FUNGSI LINIER

Aplikasi dan Penerapan Ekonomi

FUNGSI

- DEFINISI FUNGSI,
- JENIS FUNGSI,
- PERSAMAAN SATU DAN DUA GARIS

- **Fungsi** adalah suatu hubungan antara dua buah variabel atau lebih, dimana masing-masing dari dua buah variabel atau lebih tersebut saling pengaruh-mempengaruhi.
- **Sebuah Variabel** adalah suatu jumlah yang mempunyai nilai yang berubah-ubah pada suatu soal.
- Variabel yang terdapat dalam suatu fungsi dapat dibedakan atas varibel bebas (independent variabel) dan variabel yang dipengaruhi/tidak bebas (dependent variabel).

Contoh :

a) Y = f (X) atau Y = f (X1, X2)

X, X1, X2 = variabel bebas (independent variabel)

Y = variabel yang dipengaruhi (dependent Variabel)

b) Y = a + bX

a dan b = Konstanta

Y = variabel yang dipengaruhi (endogenous variable)

X = variabel bebas (exogenous)

- Fungsi Eksplisit : adalah suatu fungsi dimana antara variabel bebas dan tidak bebas dengan jelas dibedakan.
  Contoh : $Y = f(X) \longrightarrow Y = 2X + 4$

  Fungsi diatas merupakan fungsi eksplisit dengan satu variabel bebas. Sedangkan

  $Y = 2X_1 + 3X_2 + 3$ adalah fungsi eksplisit dengan dua variabel bebas

- Fungsi Implisit : adalah fungsi dimana antara variabel bebas dan variabel tidak bebas tidak dapat dengan mudah/jelas dibedakan. Bentuk umum dari fungsi implisit ini dinyatakan dengan :

  $f(X) = 0$ untuk satu variabel

  $f(X,Y) = 0$ untuk dua variabel

  $f(X, Y, Z) = 0$ untuk tiga variabel, dstnya

  contoh : $6X + 4Y - 7 = 0$

  $X^2 - 2XY + Y^3 = 0$

FUNGSI LINIER

Fungsi Linier/garis lurus adalah suatu fungsi dimana variabel bebasnya paling tinggi berpangkat satu.

Bentuk umum : $Y = bX + a$

a dan b = konstanta

Y = variabel tidak bebas

X = variabel bebas

MEMBENTUK PERSAMAAN GARIS LINIER MELALUI SATU TITIK DAN DUA TITIK.

- Persamaan sebuah garis yang menelusuri/melewati satu buah titik (X_1, Y_1) yaitu :

$$tg\alpha = b = \frac{Y - Y_1}{X - X_1}$$

$$Y - Y_1 = b(X - X_1)$$

$$Y = bX + (Y_1 - bX_1)$$

MEMBENTUK PERSAMAAN GARIS LINIER MELALUI SATU TITIK DAN DUA TITIK.

- Persamaan sebuah garis yang menelusuri/melewati dua buah titik (X_1,Y_1) dan (X_2,Y_2) yaitu :

$$tg\alpha = b = \frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$Y - Y_1 = \left(X - X_1\right)\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

BERIMPIT, SEJAJAR, TEGAK LURUS DAN BERPOTONGAN

- Dua garis linier dapat berimpit, sejajar, tegak lurus dan berpotongan.

Dengan persamaan garis linier :

g_1 : Y = bX + a

g_2 : Y'= b'X + c maka,

- Dua garis (g_1 dan g_2) akan <u>sejajar</u> bila tg α kedua garis tersebut sama atau b = b'
- Dua garis akan <u>tegak lurus</u> bila tg α kedua garis pertama dikalikan tg ß garis kedua sama dengan minus 1 atau b.b' = -1
- Dua garis akan <u>berimpit</u> bila kedua persamaan garis tersebut identik
- Dua garis akan berpotongan bila b ≠ b'

CONTOH SOAL

1. Gambarkan grafik fungsi: $Y = 3X + 2$
2. Sebuah garis membentuk sudut 135^0 dengan sumbu X positif dan melewati titik (3,4). Ditanyakan persamaan garis serta gambarkan grafik fungsinya dan apakah garis itu melewati titik P(2,3) dan titik Q(2,5) ?
3. Sebuah garis melewati titik A(2,1) dan B(3,4). Ditanyakan persamaan garisnya!
4. Hitung titik potong P dari dua persamaan garis:

   $Y = 4X + 2$ dan $Y = X - 4$

PENERAPAN EKONOMI

Fungsi Linier

PENERAPAN FUNGSI LINEAR DALAM TEORI EKONOMI MIKRO

1. Fungsi permintaan, fungsi penawaran dan keseimbangan pasar
2. Pengaruh pajak-spesifik terhadap keseimbangan pasar
3. Pengaruh pajak-proporsional terhadap keseimbangan pasar
4. Pengaruh subsidi terhadap keseimbangan pasar
5. Keseombangan pasar kasus dua macam barang
6. Fungsi biaya dan fungsi penerimaan
7. Keuntungan, kerugian dan pulang-pokok
8. Fungsi anggaran

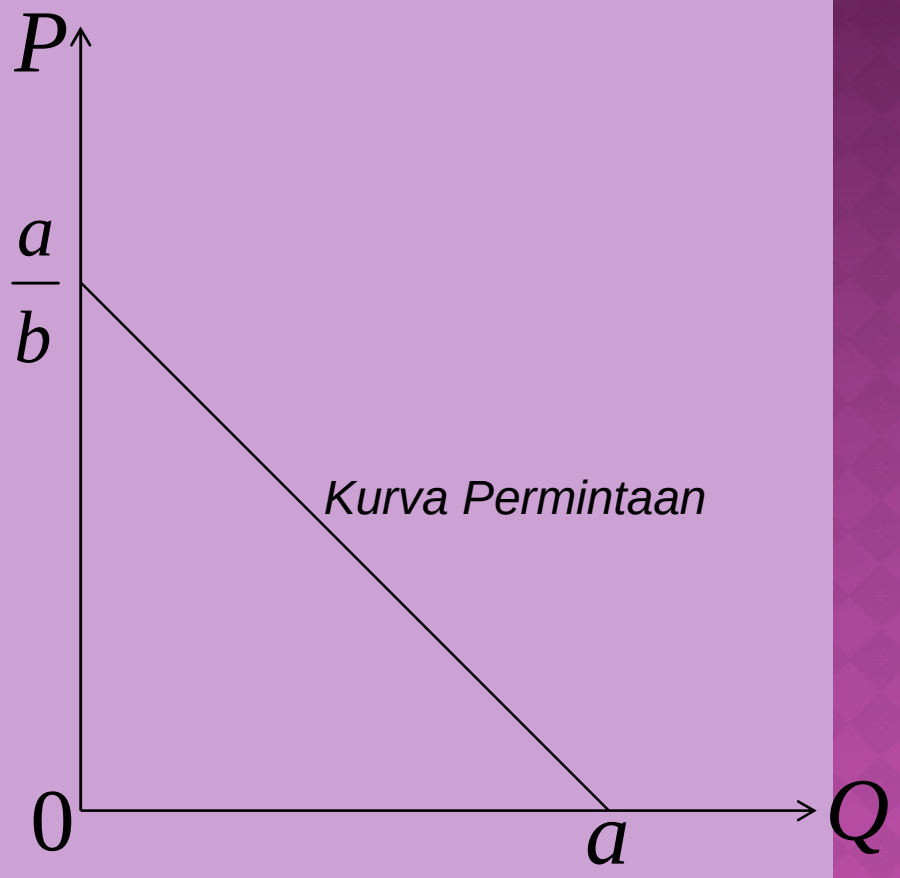
FUNGSI PERMINTAAN, FUNGSI PENAWARAN DAN KESEIMBANGAN PASAR

- **Bentuk umum fungsi permintaan**

$$Q = a - bP$$

atau

$$P = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}Q$$

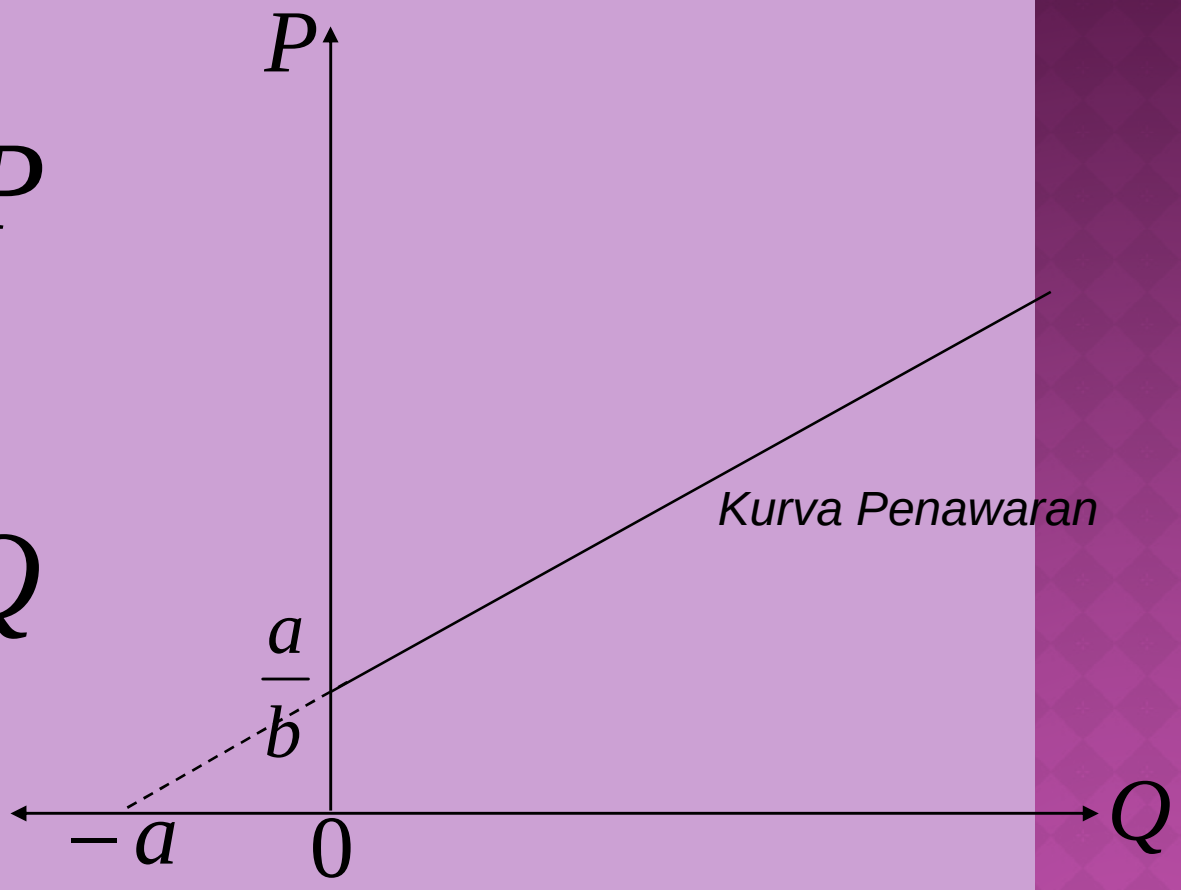


FUNGSI PENAWARAN

$$Q = -a + bP$$

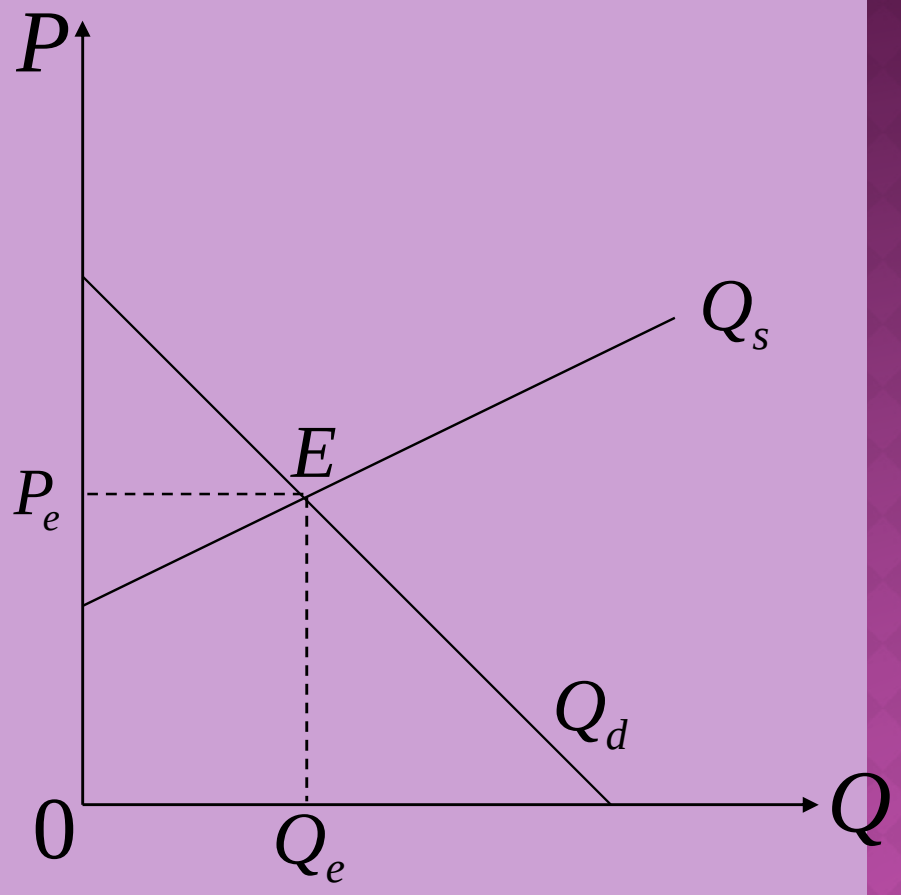
atau

$$P = \frac{a}{b} + \frac{1}{b}Q$$



KESEIMBANGAN PASAR

$$Q_d = Q_s$$



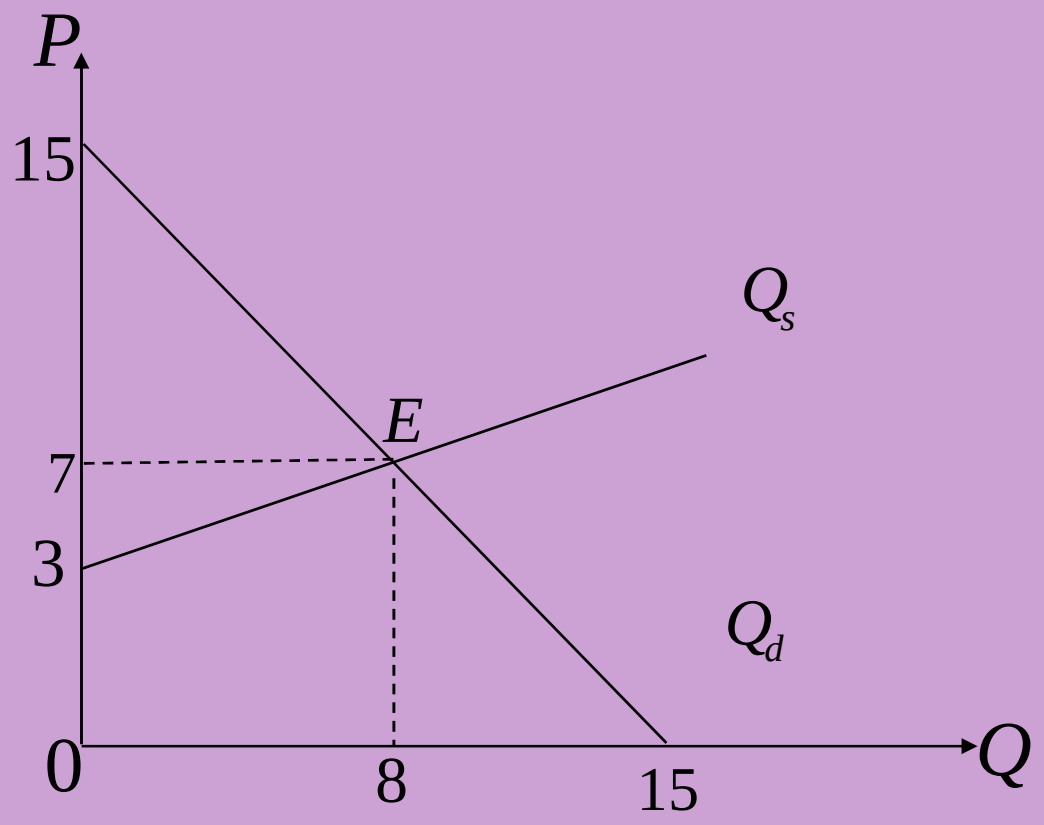
Contoh Kasus 1 :

Diketahui : Fungsi Permintaan ; $Q = 15 - P$

Fungsi Penawaran ; $Q = -6 + 2P$

Ditanyakan : P_e dan Q_e ?...

Jawab : keseimbangan pasar; $Q_d = Q_s$



$15 - P = -6 + 2P$

$21 = 3P, \qquad P = 7$

$Q = 15 - P$

$= 15 - 7 = 8$

Jadi, $P_e = 7$

$Q_e = 8$

PENGARUH PAJAK-SPESIFIK TERHADAP KESEIMBANGAN PASAR

- **Pengaruh Pajak.**

  Pajak yang dikenakan atas penjualan suatu barang menyebabkan harga jual barang tersebut naik. Sebab setelah dikenakan pajak, produsen akan berusaha mengalihkan (sebagian) beban pajak tersebut kepada konsumen.

- Pengenaan pajak sebesar t atas setiap unit barang yang dijual menyebabkan kurva penawaran bergeser ke atas, dengan penggal yang lebih tinggi pada sumbu harga. Jika sebelum pajak persamaan penawarannya $P = a + bQ$ maka sesudah pajak ia akan menjadi $P = a + bQ + t = (a + t) + bQ$.

- **Contoh Kasus 2 :**

  Diketahui : permintaan; $P = 15 - Q$

  penawaran; $P = 3 + 0{,}5\,Q$

  pajak; $t = 3$ per unit.

  Ditanyakan : berapa P dan Q keseimbangan sebelum dan sesudah pajak ?...

  Penyelesaian :

  Dimisalkan sebelum pajak, $P_e = 7$ dan $Q_e = 8$. Sesudah pajak, harga jual yang ditawarkan oleh produsen menjadi lebih tinggi, persamaan penawarannya berubah dan kurvanya bergeser keatas.

  Penawaran sebelum pajak : $P = 3 + 0{,}5\,Q$

  Penawaran sesudah pajak : $P = 3 + 0{,}5\,Q + 3 = 6 + 0{,}5\,Q$

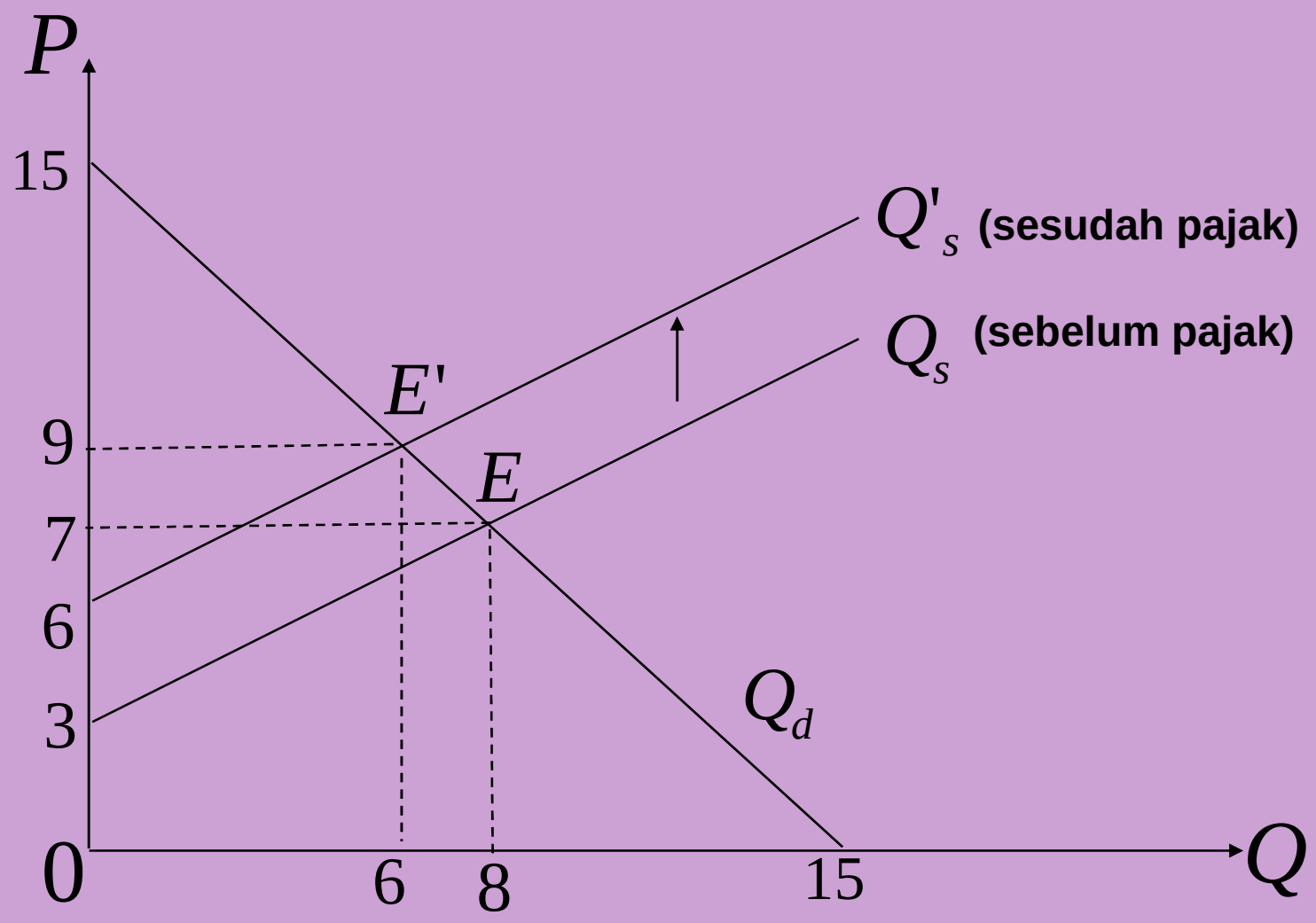
  Sedangkan permintaan tetap : $P = 15 - Q$

  Keseimbangan Pasar : $P_d = 15 - Q = 6 + 0{,}5Q \rightarrow -1{,}5Q = -9$

  $Q = 6$

  Jadi, sesudah pajak ; $P'_e = 9$ dan $Q'_e = 6$

Jadi, Kurvanya adalah sebagai berikut :



BEBAN PAJAK

- **Beban pajak yang ditanggung konsumen *(tk)***
  - Rumus : ***tk = P'e - P***
  - Dalam contoh kasus diatas, ***tk = 9 - 7 = 2***
- **Beban pajak yang ditanggung produsen *(tp)***
  - Besarnya bagian dari beban pajak yang ditanggung oleh produsen ***(tp)*** adalah selisih antara besarnya pajak per unit barang ***(t)*** dan bagian pajak yang menjadi tanggungan konsumen ***(tk)***.
  - Rumus : ***tp = t - tk***
  - Dalam contoh kasus 2, ***tp = 3 - 2 = 1***
- **Jumlah pajak yang diterima oleh pemerintah *(T)***
  - Rumus : ***T = Q'e X t***
  - Dalam contoh kasus 2, ***T = 6 X 3 = 18***

PENGARUH PAJAK-PROPORSIONAL TERHADAP KESEIMBANGAN PASAR

- Pajak Proporsional ialah pajak yang besarnya diterapkan berdasarkan persentase tertentu dari harga jual; bukan diterapkan secara spesifik (misalnya 3 rupiah) per unit barang. Meskipun pengaruhnya serupa dengan pengaruh pajak spesifik, menaikan harga keseimbangan dan mengurangi jumlah keseimbangan, namun analisisnya sedikit berbeda.
- Jika persamaan penawaran semula ***P = a + bQ (atau Q = -a/b + 1/b P)*** maka, dengan dikenakannya pajak proporsional sebesar ***t%*** dari harga jual, persamaan penawaran yang baru akan menjadi :

P = a + bQ + tP ***t : pajak proporsional dalam %***

P – tP = a + bQ

(l – t)P = a + bQ

$$P = \frac{a}{(l-t)} + \frac{b}{(l-t)}Q \quad atau \quad Q = -\frac{a}{b} + \frac{(l-t)}{b}P$$

- **Contoh Kasus 3 :**

  Diketahui : permintaan; $P = 15 - Q$

  penawaran; $P = 3 + 0{,}5\,Q$ $t = 25\%$

  Ditanyakan : berapa P dan Q keseimbangan sebelum dan sesudah pajak ?...

  Penyelesaian :

  Sebelum pajak, $Pe = 7$ dan $Qe = 8$, sesudah pajak, persamaan penawarannya akan berubah, sementara permintaannya tetap $P = 15 - Q$ atau $Q = 15 - P$.

  Penawaran sesudah pajak, dengan $t = 25\% = 0{,}25$:

  $$P = 3 + 0{,}5\,Q + 0{,}25$$

  $$P = 3 + 0{,}75\,Q$$

  Keseimbangan Pasar : $P_d = P_s$

  $$15 - Q = 3 + 0{,}75Q$$

  $$-1{,}75Q = -12$$

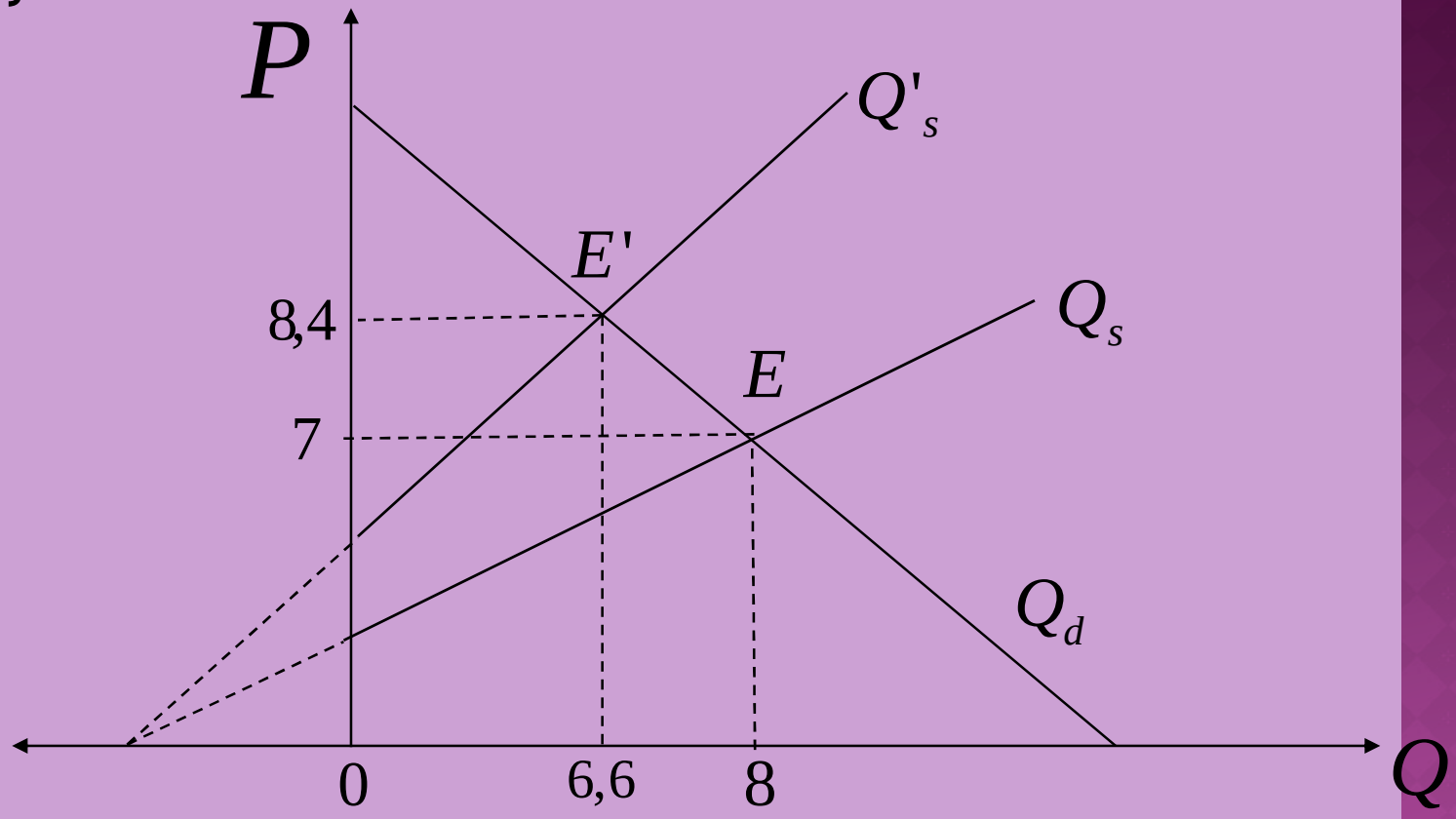
  $$Q = 6{,}6$$

  Jadi, sesudah pajak : $P'_e = 8{,}4$ dan $Q'_e = 6{,}6$

  Pajak yang diterima oleh pemerintah dari setiap unit barang adalah :

  $t \times P'_e = 0{,}25 \times 8{,}4 = 2{,}1$

Kurvanya adalah :



- Besarnya pajak yang ditanggung oleh konsumen untuk setiap barang yang dibeli adalah ***tk = P'e – Pe = 8,4 – 7 = 1,4***
- Sedangkan yang ditanggung produsen adalah : ***tp = t – tk = 2,1 – 1,4 = 0,7***
- Jumlah pajak yang diterima oleh pemerintah adalah :

  T = *Q'e* x *t* = 6,6 x 2,1 = 13,86.

PENGARUH SUBSIDI TERHADAP KESEIMBANGAN PASAR

- **Subsidi** merupakan kebalikan atau lawan dari pajak, oleh karena itu ia sering juga disebut pajak negatif. Seiring dengan itu, pengaruhnya terhadap keseimbangan pasar berbalikan dengan pengaruh pajak, sehingga kita dapat menganalisisnya seperti ketika menganalisis pengaruh pajak. Subsidi dapat bersifat spesifik dan dapat juga bersifat proporsional.
- **Pengaruh Subsidi.** Subsidi yang diberikan atas produksi/penjualan sesuatu barang menyebabkan harga jual barang tersebut menjadi lebih rendah. Dengan adanya subsidi, produsen merasa ongkos produksinya menjadi lebih kecil sehingga ia bersedia menjual lebih murah.
- Dengan subsidi sebesar s, kurva penawaran bergeser sejajar kebawah, dengan penggal yang lebih kecil (lebih rendah) pada sumbu harga.

  Jika sebelum subsidi persamaan penawarannya $P = a + bQ$, maka sesudah subsidi akan menjadi $P' = a + bQ - s = (a - s) + bQ$.

- **Contoh Kasus 4 :**

  Diketahui : permintaan; $P = 15 - Q$

  penawaran; $P = 3 + 0{,}5\,Q$

  subsidi; $s = 1{,}5$ per unit.

  Ditanyakan : berapa P dan Q keseimbangan sebelum dan sesudah subsidi ?...

  Penyelesaian :

  Tanpa subsid, $Pe = 7$ dan $Qe = 8$. Dengan subsidi, harga jual yang ditawarkan oleh produsen menjadi lebih rendah, persamaan penawaran berubah dan kurvanya bergeser turun.

  Penawaran tanpa subsidi : $P = 3 + 0{,}5\,Q$

  Penawaran dengan subsidi : $P = 3 + 0{,}5\,Q - 1{,}5$

  $P = 1{,}5 + 0{,}5\,Q \rightarrow Q = -3 + 2P$

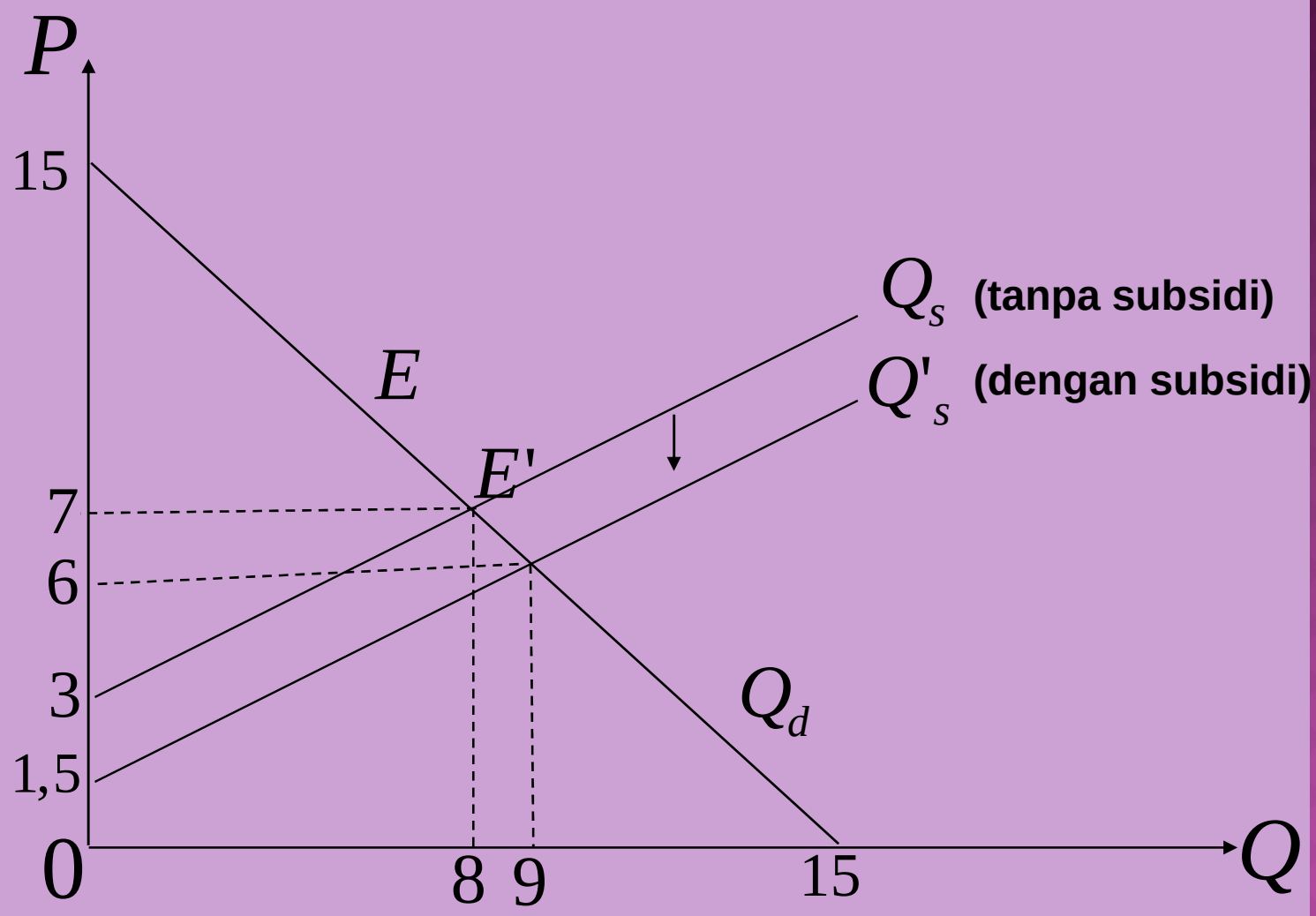
  Permintaan tetap : $P = 15 - Q \rightarrow Q = 15 - P$

  Maka, keseimbangan pasar : $Q_d = Q_s$

  $15 - P = -3 + 2P \rightarrow 18 = 3P, \quad P = 6$

  Jadi dengan adanya subsidi : $P'_e = 6$ dan $Q'_e = 9$

- **Jadi kurvanya sebagai berikut :**



BAGIAN SUBSIDI YANG DINIKMATI

- **Bagian subsidi yang dinikmati konsumen.** Besarnya bagian dari subsidi yang diterima, secara tidak langsung, oleh konsumen ***(sk)*** adalah selisih antara harga keseimbangan tanpa subsidi ***(P_e)*** dan harga keseimbangan dengan subsidi ***(P'_e)***
- Dalam contoh kasus diatas, $sk = 7 - 6 = 1.$
- **Bagian subsidi yang dinikmati produsen.**
- Dalam contoh kasus diatas, $sp = 1{,}5 - 1 = 0{,}5.$
- **Jumlah subsidi yang dibayarkan oleh pemerintah.** Besarnya jumlah subsidi yang diberikan oleh pemerintah ***(S)*** dapat dihitung dengan mengalikan jumlah barang yang terjual sesudah subsidi ***(Q'_e)*** dengan besarnya subsidi per unit barang ***(s)***.
- Dalam contoh kasus diatas, $S = 9 \times 1{,}5 = 13{,}5.$

KESEIMBANGAN PASAR KASUS DUA MACAM BARANG

- **Bentuk Umum :**

  Q_{dx} : jumlah permintaan akan X

  Q_{dy} : jumlah permintaan akan Y

  P_x : harga X per unit

  P_y : harga Y per unit

$$Q_{dx} = f(P_x, P_y)$$

$$Q_{dy} = g(P_y, P_x)$$

- **Contoh Kasus 5 :**

  Diketahui : permintaan akan X; $Q_{dx} = 10 - 4P_x + 2P_y$

  penawarannya; $Q_{sx} = -6 + 6P_x$

  permintaan akan Y; $Q_{dy} = 9 - 3P_y + 4P_x$

  penawarannya; $Q_{sx} = -3 + 7P_y$

  Ditanyakan : P_e dan Q_e untuk masing-masing barang tersebut ?...

Penyelesaian :

1) Keseimbangan pasar barang **X**

$$Q_{dx} = Q_{sx}$$

$$10 - 4P_x + 2P_y = -6 + 6P_x$$

$$10P_x - 2P_y = 16$$

2) Keseimbangan pasar barang **Y**

$$Q_{dy} = Q_{sy}$$

$$9 - 3P_y + 4P_x = -3 + 7\ P_y$$

$$4P_x - 10\,P_y = -12$$

3) Dari 1) dan 2) :

$$\begin{array}{l|l|l} 10P_x - 2P_y = 16 & \times 1 & 10P_x - 2P_y = 16 \\ 4P_x - 10P_y = -12 & \times 2{,}5 & 10P_x - 25P_y = -30 \\ & & \hline \\ & & 23\ P_y = 46 \\ & & P_y = 2 \end{array} \quad (-)$$

$P_y = 2$, masukkan ke 1) atau 2), diperoleh $P_x = 2$

Masukkan kedalam persamaan semula, sehingga didapat nilai $Q_{xe} = 6$, dan nilai $Q_{ye} = 11$.

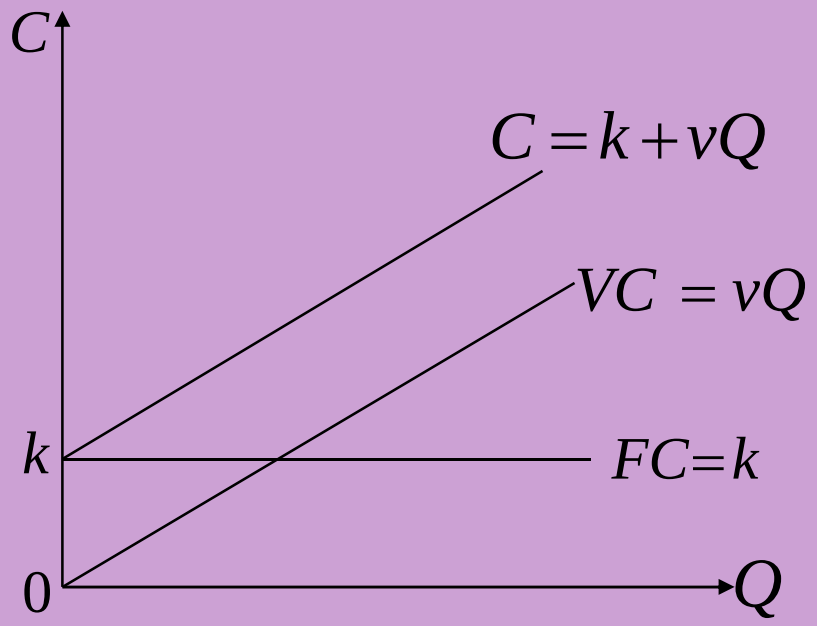
FUNGSI BIAYA DAN FUNGSI PENERIMAAN

- **Fungsi Biaya.** Biaya total *(total cost)* yang dikeluarkan oleh sebuah perusahaan dalam operasi bisnisnya terdiri atas biaya tetap *(fixed cost)* dan biaya variabel *(variable cost)*.

$$FC = k$$

$$VC = f(Q) = vQ$$

$$C = g(Q) = FC + VC = k + vQ$$



FC : biaya tetap

VC : biaya variabel

C : biaya total

k : konstanta

v : lereng kurva VC dan kurva C

Contoh Kasus 6 :

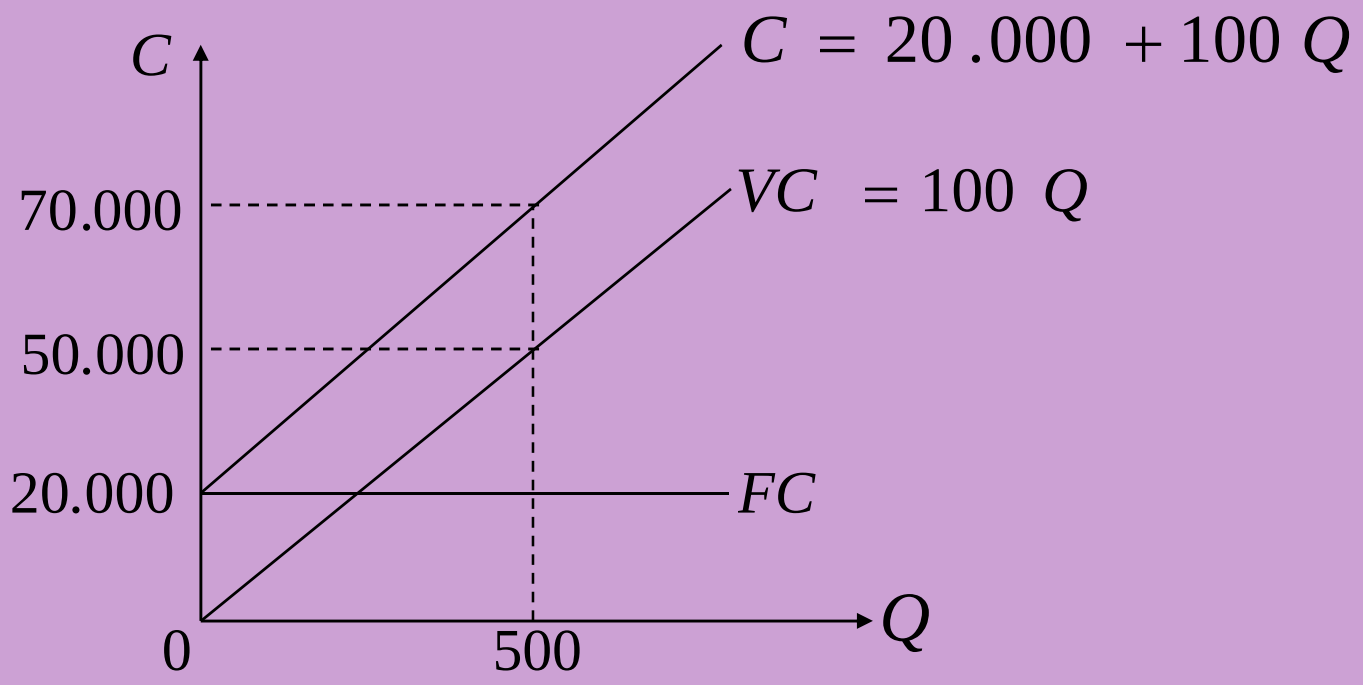
Diketahui : $FC = 20.000$, $VC = 100\,Q$

Ditanyakan : Tunjukkan persamaan dan kurva totalnya !!! Berapa biaya total yang dikeluarkan jika diproduksi 500 unit barang ???

Penyelesaian :

$C = FC + VC \rightarrow C = 20.000 + 100\,Q$

Jika $Q = 500$, maka ; $C = 20.000 + 100\,(500) = 70.000$



FUNGSI PENERIMAAN

- **Fungsi Penerimaan.** Penerimaan sebuah perusahaan dari hasil penjualan barangnya merupakan fungsi dari jumlah barang yang terjual atau dihasilkan.

  Semakin banyak barang yang diproduksi dan terjual, semakin besar pula penerimaannya. **Penerimaan total *(total revenue)*** adalah hasilkali jumlah barang yang terjual dengan harga jual per unit barang tersebut. Secara matematik, penerimaan merupakan fungsi jumlah barang, kurvanya berupa garis lurus berlereng positif dan bermula dari titik pangkal.

$$R = Q \times P = f(Q)$$

Contoh Kasus 7 :

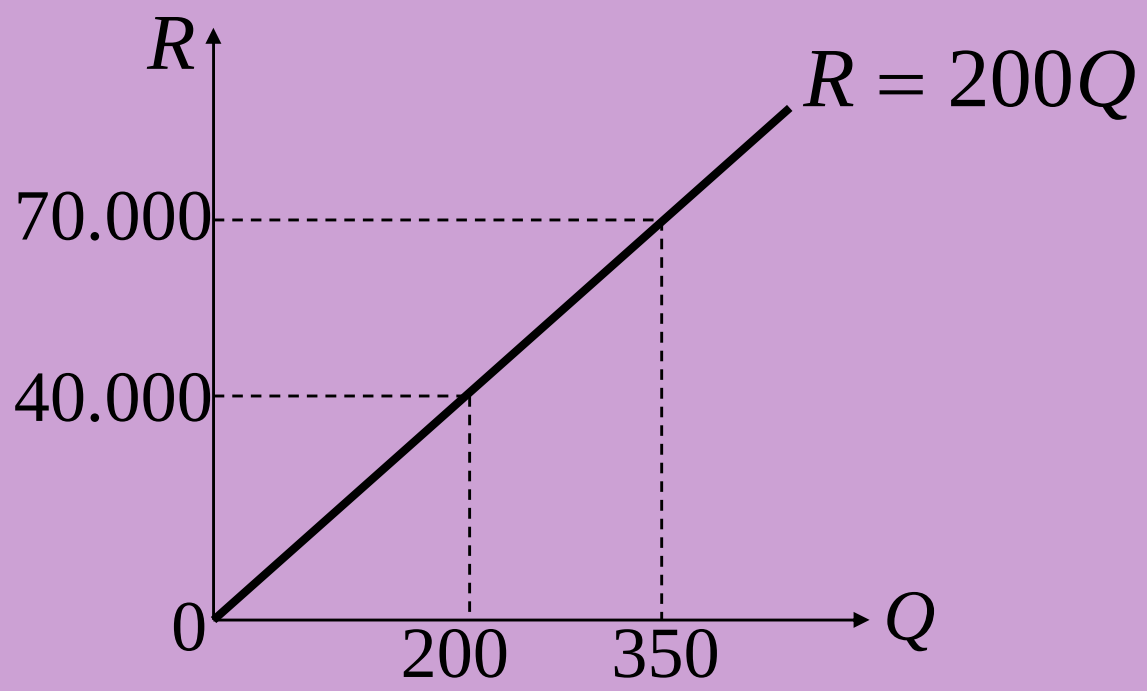
Harga jual produk yang dihasilkan oleh sebuah perusahaan Rp. 200,00 per unit. Tunjukkan persamaan dan kurva penerimaan total perusahaan ini !!!

Berapa besar penerimaannya bila terjual barang sebanyak 350 unit ???

Penyelesaian :

$$R = Q \text{ X } P = Q \text{ X } 200 = 200\,Q$$

Bila $Q = 350$, maka ; $R = 200$ X $350 = 70.000$



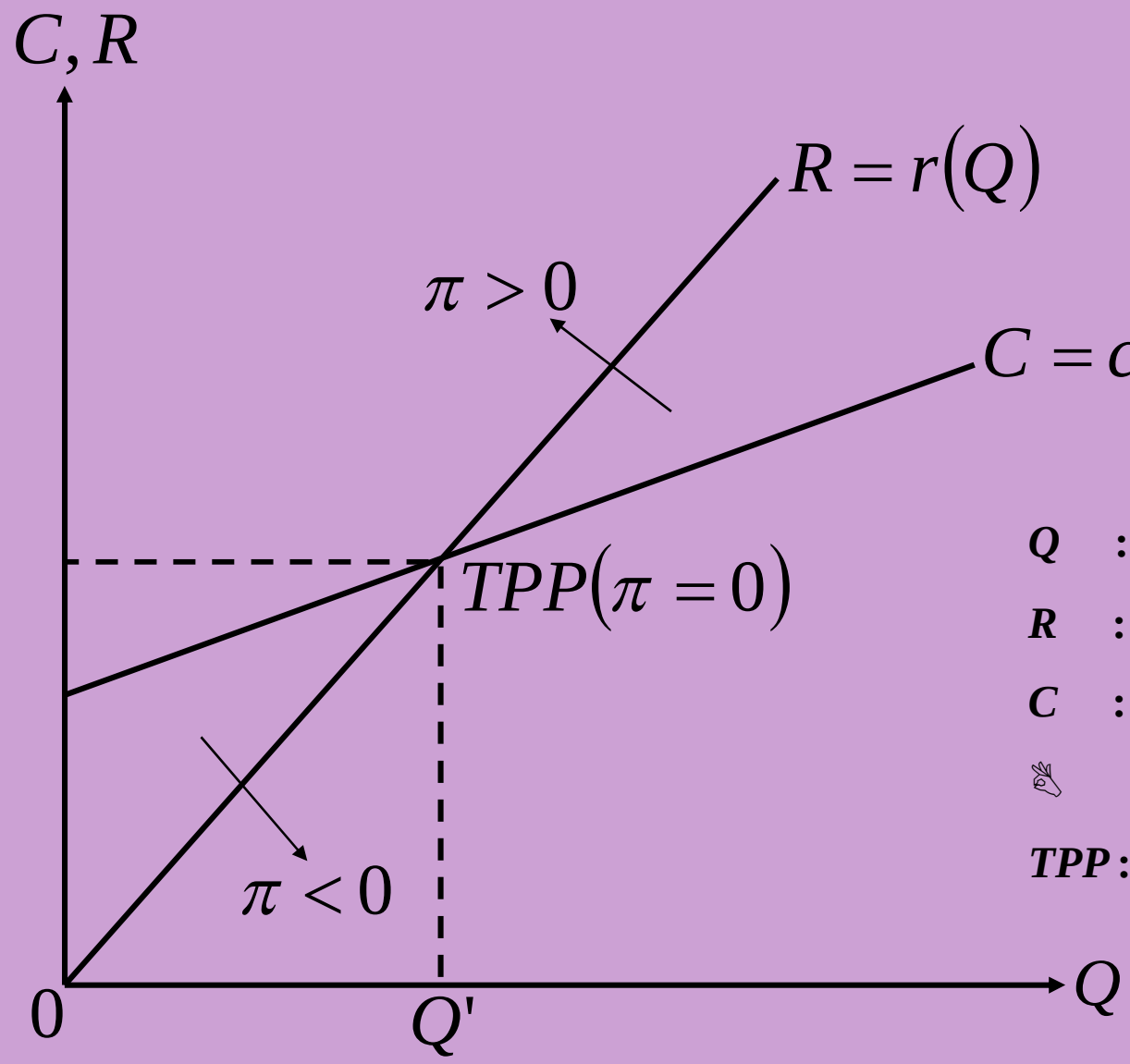
ANALISIS PULANG-POKOK

- **Keuntungan** (profit positif, 👌 **> 0**) akan didapat apabila $R > C$.

- **Kerugian** (profit negatif, 👌 **< 0**) akan dialami apabila $R < C$.

- Konsep yang lebih penting berkenaan dengan R dan C adalah konsep **pulang-pokok *(break-even)*,** yaitu suatu konsep yang digunakan untuk menganalisis jumlah minimum produk yang harus dihasilkan atau terjual agar perusahaan tidak mengalami kerugian. Keadaan ***break-even*** (profit nol, 👌 **= 0**) terjadi apabila R = **0;** perusahaan tidak memperoleh keuntungan tetapi tidak pula mengalami kerugian. Secara grafik, hal ini ditunjukkan oleh perpotongan antara kurva R dan kurva C.

Gambar Kurvanya :



Q **: jumlah produk**

R **: penerimaan total**

C **: biaya total**

: profit total (= *R* – *C*)

TPP **: (break-even point / BEP)**

Contoh Kasus 8 :

Diketahui : $C = 20.000 + 100\,Q$, $R = 200\,Q$

Ditanyakan : Berapakah tingkat produksi pada saat *BEP* ???.. Apa yang terjadi pada saat produksinya sebanyak 300 unit ???...

Penyelesaian :

$\Pi = R - C$

BEP ; $\Pi = 0, \rightarrow R - C = 0$

$R = C$

$200\,Q = 20.000 + 100\,Q$

$100\,Q = 20.000$

$Q = 200$

jika $Q = 300$, **maka :**

$R = 200\,(300) = 60.000$

$C = 20.000 + 100\,(300)$

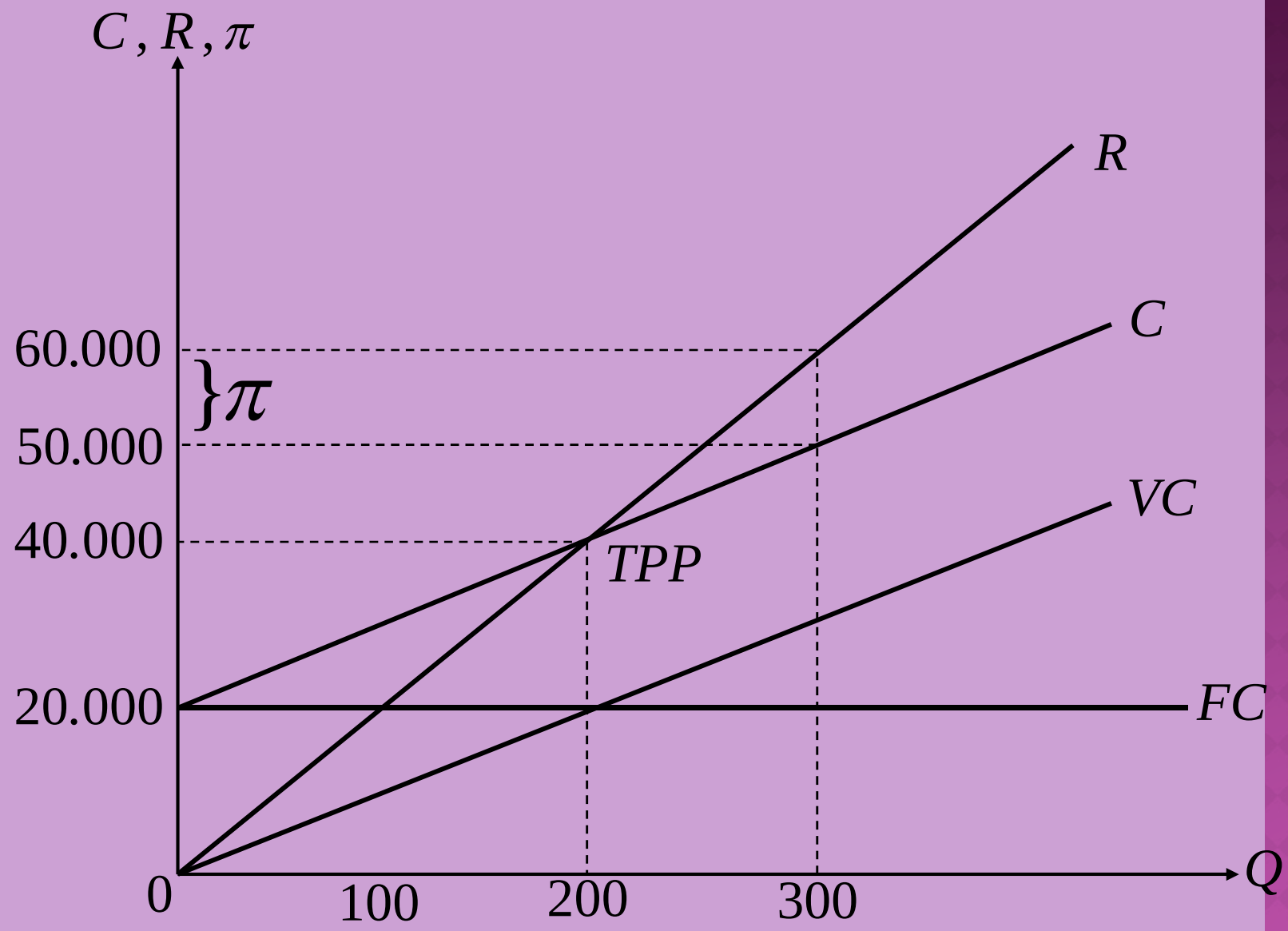
$= 50.000$

Keuntungan ; $\Pi = R - C$

$= 60.000 - 50.000$

$= 10.000$

Gambar Kurvanya adalah :



SOAL

1. Jika fungsi permintaan dan penawaran dari suatu barang ditunjukkan oleh : Qd= 6 – 0,75P dan Qs = -5+2P. Berapa harga dan jumlah keseimbangan pasar dan tunjukkanlah secara geometri keseimbangan pasar tersebut.
2. Jika fungsi permintaan suatu produk ditunjukkan oleh P=12-2Q dan suatu fungsi penawaran oleh P= 3 +Q. Terhadap produk tersebut dikenakan pajak oleh pemerintah sebesar 3 per unit .

a. Berapakah harga dan jumlah keseimbangan pasar sebelum dan sesudah kena pajak
b. Berapa besar penerimaan pajak total oleh pemerintah?
c. Berapa besar pajak yang ditanggung oleh konsumen dan produsen
d. Gambarkan harga dan jumlah keseimbangan sebelum dan sesudah pajak.

JAWABAN SOAL

1. $Qd = 6 - 0{,}75P$

   $Qs = -5 + 2P$

   $Qd = Qs \leftrightarrow 6 - 0{,}75P = -5 + 2P$

   $2{,}75P = 11 \rightarrow P = 4$

   $Qs = 6 - 0{,}75P$

   $= 6 - 0{,}75(4) = 3$

JAWABAN SOAL

2. *Sebelum Pajak*

$$\left.\begin{array}{l} D: P = 12 - 2Q \\ S: P = 3 + Q \end{array}\right\} \quad 12 - 2Q = 3 + Q$$

$$3Q = 9 \Rightarrow Q = 3 \rightarrow P = 6$$

Sesudah Pajak

$$\left.\begin{array}{l} D: P = 12 - 2Q \\ S: P = 6 + Q \end{array}\right\} \quad 12 - 2Q = 6 + Q$$

$$3Q = 6 \Rightarrow Q = 2 \rightarrow P = 8$$

Ditanggung Konsumen; tk = Pe' – P → 8 – 6 = 2

Ditanggung Produsen; tp = t – tk → 3 – 2 = 1

Diterima Pemerintah; T = Qe X t → 2 X 3 = 6

SOAL

Diketahui : $FC = 40.000$, $VC = 200\ Q$

Ditanyakan : Tunjukkan persamaan dan kurva totalnya !!! Berapa biaya total yang dikeluarkan jika diproduksi 500 unit barang ?

Penyelesaian :

$C = FC + VC \rightarrow C = 40.000 + 200\ Q$

Jika $Q = 500$, maka ; $C = 20.000 + 200\ (500) = 70.000$

SOAL

Harga jual produk yang dihasilkan oleh sebuah perusahaan Rp. 400,00 per unit. Tunjukkan persamaan dan kurva penerimaan total perusahaan ini !

Berapa besar penerimaannya bila terjual barang sebanyak 400 unit ???

Penyelesaian :

$R = Q \times P = Q \times 200 = 200\,Q$

Bila $Q = 350$, maka ; $R = 200 \times 350 = 70.000$

CONTOH SOAL

Diketahui : $C = 40.000 + 200\,Q$, $R = 400\,Q$

Ditanyakan : Berapakah tingkat produksi pada saat *BEP* ???.. Apa yang terjadi pada saat produksinya sebanyak 300 unit ???...

Penyelesaian :

$\pi = R - C$

BEP ; $\pi = 0$, → $R - C = 0$

$R = C$

$400\,Q = 20.000 + 100\,Q$

$100\,Q = 20.000$

$Q = 200$

jika $Q = 300$, maka :

$R = 400\,(300) = 120.000$

$C = 40.000 + 200\,(300)$

$= 100.000$

Keuntungan ; $\pi = R - C$

$= 60.000 - 50.000$

$= 10.000$