mu}$	$\hat{\tau}(n) = \dfrac{S^2(n)}{\overline{X}(n)}$	D	Alternative measure of variability
Skewness, $\nu = \dfrac{E[(X-\mu)^3]}{(\sigma^2)^{3/2}}$	$\hat{\nu}(n) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} [X_i - \overline{X}(n)]^3/n}{[S^2(n)]^{3/2}}$	C, D	Measure of symmetry

DISKUSI KELOMPOK

"REVIEW BEBERAPA DISTRIBUSI STATISTIK"