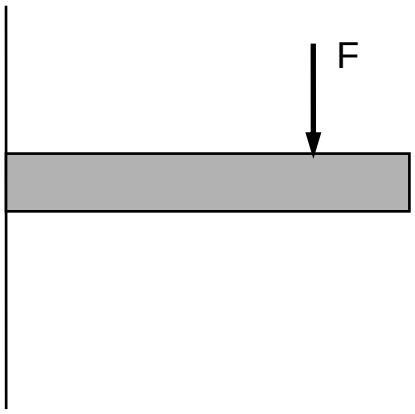
IX. KESEIMBANGAN BENDA TEGAR dan ELASTISITAS

1. BENDA TEGAR.

Benda tegar adalah benda yang tidak mengalami perubahan bentuk bila gaya dikerjakan pada benda tersebut.



2. KESEIMBANGAN BENDA TEGAR.

Sebuah benda tegar berada dalam keseimbangan mekanis bila dilihat dari suatu kerangka acuan inersial, jika :

a. percepatan linear pusat massanya sama dengan nol, $a_{pm} = 0$.

b. percepatan sudutnya sama dengan nol, $\alpha = 0$.

Untuk $v_{pm} = 0$ dan $\omega = 0$ disebut keseimbangan statik.

Bila $a_{pm} = 0$, maka $F_{eks} = 0$. Untuk gaya-gaya dalam ruang (3 dimensi) diperoleh :

$$F_{1x} + F_{2x} + ... + F_{nx} = 0 \text{ atau } \sum F_x = 0$$
$$F_{1y} + F_{2y} + ... + F_{ny} = 0 \text{ atau } \sum F_y = 0$$
$$F_{1z} + F_{2z} + ... + F_{nz} = 0 \text{ atau } \sum F_z = 0$$

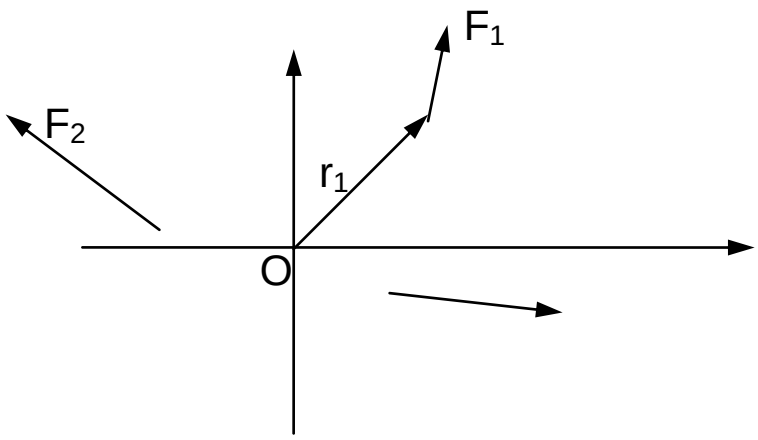
Bila $\alpha = 0$, maka $\tau_{eks} = 0$ dan diperoleh

$$\tau_{1x} + \tau_{2x} + ... + \tau_{nx} = 0 \text{ atau } \sum\tau_x = 0$$
$$\tau_{1y} + \tau_{2y} + ... + \tau_{ny} = 0 \text{ atau } \sum\tau_y = 0$$
$$\tau_{1z} + \tau_{2z} + ... + \tau_{nz} = 0 \text{ atau } \sum\tau_z = 0$$

Dalam kasus tertentu dimana gaya-gaya hanya terletak pada satu bidang, (misalkan bidang xy) diperoleh :

$$F_{1x} + F_{2x} + ... + F_{nx} = 0 \text{ atau } \sum F_x = 0$$
$$F_{1y} + F_{2y} + ... + F_{ny} = 0 \text{ atau } \sum F_y = 0$$
$$\tau_{1z} + \tau_{2z} + ... + \tau_{nz} = 0 \text{ atau } \sum\tau_z = 0$$

$\sum\tau_z = 0$ ini terhadap sembarang titik pada benda tegar tersebut.



Torsi terhadap titik O adalah :

$$\tau o = (r_1 \times F_1) + (r_2 \times F_2) + ... + (r_n \times F_n)$$

Torsi terhadap titik O' adalah :

$$\tau o' = (r_1 - r') \times F_1 + (r_2 - r') \times F_2 + ... + (r_n - r') \times F_n$$
$$\tau o' = \{(r_1 \times F_1) + (r_2 \times F_2) + ... + (r_n \times F_n)\} - r' \times (F_1 + F_2 + \ldots + F_n)$$

Jika sistem dalam keadaan seimbang, $\Sigma F = 0$ maka

$$\tau o = \tau o'$$

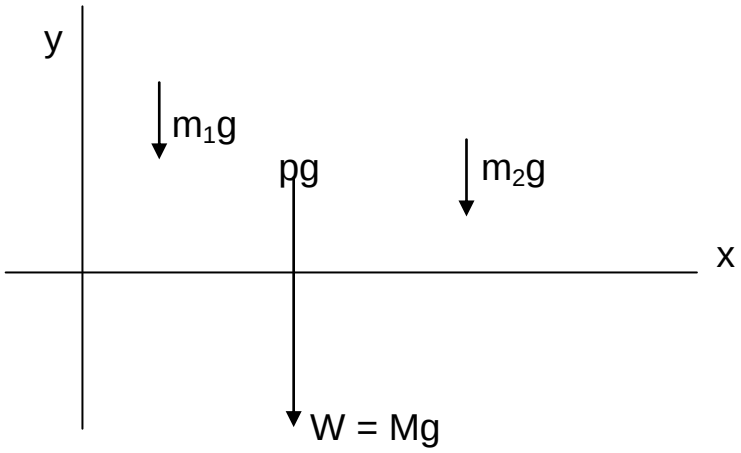
Torsi terhadap titik sembarang adalah sama.

3. PUSAT GRAVITASI

Bila kita perhatikan benda tegar, salah satu gaya yang perlu diperhatikan adalah berat benda, yaitu gaya gravitasi yang bekerja pada benda tersebut. Untuk menghitung torsi dari gaya berat tersebut, gaya berat dapat dipertimbangkan terkonsentrasi pada sebuah titik yang disebut pusat gravitasi.

Perhatikan benda berbentuk sembarang pada bidang xy. Benda kita bagi-bagi menjadi partikel-partikel dengan massa m_1, m_2, …yang mempunyai koordinat (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ,…pusat massanya dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots}$$



Setiap partikel memberikan kontribusi torsi terhadap titik pusat dan ini sama dengan torsi yang ditimbulkan oleh gaya tunggal, yaitu gaya berat dikalikan dengan lengan gayanya. Titik dimana gaya berat bekerja disebut pusat gravitasi.

$$(m_1g_1 + m_2g_2 + m_3g_3 + \ldots)\, x_{pg} = m_1g_1x_1 + m_2g_2x_2 + m_3g_3x_3 + \ldots$$

Bila diasumsikan g homogen maka, pusat gravitasi :

$$\frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots}$$

Bila gravitasi homogen, pusat gravitasi berimpit dengan pusat massa.

4. SISTEM KESEIMBANGAN

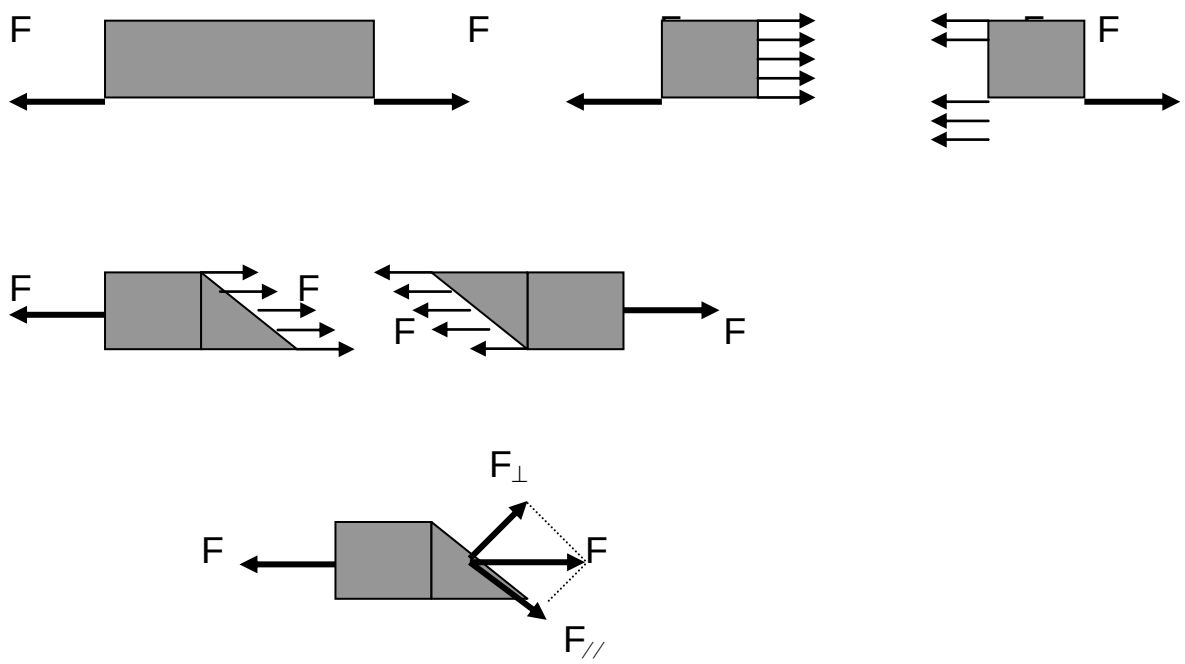
Di dalam menyelesaikan suatu sistem keseimbangan di bawah pengaruh beberapa gaya, ada beberapa prosedur yang perlu diikuti.

a. Tentukan objek/benda yang menjadi pusat perhatian dari sistem keseimbangan.
b. Gambar gaya gaya eksternal yang bekerja pada obyek tersebut.
c. Pilih koordinat yang sesuai, gambar komponen-komponen gaya dalam koordinat yang telah dipilih tersebut.
d. Terapkan sistem keseimbangan untuk setiap komponen gaya.
e. Pilih titik tertentu untuk menghitung torsi dari gaya-gaya yang ada terhadap titik tersebut. Pemilihan titik tersebut sembarang, tetapi harus memudahkan penyelesaian.
f. Dari persamaan yang dibentuk, dapat diselesaikan variabel yang ditanyakan.

5. ELASTISITAS

Dalam pembahasan sebelumnya, benda yang mendapatkan gaya diidealkan sebagai benda tegar, tidak mengalami perubahan bentuk bila mendapat gaya. Sesungguhnya benda mengalami perubahan bentuk saat mendapatkan gaya. Pada bagian ini akan dibahas tentang hubungan perubahan bentuk tersebut dengan gaya yang menyebabkannya.

5.1. Tekanan



Gambar di atas melukiskan suatu batang yang mempunyai penampang serbasama ditarik dengan gaya F pada kedua sisinya. Batang dalam keadaan tertarik. Bila dibuat irisan di batang (gambar b) yang tidak dekat ujung batang, maka pada irisan tadi terdapat tarikan dengan gaya F yang merata di penampang batang (sistem dalam keadaan seimbang). Dari sini dapat didefinisikan tegangan di irirsan tersebut sebagai perbandingan antara gaya F dengan luas penampang A.

$$\text{Tegangan : } S = F/A \text{ (} N/m^2 = \text{Pascal)}$$

Tegangan tersebut disebut tegangan tarik.
Bila irisan tadi dibuat sembarang (membentuk sudut), maka luasannya menjadi A' dan dan gaya F tadi bisa diurakan menjadi dua komponen, yaitu $F_{\perp}$ (tegak

lurus/normal terhadap A' dan $F_{/\ /}$ (sejajar/tangensial terhadap A'). Maka tegangan dapat diurakan menjadi :

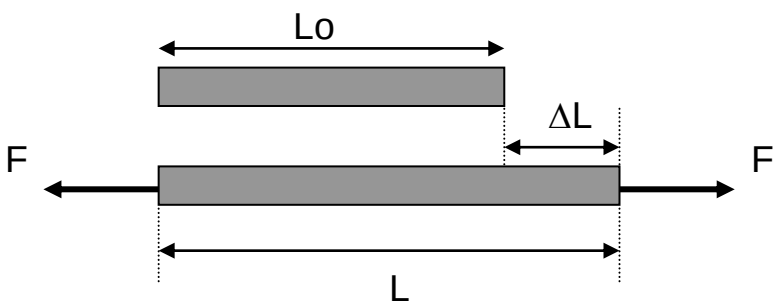
Tegangan normal = $F_{\perp}$ / A'

Tegangan tangensial (geser) = $F_{//}$/A'

Demikian juga sebaliknya, bila gaya pada balok mengarah ke balok. Tegangannya disebut tegangan tekan.

5.2. Regangan

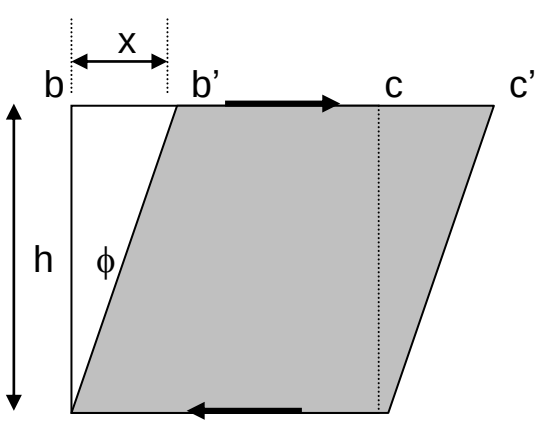
Bila gaya diberikan pada balok tersebut memberikan tegangan tarik, maka balok tersebut juga mengalami perubahan bentuk yang disebut regangan.



$$\text{Regangan tarik} = \frac{L - Lo}{Lo} = \frac{\Delta L}{Lo}$$

Regangan tekan dapat didefinisikan dengan cara sama, dengan ΔL sebagai pengurangan panjang.

Bila gaya yang diberikan memberikan tegangan geser maka perubahan bentuk pada balok menjadi :



a,a’ d,d’

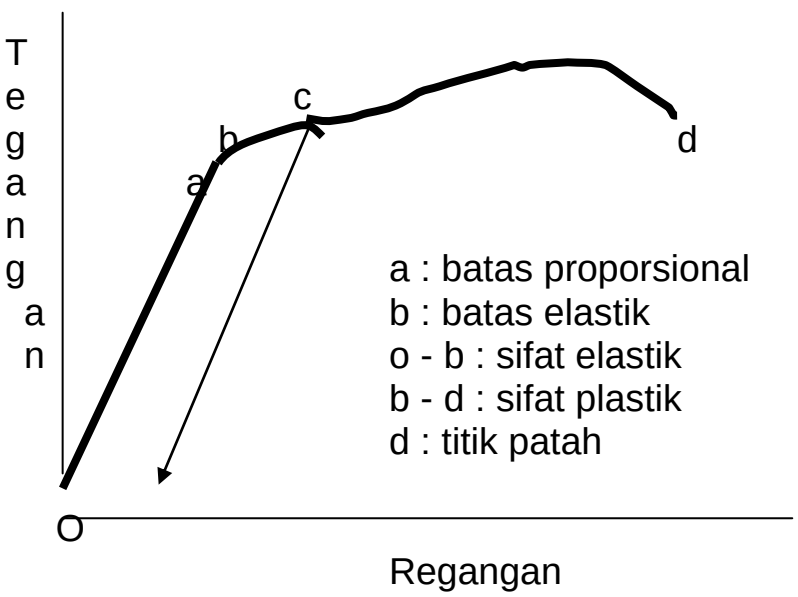
Regangan geser = x/h = tg ϕ ~ ϕ (karena x << h)

Regangan dikarenakan tekanan hidrostatis disebit regangan volume :

$$\text{Regangan volume} = \frac{\Delta V}{V}$$

5.3. Elastisitas dan Plastisitas

Hubungan antara tegangan dan regangan menyatakan elstisitas bahan tersebut. Grafik tegangan sebagai fungsi regangan suatu logam dapat digambarkan sebagi berikut :



Bagian pertama (O - a) tegangan sebanding dengan regangan, a adalah batas proporsional tersebut. Dari a sampai b tidak sebanding lagi, tetapi bila beban diambil, kurva akan kembali ke titik a lagi. Titik a sampai b masih bersifat elastik dan b adalah batas elastik. Bila beban di ambil setelah melewati b, misal di c, kurva tidak kembali ke b tetepi kembali melellui garis tipis. Sehingga panjang tanpa tegangan menjadi lebih besar dari semula. Bila beban ditambah terus sampai patah di d, d disebut titik patah. Bila b sampai d cukup besar, bahan tersebut bersifat ulet, tetapi kalau sangat pendek disebut rapuh.

5.4. Modulus Elastik

Perbandingan antara tegangan dan regangan disebut modulus elastik bahan.

5.4.a. <u>Modulus Young</u>

Bila kita perhatikan tegangan dan regangan tarik/tekan, sampai batas proporsional, perbandingan tegangan dan regangan disebut : modulus Young, Y :

$$Y = \frac{\text{Tegangan tarik}}{\text{Regangan tarik}} = \frac{\text{Tegangan tekan}}{\text{Regangan tekan}}$$

$$Y = \frac{F_{\perp} / A'}{\Delta L / Lo}$$

5.4.b. Modulus Geser

Didefinisikan sebagi perbandingan tegangan geser dan regangan geser.

$$S = \frac{\text{Tegangan geser}}{\text{Regangan geser}}$$

$$S = \frac{F_{//}/A'}{x / h} = \frac{h\, F_{//}/}{A\ x} = \frac{F_{//}/A}{tg\ \phi}$$

Modulus geser disebut juga modulus puntir, dan hanya terjadi pada zat padat.

5.4.c. Modulus Bulk (Balok)

Modulus ini menghubungkan tekanan hidrostatik dengan perubahan volumenya.

$$B = -\frac{dp}{dV/Vo} = \frac{dp}{-dV}Vo$$

Kebalikan dari modulus Bulk adalah kompresibilitas

$$k = 1/ B$$