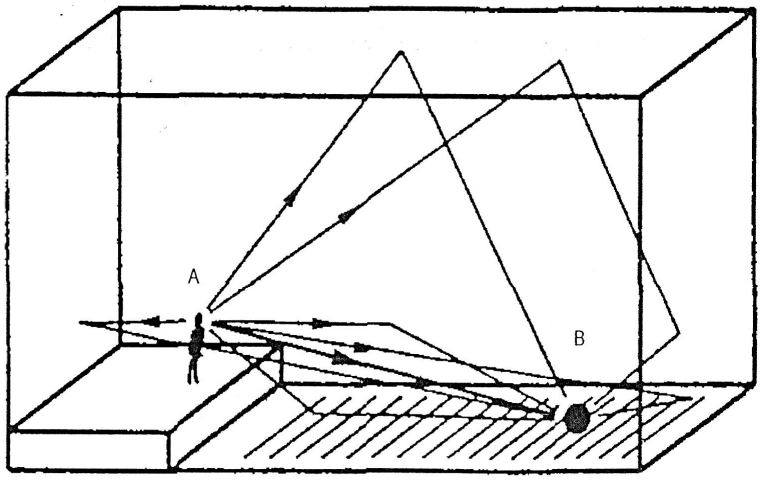
BAB II
LANDASAN TEORI

2.1. Respon Impuls Akustik Ruangan.

Respon impuls akustik suatu ruangan didefinisikan sebagai sinyal suara yang diterima oleh suatu titik (titik penerima, B) dalam ruangan akibat suatu sumber suara impuls pada titik lain (titik sumber, A) didalam ruangan (lihat gambar 2.1).

Jika suatu sumber suara dianggap dapat menghasilkan suatu fungsi impuls yang sempurna, dan medium atau penghalang selama sinyal suara ini merambat tidak merubah karakteristik dari sinyal suara tersebut (kecuali pelemahan) maka respon impuls akustik ruangan untuk titik A dan titik B pada gambar 2.1 disederhanakan seperti pada gambar 2.2. Respon impuls akustik ini memperlihatkan bagaimana sinyal suara yang berasal dari sumber suara, diterima pada titik penerima. Sinyal-sinyal suara yang datang pada titik B (gambar 2.1) dapat dibagi menjadi :



Gambar 2.1 perambatan satu sinar suara dari titik A (sumber) ke titik B (penerima) suatu ruangan

1. Suara langsung

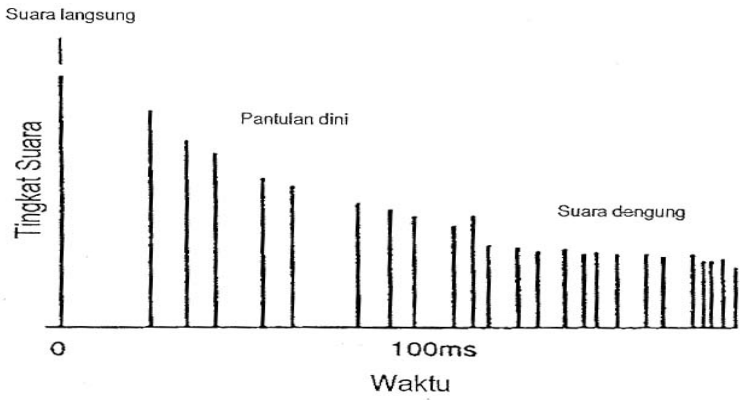
Sinyal suara yang datang dalam satu garis lurus dari sumber suara ke penerima membentuk komponen suara langsung pada respon impuls akustik.

2. Pantulan Dini

Sinyal suara berasal dari pantulan dinding, langit, dan sebagainya (biasanya arah perambatannya dapat diidentifikasi dengan jelas) disebut sebagai komponen pantulan dini pada respon impuls akustik. M. Barron mendefinisikan pantulan dini sebagai sinyal suara yang datang dalam batas waktu 100 ms setelah suara langsung, sementara L.L. Baranek memberikan batas 80 ms.

3. Suara Dengung

Sinyal suara yang telah mengalami pantulan berkali-kali sebelum mencapai penerima membentuk komponen suara dengung pada respon impuls akustik. Sinyal suara yang datang tersebut letaknya sangat berdekatan sehingga selang waktu antaranya tidak dapat dibedakan. Pada kurva respon impuls akustik, bagian suara dengung ini memberikan bentuk kurva yang meluruh pada bagian akhir kurva respon impuls akustik.



Gambar 2.2 Respon Impuls Akustik Suatu Ruangan

2.2. Representasi Matematis Respon Impuls Akustik Ruangan.

Suatu sumber suara $p(t)$ ditempatkan dalam suatu ruangan (pada gambar 2.1), maka tekanan suara pada sembarang titik diberikan oleh :

$$f(t) = p(t) * h(r \setminus r_0;t) \quad \ldots\ldots 2.1$$

diamana * menyatakan proses konvolusi dan $h(r \setminus r_0;t)$ adalah respon impuls akustik antara sumber suara pada titik r_0 dan telinga pendengar yang berada

$r(x,y,z)$. Respon impuls dapat diuraikan lagi dalam sekumpulan respon impuls $w_n(t)$ yang menyatakan sifat pantulan dari bidang batas dan respon impuls dari medan bebas pantulan ke telinga pendengar $h_n(t)$, n menyatakan suatu satu pantulan suara dengan sudut horizontal ξ dan sudut ketinggian η terhadap pendengar, $n = 0$ menyatakan suara langsung. Respon impuls akustik sekarang dapat ditulis sebagai berikut :

$$h(r \setminus r_0;t) = \sum A_n \, w_n \, (t-\Delta t_n) * h_n (r \setminus r_0;t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2.2$$

dimana A_n adalah tekanan suara dan Δt_n adalah waktu tunda pantulan relatif terhadap suara langsung. Setiap n menyatakan satu kali pantulan dan $n = 0$ menyatakan suara langsung. Sehingga persamaan 2.2 menjadi :

$$f(t) = \sum_{n=0}^{N} p(t) * A_n \, w_n (t-\Delta t_n) * h(r \setminus r_0;t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2.3$$

Dari persamaan 2.3 diatas dapat dilihat bahwa sinyal suara yang diterima pada suatu titik merupakan hasil konvolusi sinyal sumber suara dengan respon impuls akustiknya. Jadi jika respon impuls akustik dapat diketahui, sinyal yang diterima pada suatu titik oleh sembarang sumber suara dapat di simulasikan dengan memasukan respon impuls akustiknya kedalam suatu sistem digital, dimana didalam sistem digital ini di lakukan proses konvolusi.

2.3. Teori Pengolahan Sinyal.

Suatu sinyal dapat didefinisikan sebagai suatu fungsi yang mengandung informasi, biasanya berupa keadaan atau kelakuan suatu sistem fisik. Sinyal dinyatakan secara matematis sebagai suatu fungsi dari satu atau lebih peubah bebas (*independent variable*). Sebagai contoh, sinyal ucapan dapat dinyatakan secara matematis sebagai fungsi dari waktu, sedangkan suatu gambar dinyatakan sebagai fungsi kecerahan (*brightness*) dari dua peubah ruang.

Peubah bebas dari pernyataan matematis suatu sinyal dapat kontinu atau diskrit. Sinyal waktu-kontinu (sinyal kontinu) didefinisikan pada waktu yang kontinu dan dinyatakan sebagai fungsi dari peubah yang kontinu. Sinyal waktu-diskrit didefinisikan pada waktu yang diskrit, karena itu peubah bebasnya hanya mempunyai nilai yang diskrit.

Disamping peubah bebas dapat kontinu atau diskrit, amplitudo dari sinyal juga dapat berupa kontinu atau diskrit. Sinyal digital adalah dimana waktu dan amplitudonya adalah diskrit. Sinyal yang dinyatakan dalam waktu-kontinu dan amplitudo-kontinu disebut sinyal analog.

Sistem waktu-kontinu adalah sistem dimana kedua masukan (*input*) dan keluaran (*output*) adalah sinyal analog, dan sistem waktu-diskrit adalah sistem dimana masukan dan keluarannya adalah sinyal digital.

Sinyal digital dapat berasal dari pencuplikan sinyal analog atau berasal dari pembangkitan langsung proses digital. Apapun sumbernya sistem pengolahan sinyal digital mempunyai beberapa keistimewaan. Sistem ini direalisasikan dengan menggunakan komputer yang umum, atau dengan menggunakan perangkat keras digital khusus. Sistem ini juga dapat digunakan untuk merealisasikan transformasi sinyal yang tidak mungkin dilakukan dengan perangkat keras analog.

2.4. Transformasi *Fourier* Waktu-Diskrit.

Salah satu sifat utama dari sistem linier adalah respon dalam keadaan tunak, (*steady state respon*) terhadap masukan fungsi sinus adalah fungsi sinus dengan frekwensi yang sama, dimana amplitudo dan fasenya ditentukan oleh sistem. Sifat ini membuat refresentasi sinyal dalam bentuk fungsi sinus atau fungsi eksponensial kompleks sangat berguna dalam teori sistem linier.

Deret (*sequence*) umum, $x[n]$ mempunyai transformasi *Fourier* waktu-diskrit (*discrete-time Fourier transform*) yang didefinisikan sebagai berikut ;

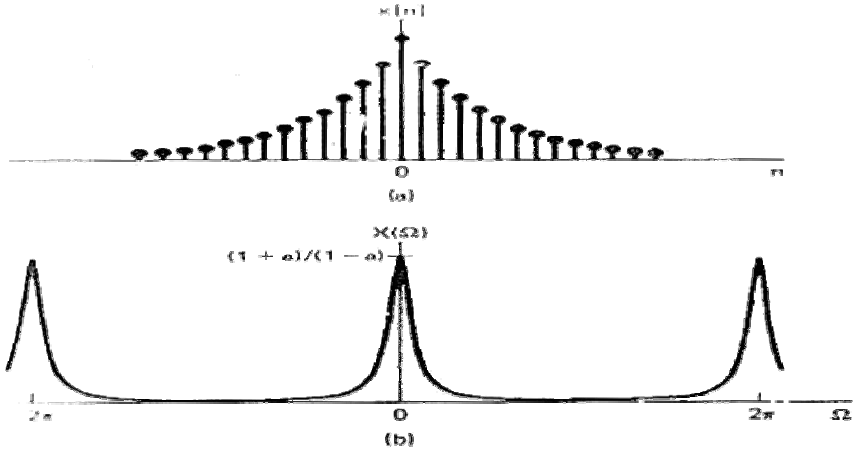
$$X[e^{j\omega}] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \quad \text{.....2.4}$$

Dan tranformasi *Fourier* waktu-diskrit balik (*invers discrete-time Fourier transform*) sebagai berikut:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X[e^{j\omega}]\, e^{j\omega n}\, d\omega \quad \text{.....2.5}$$

Dari persamaan 2.4 dapat di lihat bahwa transformasi *Fourier* waktu-diskrit adalah periodik dengan perioda 2π, hal tersebut berasal dari keperiodikan eksponensial kompleks diskrit. Sebagai akibatnya $\omega = 0$ dan $\omega = 2\pi$ menghasilkan

sinyal yang identik, dan frekwensi yang dekat dengan nilai ini atau kelipatan genap dari π diasosiasikan dengan frekwensi rendah. Hal yang sama, frekwensi-frekwensi tinggi dalam waktu diskrit mempunyai nilai ω yang dekat dengan kelipatan ganjil dari π.



Gambar 2.3 Deret $x(n) = a^{|n|}$ dan transformasi fourier waktu-diskritnya 0<a<1).

Dari persamaan 2.4, $X[e^{j\omega}]$ disamping sebagai transformasi *Fourier* dari $x[n]$ juga dapat dianggap sebagai spektrum dari $x[n]$, karena dari $X[e^{j\omega}]$ ini dapat diperoleh informasi bagaimana $x[n]$ disusun sebagai fungsi eksponensial kompleks pada masing-masing frekwensi pembentuknya (gambar 2.3).

Pada persamaan 2.4 tidak selalu konvergen, sebagai contoh jika $x[n]$ adalah suatu fungsi *step* atau eksponensial *real* atau kompleks yang berlaku untuk semua n. oleh karena itu konvergensi dari transformasi *Fourier* waktu-diskrit tergantung definisi dan interpretasi yang digunakan. Jika $x[n]$ adalah suatu deret yang mutlak dapat di jumlahkan (*absolutely summable*) maka,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty$$

Disebut konvergen penuh (*absolutely convergent*) dan konvergen seragam (*uniform convergent*) terhadap fungsi kontinu dari ω. Jadi respon frekwensi dari suatu sistem yang stabil adalah selalu konvergen. Jika deret adalah mutlak dapat dijumlahkan. Maka deret juga mempunyai energi hingga, yaitu $\sum_{n}^{\infty}{}_{-\infty} |x[n]|^2$ adalah hingga.

Kenyataan bahwa suatu deret dapat di representasikan sebagai superposisi dari eksponensial kompleks sangat penting dalam analisa sistem linier. Ini dikarenakan dari prinsip superposisi dan kenyataan bahwa respon sistem linier terhadap eksponensial kompleks di tentukan oleh frekwensi responnya, $H[e^{j\omega}]$. Dari persamaan 2.5 dapat di lihat bahwa respon sistem untuk masukan x[n] adalah superposisi dari masing-masing respon sistem untuk tiap-tiap eksponensial kompleks penyusun masukannya. Karena respon untuk tiap eksponensial kompleks di dapat dengan hasil perkalian dengan $H[e^{j\omega}]$, atau

$$y[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H[e^{j\omega}]\, X[e^{j\omega}]\, e^{j\omega n}\, d\omega \quad \text{.....2.6}$$

Maka transformasi Fourier waktu-diskrit dari keluarannya adalah :

$$Y[e^{j\omega}] = H[e^{j\omega}]\, X[e^{j\omega}]$$

2.5. Fungsi Korelasi Diri.

Fungsi korelasi diri menunjukan seberapa cepat suatu sinyal acak berubah dalam waktu. Jika korelasi diri meluruh dengan cepat ke nol maka sinyal tersebut berubah-ubah dengan cepat dalam waktu. Dan suatu sinyal yang berubah-ubah dengan lambat akan mempunyai fungsi korelasi diri yang meluruh dengan lambat. Fungsi korelasi diri dihitung sebagai berikut,[4] :

$$R_{xx}[k] = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, x[n+k] \quad \text{.....2.7}$$

Beberapa sifat korelasi diri yaitu :

1. $R_{xx}[k] = R_{xx}[-k]$
2. $|R_{xx}[k]| \le R_{xx}[0]$
3. Jika $\lim_{k\to\infty} |R_{xx}[k]| = C$, maka $C = \mu_x^2$

2.6. Kerapatan Spektral Daya

Fungsi kerapatan spektral daya $S_{xx}(f)$ adalah tranformasi *Fourier* dari fungsi korelasi diri R_{xx} [k], dan dapat ditulis sebagai,[4] :

$$S_{xx}(f) = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N+1}^{N-1} R_{xx}(n)\, e^{-j2\pi fn} \quad \text{.....2.8}$$

Persamaan diatas dikenal sebagai hubungan Wiener-Khinchine.

Beberapa sifat fungsi kerapatan spektral daya :

1. $S_{xx}(f)$ adalah real dan tidak negatif.
2. Rata-rata daya $x[t]$

$$E\{x^2[n]\} = R_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f)df$$

3. Untuk $x[n]$ yang real , $R_{xx}[n]$ adalah fungsi genap sehingga $S_{xx}(f)$ juga fungsi genap. Atau hal tersebut dinyatakan sebagai berikut :

   $S_{xx}(f) = S_{xx}(-f)$

4. Jika $x[n]$ mempunyai komponen periodik maka $S_{xx}(f)$ akan mempunyai impuls.

2.7. Fungsi Korelasi Silang.

Fungsi korelasi silang menunjukan ketergantungan harga simpangan satu sinyal dengan harga simpangan sinyal lainnya pada kondisi pengukuran yang sama. Secara matematis korelasi silang dapat dituliskan sebagai berikut,[4] :

$$R_{xy}[k] = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, y[n+k] \quad \text{.....2.9}$$

Sifat-sifat korelasi silang yaitu :

1. $R_{xy}[k] = R_{yx}[-k]$
2. $|R_{xy}[k]| \le \sqrt{R_{xx}[k]R_{yy}[k]}$
3. $|R_{xy}[k]| \le \frac{1}{2}\,(R_{xx}[0] + R_{yy}[0]$

2.8. Kerapatan Spektral Daya Silang.

Fungsi kerapatan spektral daya silang $S_{xy}(f)$ adalah tranformasi *Fourier* dari fungsi korelasi silang R_{xy} [τ], dan secara matematik dituliskan sebagai,[4] :

$$S_{xy}(f) = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N+1}^{N-1} R_{xy}(n)\, e^{-j2\pi fn} \quad \text{.....2.10}$$

Tidak seperti kerapatan spektral daya, yang merupakan fungsi nyata, kerapatan spektral daya silang pada umumnya merupakan fungsi bernilai kompleks. Beberapa sifat kerapatan spektral daya silang adalah sebagai berikut :

1. $S_{xy}(f) = S^*_{yx}(f)$
2. Bagian real dari $S_{xy}(f)$ adalah fungsi genap sementara bagian imajinernya merupakan fungsi ganjil.

3. $S_{xy}(f) = 0$ jika $x[n]$ dan $y[n]$ adalah orthogonal dan $S_{xy}(f) = \mu_x \mu_y \delta(f)$ jika $x[n]$ dan $y[n]$ adalah independen.

2.9. Konvolusi

Suatu sinyal masukan sembarang $x[n]$ dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari pergeseran unit impuls sebagai berikut :

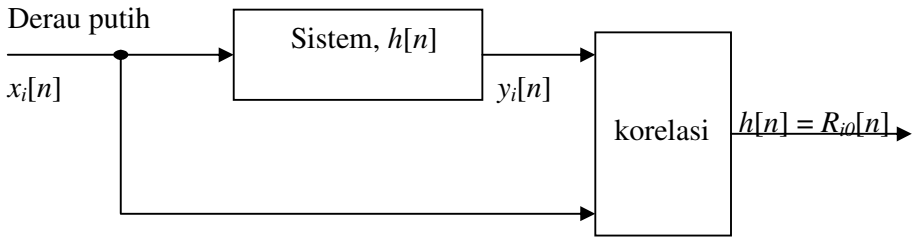
$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta\,[n-k] \quad \text{.....2.11}$$

dengan menggunakan prinsip superposisi dari sistem diskrit LTI, maka sinyal keluaran $y[n]$ dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari respon sistem terhadap pergeseran unit impuls $\delta\,[n-k]$, maka respon dari sistem terhadap sinyal mesukan sembarang $x[n]$ dapat dinyatakan sebagai :

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \quad \text{.....2.12}$$

dan $h[n]$ adalah respon dari sistem diskrit LTI terhadap sinyal masukan unit impuls. Hasil ini disebut sebagai penjumlahan konvolusi atau penjumlahan superposisi, operasi pada ruas kanan persamaan 2.12. dikenal sebagai konvolusi dari $x[n]$ dan $h[n]$ yang dinyatakan secara simbolik sebagai $y[n] = x[n]*h[n]$. Patut diperhatikan bahwa persamaan 2.12. menyatakan respon dari sistem diskrit LTI terhadap sembarang sinyal masukan dalam bentuk responnya terhadap unit impuls. Dari kenyataan ini dapat dilihat bahwa suatu sistem diskrit LTI secara lengkap dapat diwakili oleh respon impulsnya.

2.10. Penghitung Respon impuls dengan Metoda Korelasi Silang



Gambar 2.4 Metoda korelasi silang untuk pengukuran respon impuls

Metoda korelasi silang untuk mengukur respon impuls suatu sistem linier akustik diilustrasikan pada gambar 2.4. Anggap $x[n]$ adalah sinyal masukan

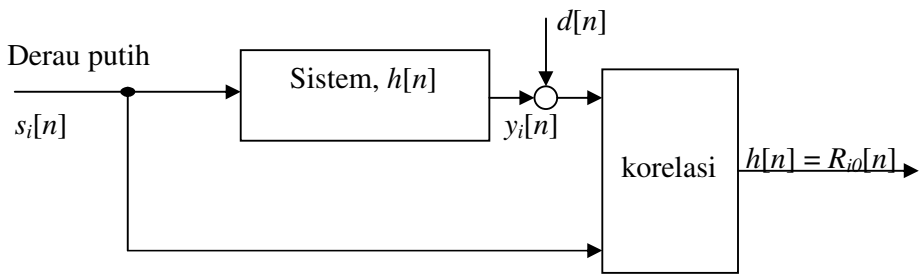
(sinyal eksitasi) ke sistem dan $y[n]$ adalah sinyal keluaran (sinyal respon). Maka korelasi silang antara sinyal masukan dan sinyal keluaran dapat dinyatakan oleh;

$$R_{xy}[k] = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, y[n+k]$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} h[n] R_{xx}[k-n]$$

$$= h[n] * R_{xx}[n] \quad \text{……...……..…….2.13}$$

Dimana $y[n] = x[n] * h[n]$, $h[n]$ adalah respon impuls dari sistem linier yang akan ditentukan dan $R_{xx}[k]$ adalah fungsi korelasi diri dari sinyal input.



Gambar 2.5 Pengukuran respon impuls dengan adanya gangguan.

Jika suatu sinyal derau putih yang mempunyai spektrum daya σ^2 diterapkan pada sistem diatas, maka persamaan 2.8 akan menjadi sebagai berikut :

$$R_{xy}[k] = h[k] * \{ \sigma^2 \delta[k] \} = \sigma^2 h[k] \quad \text{……...……2.14}$$

Dimana korelasi diri dari derau putih dengan spektrum daya σ^2 adalah

$$R_{xx}[k] = \sigma^2 \delta[k]$$

Dari persamaan 2.14 diatas dapat dilihat bahwa jika pada *input* sistem diberikan suatu sinyal yang mempunyai korelasi diri berbentuk fungsi delta maka korelasi silang antara sinyal *input* dan sinyal *output* dari sistem adalah sama dengan respon impuls dari sistem itu sendiri dikalikan dengan suatu konstanta.

Jika ada sumber suara lain yang berlaku sebagai gangguan $d[n]$ didalam ruangan dalam waktu yang bersamaan (gambar 2.3), maka sinyal keluaran menjadi :

$$y[n] = x[n] * h[n] + d[n] * g[n]$$

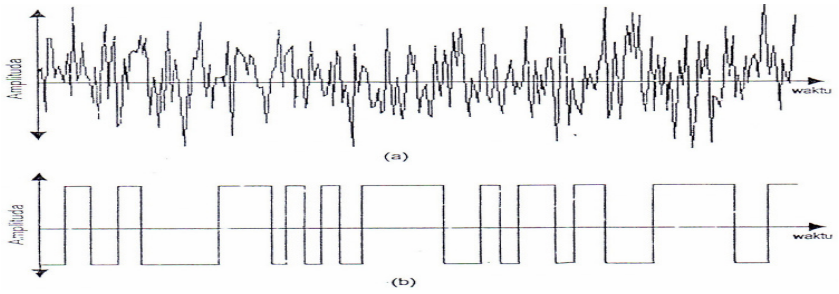
dimana $g[n]$ adalah respon impuls antara titik sumber gangguan dan titik pengamatan.

Fungsi korelasi silangnya dinyatakan oleh :

$$R_{xy}[k] = \sum_{n=0}^{\infty} h[n]\, R_{xx}[k\text{-}n] + \sum_{n=0}^{\infty} g[n]\, R_{xd}[k\text{-}n] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2.15$$

Dimana $R_{xd}[n]$ adalah korelasi silang antara sinyal $x[n]$ dan $d[n]$.

karena $x[n]$ dan $d[n]$ adalah sinyal yang saling bebas (*indenpendent*), suku kedua akan bernilai nol, dibawah kondisi salah satu rata-rata $x[n]$ dan $d[n]$ adalah nol. Jadi Persamaan 2.14 akan identik dengan persamaan 2.15. dalam pemakaian persamaan 2.14 dan 2.15 sinyal-sinyal yang terlibat diasumsikan bersifat ergodik. Sinyal ergodik adalah sinyal acak yang statistiknya memiliki bentuk yang periodik.



Gambar 2.6 (a) deret derau putih (b) deret biner acak semu.

Seperti telah disebutkan diatas langkah pertama dalam melakukan metoda korelasi silang adalah memilih jenis sinyal uji yang akan diterapkan ke sistem linier. Sinyal uji yang dipilih harus memilki fungsi korelasi diri yang berbentuk fungsi delta atau fungsi-fungsi yang memberikan nilai yang tinggi pada titik asalnya dan nilai yang relatif kecil pada titik lainnya.

Sinyal-sinyal yang memenuhi kriteria diatas dapat dibangkitkan didalam komputer sebagai sinyal acak derau putih (*random white noise*).