BAB III

LIMIT DAN KEKONTINUAN

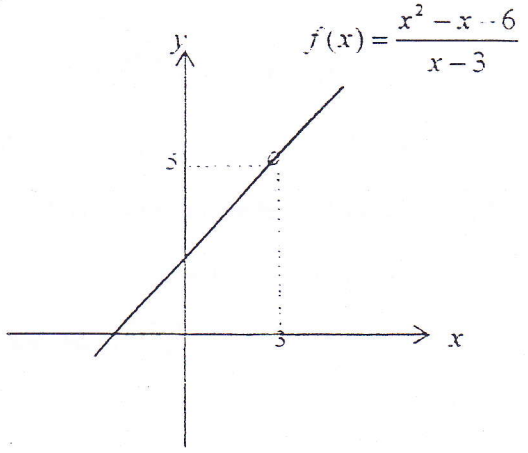
3.1 Limit Fungsi di Satu Titik

3.1.1 Pengertian limit secara intuisi

Pandang suatu fungsi $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 6}{x - 3}$. Fungsi ini tidak terdefinisi di $x = 3$. Tetapi kita masih dapat menanyakan "berapa nilai $f(x)$, jika x mendekati 3 ?"

Dengan bantuan kalkulator akan diperoleh nilai-nilai berikut :

x	$f(x)$
3,2	5,2
3,1	5,1
3,01	5,01
3,001	5,001
...	...
...	...
2,99	4,99
2,9	4,9
2,5	4,5



Dari nilai di atas terlihat bahwa $f(x)$ akan mendekati nilai 5 jika x dibuat mendekati 3, tetapi $x = 3$. Secara matematis dapat ditulis,

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = 5.$$

Jadi secara intiusi kita punya :

Definisi 3.1 $\lim_{x \to c} f(x) = L$ berarti jika x dekat ke c, tetapi berlainan dengan c, maka $f(x)$ dekat ke L.

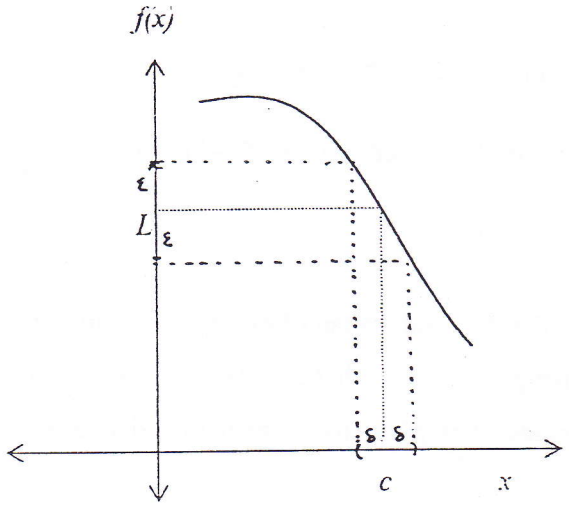
Contoh 3.1 $\lim_{x\to 1} 3x+5 = 8$

Contoh 3.2 $\lim_{x\to 2} \frac{2x^2-3x-2}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(2x+1)(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} 2x+1 = 5$

Contoh 3.3 $\lim_{x\to 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x\to 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x\to 9} \frac{(x-9)(\sqrt{x}+3)}{x-9} = \lim_{x\to 9} \sqrt{x}+3 = 6$

3.1.2 Pengertian limit secara formal

Misalkan fungsi $y = f(x)$ terdefinisi pada selang I yang memuat c, kecuali mungkin di c sendiri. Jika $f(x)$ dapat dibuat sebarang dekat dengan L dengan cara mengambil x yang cukup dekat dengan c tetapi $x \neq c$, maka ini dapat ditulis , " jika x mendekati c, maka $f(x)$ mendekati L.



Informasi yang dapat diperoleh dari bentuk $\lim_{x\to c} f(x) = L$ adalah $f(x)$ dekat ke L jika x dekat ke c, tetapi $x \neq c$. Atau $f(x)$ dapat dibuat sebarang dekat ke L dengan cara mengambil x cukup dekat ke c, , tetapi $x \neq c$. Jika untuk istilah dekat digunakan ukuran jarak nilai mutlak, maka dapat dikatakan $|f(x)-L|$ dapat dibuat sebarang kecil dengan mengambil $|x-c|$ yang cukup kecil, tetapi $x \neq c$. Secara matematis, jika bilangan yang kecil dinyatakan dengan ε (baca epsilon) dan δ (baca delta), maka disimpulkan bahwa $|f(x)-L|$ dapat dibuat kecil dari sebarang $\varepsilon > 0$ dengan mengambil $|x-c|$ yang lebih kecil dari $\delta > 0$ dan $x \neq c$. Akhirnya kita sampai pada definisi limit fungsi secara formal, yaitu :

Definisi 3.2

Misal $f(x)$ terdefinisi pada selang buka I yang memuat c, kecuali c itu sendiri. Limit fungsi f di c adalah L (ditulis $\lim_{x\to c} f(x)=L$) jika $\forall \varepsilon>0, \exists\, \delta>0 \ni 0<|x-c|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$.

Contoh 3.4 Buktikan dengan definisi limit bahwa $\lim_{x\to 2}(3x+5)=11$

Analisis Pendahuluan : Andaikan ε bilangan positif sebarang. Harus didapat suatu $\delta>0$

sehingga $0<|x-2|<\delta \Rightarrow |(3x+5)-11|<\varepsilon$

Untuk $|(3x+5)-11|<\varepsilon \Leftrightarrow |3x-6|<\varepsilon$

$\Leftrightarrow 3|x-2|<\varepsilon$

$\Leftrightarrow |x-2|<\frac{\varepsilon}{3}$

Bukti formal : Ambil $\varepsilon>0$ sebarang. Pilih $\delta=\frac{\varepsilon}{3}$, maka untuk $0<|x-2|<\delta$ berlaku

$$|(3x+5)-11|=|3x-6|=3|x-2|<3.\frac{\varepsilon}{3}=\varepsilon$$

Jadi $\forall \varepsilon>0 \exists \delta>0, \ni$ *untuk* $0<|x-2|<\delta \Rightarrow |(3x+5)-11|<\varepsilon$ atau $\lim_{x\to 2}(3x+5)=11$ terbukti.

3.2 Limit Sepihak

Cara x menuju c bisa dari arah kanan (dari arah bilangan yang lebih besar dari c) atau dari kiri (dari arah bilangan yang lebih kecil dari c). Jika x menuju c dari arah kanan diperoleh limit kanan, notasi $\lim_{x\to c^+} f(x)$, jika x menuju c dari arah kiri diperoleh limit kiri, notasi $\lim_{x\to c^-} f(x)$.

Definisi 3.3

a) limit kiri : $\lim_{x\to c^-} f(x)=L$ *jika* $\forall\, \varepsilon>0, \exists\, \delta>0 \ni 0<c-x<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$

b) limit kanan : $\lim_{x\to c^+} f(x)=L$ *jika* $\forall\, \varepsilon>0, \exists\, \delta>0 \ni 0<x-c<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$

Fungsi $y=f(x)$ dikatakan mempunyai limit di c atau $\lim_{x\to c} f(x)$ ada jika limit kiri = limit kanan dan nilainya sama dengan limit kiri atau kanan tersebut, sebaliknya fungsi $y=f(x)$ dikatakan tidak mempunyai limit di c. Hal ini ditulis dalam teorema berikut :

Teorema 3.1 $\lim_{x\to c} f(x)=L \Leftrightarrow \lim_{x\to c^-} f(x)=L$ *dan* $\lim_{x\to c^+} f(x)=L$

Contoh 3.5

Diketahui $f(x)=\begin{cases} x^2 & , x \le 0 \\ x & , 0 < x < 1 \\ 2+x^2 & , x \ge 1 \end{cases}$

Tentukan $\lim_{x\to 0} f(x)$ *dan* $\lim_{x\to 1} f(x)$ jika ada.

Jawab :

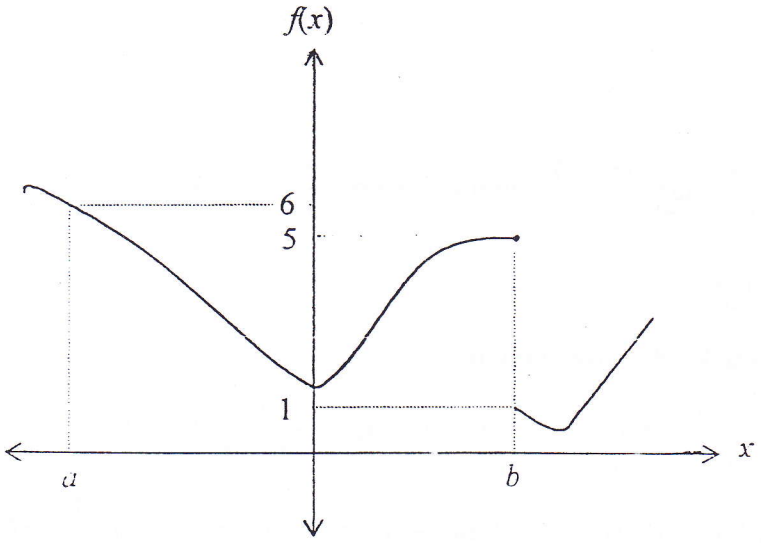
- $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} x^2 = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} x = 0$,

  karena $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x)$, maka $\lim_{x\to 0} f(x)$ ada dan $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

- $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} x = 1$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 2+x^2 = 3$,

  karena $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^-} f(x)$, maka $\lim_{x\to 1} f(x)$ tidak ada.

Contoh 3.6 Pandang grafik berikut :



maka $\lim_{x\to a} f(x) = 6$ dan $\lim_{x\to b^-} f(x) = 5$ tetapi $\lim_{x\to b^+} f(x) = 1$.

3.3 Sifat-sifat limit:

Misal $\lim_{x\to a} f(x) = L$ *dan* $\lim_{x\to a} g(x) = G$. Maka :

1. $\lim_{x\to a}\left[f(x)+g(x)\right] = L+G$
2. $\lim_{x\to a}\left[f(x)-g(x)\right] = L-G$

3. $\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = LG$

4. $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{G}$,*bila* $G \neq 0$

5. $\lim_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L}$ untuk $L > 0$ bila n genap

Prinsip Apit

Jika $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ untuk setiap x di sekitar c, dan $\lim_{x\to c} f(x) = L$ serta $\lim_{x\to c} h(x) = L$,

maka $\lim_{x\to c} g(x) = L$.

Limit Fungsi Trigonometri

1. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$

2. $\lim_{x\to 0}\cos x = 1$

3. $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = 1$

Contoh 3.7 $\lim_{x\to 0}\frac{x^2+3x}{\sin x} = \lim_{x\to 0}\frac{x(x+3)}{\sin x} = \lim_{x\to 0}(x+3)/\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 3/1 = 3$

Contoh 3.8 Hitung $\lim_{x\to 1}(x-1)^2 \sin\frac{1}{x-1}$

Jawab : Perhatikan ketaksamaan berikut,

$$-1 \leq \sin\frac{1}{(x-1)} \leq 1 \Leftrightarrow -(x-1)^2 \leq (x-1)^2 \sin\frac{1}{(x-1)} \leq (x-1)^2$$

Karena $\lim_{x\to 1}(-(x-1)^2) = 0 = \lim_{x\to 1}(x-1)^2$, maka $\lim_{x\to 1}(x-1)^2 \sin\frac{1}{x-1} = 0$.

3.4 Limit Tak Hingga dan Limit di Tak Hingga

Misal $\lim_{x\to a} f(x) = L \neq 0$ *dan* $\lim_{x\to a} g(x) = 0$ maka $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} =$

(i) $+\infty$, jika $L > 0$ dan $g(x) \to 0$ dari arah atas (dari arah nilai $g(x)$ positif)

(ii) $-\infty$, jika $L > 0$ dan $g(x) \to 0$ dari arah bawah (dari arah nilai $g(x)$ negatif)

(iii) $+\infty$, jika $L < 0$ dan $g(x) \to 0$ dari arah bawah

(iv) $-\infty$, jika $L < 0$ dan $g(x) \to 0$ dari arah atas

Secara geometris grafik *f* akan melonjak **secara tiba-tiba bila** x **mendekati** a, garis $x = a$ yang seperti ini disebut asimtot tegak dari grafik **fungsi** *f*.

Contoh 3.9 : $\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{x-1} = +\infty$, karena $\lim_{x\to 1^+} x^2+1 = 2 > 0$ dan $(x-1) \to 0$ dari nilai positif jika x menuju 1 dari kanan (dari bilangan yang lebih besar dari 1)

Sebaliknya jika nilai fungsi *f(x)* mendekati suatu nilai tertentu jika x menuju $+\infty$ atau $-\infty$, maka dikatakan *f(x)* mempunyai **limit di tak hingga**. Secara geometris grafik *f(x)* akan mendekati garis y = *konstan* jika x membesar tanpa batas (menuju tak hingga) atau mengecil tanpa batas (menuju minus tak hingga). Garis yang seperti ini disebut asimtot datar dari grafik *f(x)*.

Bila *f(x)* merupakan fungsi rasional, misal $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ dengan *p(x)* dan *q(x)* merupakan polinom maka untuk menyelesaikan $\lim_{x\to\infty} f(x)$ dilakukan dengan membagi pembilang, *p(x)* dan penyebut, *q(x)* dengan x pangkat tertinggi yang terjadi.

Contoh 3.10 $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^3+x+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1/x}{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}} = 0.$

Contoh 3.11 $\lim_{x\to\infty} \frac{x-\sqrt{x}-2}{x-4} = \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}(1+\frac{1}{\sqrt{x}})}{\sqrt{x}(1+\frac{2}{\sqrt{x}})} = 1.$

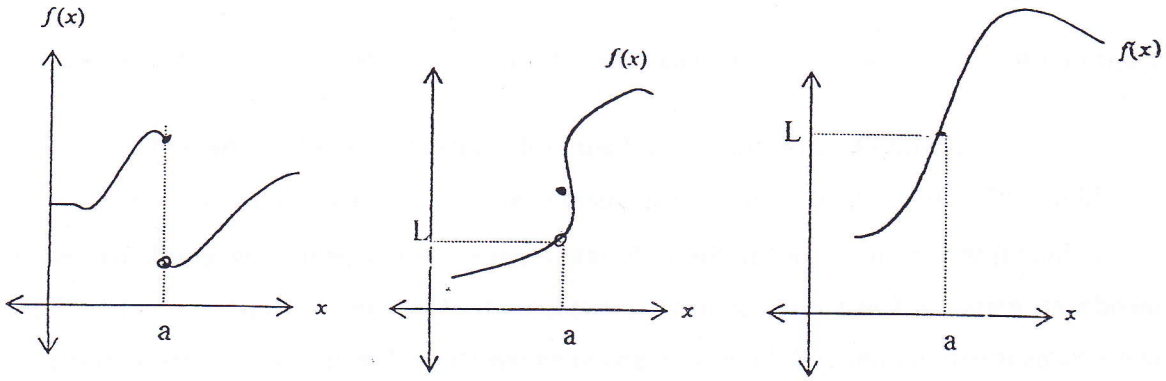
3.5 Kekontinuan Fungsi

Fungsi *f(x)* dikatakan **kontinu** pada suatu titik $x = a$ jika :

1. *f(a)* ada atau *f(a)* $\in R$.
2. $\lim_{x\to a} f(x)$ ada, yakni : $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x)$
3. $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

Bila paling kurang satu dari tiga syarat diatas tidak dipenuhi maka *f(x)* dikatakan tidak kontinu atau diskontinu di $x = a$ dan $x = a$ disebut **titik diskontinu**. Secara geometris, kekontinuan dari fungsi *f(x)* terlihat dari grafiknya yang mulus dan tidak ada loncatan. Pada

gambar 3.1(a) dan (b) terlihat contoh fungsi yang tidak kontinu, sedang gambar 3.1(c) memperlihatkan contoh fungsi yang kontinu.



f(x) tidak kontinu di a karena $\lim_{x \to a} f(x)$ tidak ada

f(x) tidak kontinu di a karena $\lim_{x \to a} f(x) \neq f(a)$

f(x) kontinu di a karena $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Fungsi *f(x)* dikatakan **kontinu pada interval buka** (a,b) bila *f(x)* kontinu pada setiap titik di dalam interval tersebut. Sedangkan *f(x)* dikatakan **kontinu pada interval tutup** [a,b] bila :

1. *f(x)* kontinu pada *(a,b)*
2. *f(x)* kontinu kanan di $x = a \left(\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a) \right)$
3. *f(x)* kontinu kiri di $x = b \left(\lim_{x \to b^-} f(x) = f(b) \right)$

Bila *f(x)* kontinu untuk setiap nilai $x \in R$ maka dikatakan *f(x)* kontinu (dimana-mana).

Teorema 3.2

1. Fungsi Polinom kontinu dimana-mana
2. Fungsi Rasional kontinu pada Domainnya
3. Misalkan $f(x) = \sqrt[n]{x}$, *maka*
   a) *f*(x) kontinu di setiap titik $x \in R$ jika n ganjil
   b) *f(x)* kontinu di setiap $x \geq 0$, dengan $x \in R$ jika n genap.

Contoh 3.12 Selidiki apakah fungsi $g(x)=\dfrac{x^3-8}{x-2}$ kontinu di $x=2$?

Jawab : Karena $g(2)$ tidak ada , maka $g(x)$ tidak kontinu di x = 2.

Perhatikan , pada contoh 3.12 ini titik $x = 2$ disebut titik diskontinu yang terhapuskan atau biasa disebut titik **removable discontinuity.** Artinya titik $x = 2$ dapat menjadi titik kontinu jika fungsi $g(x)$ didefinisikan kembali. Seperti contoh 3.13 berikut.

Contoh 3.13 Selidiki apakah fungsi $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-8}{x-2}, & x\neq 2\\ 12, & x=2\end{cases}$ kontinu di $x=2$.

Jawab : g(2)=12, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}=12$

Karena $g(2)$ ada dan $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=g(2)$, maka $g(x)$ kontinu di 2.

Contoh 3.14 $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=\dfrac{x-2}{(x-1)(x-2)}$ tidak kontinu di $x = 1$, dan $x = 2$.

Titik $x = 2$ disebut titik **removable discontinuity**, tapi $x = 1$ tidak removable (disebut **infinite discontinuity**).

Contoh 3.15 Tentukan konstanta c dan k agar fungsi berikut kontinu di R

$$f(x)=\begin{cases}x+2c\ , & x<-2\\ 3cx+k\ , & -2\le x\le 1\\ 3x-2k\ , & x>1\end{cases}$$

Jawab : Agar $f(x)$ kontinu di R, maka periksa kekontinuan $f(x)$ di -2 dan 1.

(i) agar $f(x)$ kontinu di -2, maka $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=f(-2)$ *dan* $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=f(-2)$

$\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=f(-2) \Leftrightarrow -2+2c=-6c+k$

$\Leftrightarrow 8c-k=2 \quad \ldots$ (i)

$\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=f(-2) \Leftrightarrow -6c+k=-6c+k$ (**trivial**)

(ii) agar $f(x)$ kontinu di 1, maka $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1)$ *dan* $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1)$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1) \Leftrightarrow 3c+k=3c+k$ (**trivial**)

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1) \Leftrightarrow 3-2k=3c+k$

$\Leftrightarrow 3c+3k=3 \quad \ldots$ (ii)

Dari (i) dan (ii) akan diperoleh nilai $c = 1/3$ dan $k = 2/3$.

Limit dan Kekontinuan Fungsi Komposisi

Teorema 3.3 (Teorema Limit Komposisi)

Jika $\lim_{x\to a} g(x) = L$ dan $f(x)$ kontinu di L, maka $\lim_{x\to a} f(g(x)) = f \lim_{x\to a} g(x) = f(L)$

Teorema 3.4 (Teorema kekontinuan fungsi komposisi)

Jika $g(x)$ kontinu di a, $f(x)$ kontinu di $g(a)$, maka fungsi $(f \circ g)(x)$ kontinu di a.

Bukti : $\lim_{x\to a}(f \circ g)(x) = \lim_{x\to a} f(g(x))$

$= f \lim_{x\to a} g(x)$, karena f kontinu di $g(a)$

$= f(g(a))$, karena g kontinu di a

$= (f \circ g)(a)$

Hal ini menunjukkan bahwa $(f \circ g)(x)$ kontinu di a.

Contoh 3.16 Tentukan dimana fungsi berikut kontinu . $f(x) = \cos\left(\dfrac{x^4 - 3x + 1}{x^2 + 3x - 4}\right)$

Jawab : Misalkan $f(x) = (g \circ h)(x)$ dengan $h(x) = \dfrac{x^4 - 3x + 1}{x^2 + 3x - 4}$ dan $g(x) = \cos x$

Karena $h(x)$ fungsi rasional, maka $h(x)$ kontinu di **R** kecuali di -4 dan 1, sedangkan $g(x)$ kontinu di **R**. Jadi, $f(x)$ kontinu di **R** kecuali di -4 dan 1.

Soal Latihan 3

A.1. Diketahui : $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1 \\ x^2-x+2, & x>1 \end{cases}$

a. Hitung $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ dan $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

b. Selidiki apakah $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ada, jika limit ini ada tentukan nilainya.

2. Diketahui $g(x) = |x-2|-3x$, hitung (bila ada) :

a. $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)$ b. $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)$

c. $\lim\limits_{x\to 2} g(x)$

3. Diketahui $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}$, hitung (bila ada) :

a. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ b. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ c. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

4. Diketahui $f(x)=\begin{cases} 2x-a, & x<-3 \\ ax+2b, & -3\le x\le 3 \\ b-5x, & x>3 \end{cases}$, tentukan nilai a dan b agar $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ dan $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ ada.

5. Diketahui $f(x)=\begin{cases} x^2-1, & x\le -1 \\ 2x+2, & x>-1 \end{cases}$, selidiki kekontinuan fungsi $f(x)$ di x = -1

6. Agar fungsi $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<1 \\ ax+b, & 1\le x<2 \\ 3x, & x\ge 2 \end{cases}$, kontinu pada R, maka berapakah $a + 2b$?

7. Tentukan a dan b agar fungsi $f(x)=\begin{cases} \dfrac{ax^2+bx-4}{x-2}, & x<2 \\ 2-4x, & x\ge 2 \end{cases}$, kontinu di $x = 2$

8. Tentukan nilai a, b dan c agar fungsi berikut kontinu di $x = 1$.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{ax^2-x-1}{x-1} & ; x>1 \\ b & ; x=1 \\ -x+c & ; x<1 \end{cases}$$

9. Tentukan nilai k agar membuat fungsi berikut kontinu :

a. $f(x)=\begin{cases}7x-2 & , x\le 1\\ kx^2 & , x>1\end{cases}$

b. $f(x)=\begin{cases}kx^2 & , x\le 2\\ 2x+k & , x>2\end{cases}$

c. $f(x)=\begin{cases}x^2-7 & ;0<x\le k\\ \dfrac{6}{x} & ;x>k\end{cases}$

10. Carilah titik diskontinu dari fungsi

a. $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{x+3}$

c. $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^3-8}$

b. $f(x)=\dfrac{x-2}{|x|-2}$

11. Tentukan dimana $f(x)$ kontinu ,

a. $f(x)=\dfrac{x-1}{4-\sqrt{x^2-9}}$

b. $f(x)=\sqrt{4x-x^2}$

B. Hitung limit berikut (bila ada) :

1. $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{3+x}{3-x}$

2. $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3}{x^2-4}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}(x-\| x \|)$

4. $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{1}{x}$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x-1}-\sqrt{x})$

4. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\| x \|-5}{x-5}$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{1+x^2}$

6. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$

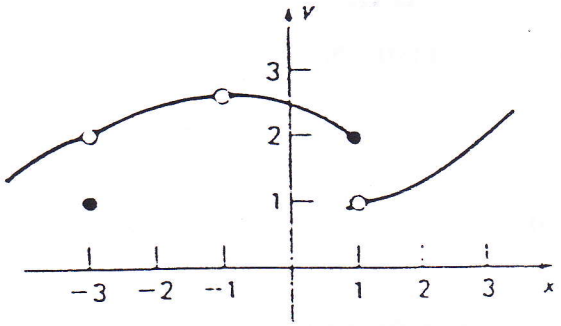
7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x}{x+1}$

8. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x^3}{1-x}$

9. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-3x+x^2}{1+x^2}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3}{1-x^3}$

C. Diberikan grafik suatu fungsi f seperti gambar berikut .



Cari limit yang ditunjukkan atau nilai fungsi, atau nyatakan bahwa limit tidak ada.

a. $\lim_{x\to -3} f(x)$ b. $f(-3)$

c. $f(-1)$ d. $\lim_{x\to -1} f(x)$

e. $f(1)$ f. $\lim_{x\to 1} f(x)$

g. $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ h. $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

D. 1. Sketsa grafik dari

$$f(x)=\begin{cases} x^2 \text{ , jika } x\le 0 \\ x \text{ , } 0<x<1 \\ 1+x^2 \text{ , jika } x\ge 1 \end{cases}$$

Kemudian cari

a. $\lim_{x\to 0} f(x)$ b. $f(1)$

c. $\lim_{x\to 1} f(x)$ d. $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

2. Sketsa grafik dari $f(x)=x-\|x\|$, kemudian cari :

a. $f(0)$ b. $\lim_{x\to 0} f(x)$

c. $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ d. $\lim_{x\to 1/2} f(x)$