Analisis Pemodelan berdasarkan karakteristik dinamik

SISTEM PENGUKURAN

DISUSUN OLEH:
Dr. Yeffry Handoko Putra, ST., M.T

Karakteristik dinamik suatu sistem atau instrumen menyatakan perilaku respons sistem saat transien (untuk input step) dan perilaku sistem jika mendapatkan input yang berubah-ubah.

Karakteristik dinamik sistem instrumentasi pengukuran dapat menyebabkan kesalahan pengukuran, yang terjadi saat transien atau jika yang diukur adalah sinyal yang berubah terhadap waktu (sinyal dinamis).

Karena itu pada umumnya sistem proses dalam keadaan start-up mempunyai sistem monitoring dan pengontrol yang terpisah dari saat sistem dalam keadaan operasi.

Karakteristik dinamik sistem atau instrumen tergantung pada keadaan fisis sistem atau instrumen tersebut

Contoh:

- Benda yang dimasukkan pada air mendidih bersuhu 100^{o}C, tidak akan langsung mempunyai suhu 100^{o}C, tetapi perlu waktu supaya temperatur benda mencapai 100^{o}C. Waktu yang diperlukan benda mencapai suhu 100^{o}C tergantung pada harga konstanta waktu benda (τ). Konstanta waktu benda (τ) tergantung pada ukuran dan macam bahan benda, kalor yang dapat diambil benda dan kapasitas kalor benda.→ Sistem Termal
- Pegas yang ditekan dengan suatu gaya tertentu dan kemudian tekanan dilepaskan akan bergoyang naik – turun di sekitar titik kesetimbangannya, frekuensi goyangan pegas disebut frekuensi natural (ω_n) yang tergantung pada konstanta pegas dan massa pegas. → Sistem Mekanik

Sistem termal adalah sistem orde satu, karena jika sistem termal tersebut dianalisis secara matematis, maka hubungan antara output-input dinyatakan dalam persamaan diferensial orde satu.

Sistem orde satu lainnya adalah sistem pengisian tangki, jika pada t = 0 kran dibuka, maka tinggi cairan dalam tangki akan beranjak dari level 0, dan setelah beberapa saat barulah level cairan dalam tangki akan maksimum.

Sistem mekanis adalah sistem orde dua, yang dikarakterisir dengan adanya osilasi pada outputnya.

Sistem transmisi pipa pneumatik adalah contoh sistem dengan waktu mati (τ_{dt}), karena jika pada t = 0 ada perubahan tekanan pada ujung pipa, ujung pipa satunya belum akan merasakan perubahan tekanan. Perlu waktu untuk penjalaran gelombang pneumatik →

$$\tau_{dt} = L/v$$

Hal yang terkait dengan perilaku sistem dalam keadaan transien disebut dinamika dari sistem

Dinamika instrumen/sistem dinyatakan sebagai "orde", yang diturunkan dari hubungan matematis antara output-input.

Macam "orde" instrumen:

- Instrumen orde nol
- Instrumen orde satu
- Instrumen orde dua
- Instrumen orde tinggi

Orde instrumen berpengaruh pada respons instrumen tersebut jika diberi input, baik input step, input fluktuasi deterministik atau input random.

Karakteristik dinamik dapat dinyatakan sebagai respon sistem pada

- saat transien pada input konstan
- diberikan input yang berubah terhadap waktu.

Karakteristik dari "orde instrumen"

- Instrumen orde nol dikarakterisir oleh sensitivitas = K (perbandingan output-input)
- Instrumen orde satu dikarakterisir oleh sensitivitas (K) dan konstanta waktu (τ)
- Instrumen orde dua dikarakterisir oleh sensitivitas dan dua macam konstanta waktu (τ_1 dan τ_2) atau frekuensi natural (ω_n) dan perbandingan redaman (ξ)
- Instrumen orde tinggi dikarakterisir seperti pada instrumen orde nol, orde satu atau orde 2 ditambah dengan waktu mati.

Respons instrumen pada saat transien (untuk input konstan)

- Instrumen orde nol, respon instrumen persis seperti inputnya
- Instrumen orde satu, respons instrumen perlu waktu untuk mencapai keadaan steady (harga konstan)
- Sistem orde dua, menghasilkan overshoot.
- Sistem orde tinggi sistem tidak merespons sebelum waktu mati terlewati.

Efek dinamik pada keadaan steady state untuk input konstan

- Untuk instrumen dengan semua orde, memberikan harga respons (output) yang juga konstan, dimana harga respons (e_o) sama dengan perkalian antara sensitivitas (K) dan input (e_i)

$$e_o = K\, e_i$$

Parameter yang terkait pada sistem dinamis

- **Waktu settling (settling time):** waktu yang diperlukan supaya harga respons sistem mencapai kesalahan 5% dari harga steady state
- **Waktu mati (dead time):** waktu yang diperlukan sistem untuk mulai merespons diukur terhadap saat input yang diberikan
- **Konstanta waktu (time constant):** parameter pada sistem orde I, yang tergantung pada parameter fisik sistem (pada sistem termal $\tau = \frac{MC_v}{hA}$
- **Waktu naik (rise time):** waktu yang diperlukan oleh sistem suaya harga responsbya naik dari 5% sampai 95% harga steady state

Sistem orde Nol

- Adalah sistem yang respons dinamik nya dapat diabaikan, sehingga jika mendapatkan input akan langsung respons seperti yang diharapkan
- Sistem orde nol adalah sistem teoritis, karena tidak akan terjadi pada situasi rieel.
- Persamaan sistem orde nol adalah:

$$e_o = K\, e_i$$

- Dikarakterisir oleh parameter sensitivitas saja (K).
- Jika respons transien tidak menjadi perhatian, maka suatu sistem dinyatakan sebagai sistem orde nol.

Contoh: Sistem Orde I tipe nol, Sistem Termal

- Jika suatu benda dengan volume V dan luas permukaan A, pada temperatur T_b dimasukkan dalam cairan yang temperaturnya T_c ($T_c > T_b$), maka temperatur benda T_b akan naik sampai terjadi kesetimbangan energi termal antara cairan dan benda.
- Persamaan energi

Energi masuk – Energi keluar = Energi Tersimpan

- Energi termal masuk ke benda dari cairan:

$$Q = h\, A(T_c - T_b)\, dt$$

- Energi keluar benda = 0. jika benda tenggelam dalam cairan
- Energi tersimpan dalam benda:

$$Q = M\, C_v\, \Delta T_b$$

- Persamaan kesetimbangan Energi Termal Benda:

$$h\,A\,(T_c - T_b)\,\Delta t = MC_v\,\Delta T_b$$

h = koefisien perpindahan kalor
A = luas kontak antara benda dengan cairan
M = massa benda
C_v = kapasitas kalor benda
ΔT_b = perubahan temperatur benda
Δt = perubahan waktu

- Persamaan diferensial:

$$MC_v\,dT_b/dt + hA\,T_b = hA\,T_c$$

- Sistem termal disebut sebagai sistem orde I tipe nol, karena orde diferensiasi input nol.

- Persamaan diferensial Sistem Orde I tipe nol dalam bentuk umum:

$$\tau \frac{de_o}{dt} + e_o = Ke_i$$

- Di mana $\tau = \frac{MC_v}{hA}$ dan K = 1

  - Solusi persamaan diferensial dalam domain waktu menyatakan respons sistem sebagai fungsi waktu,
  - Solusi persamaan diferensial dalam domain frekuensi menyatakan respons frekuensi sistem.

Respons Sistem Orde I dalam domain waktu.
Solusi Pers differensial orde I tipe nol, untuk input Step

$$\frac{MC_v}{hA}\frac{dT_b}{dt} + T_b = T_c \qquad atau \qquad \tau\frac{dT_b}{dt} + T_b = T_c$$

Solusi umum (transien):

$$e_o = \left(Ce^{-t/\tau}\right)$$

Input step

$$e_i = \begin{cases} \hat{e}_i & untuk\ t \geq 0 \\ 0 & untuk\ t \prec 0 \end{cases}$$

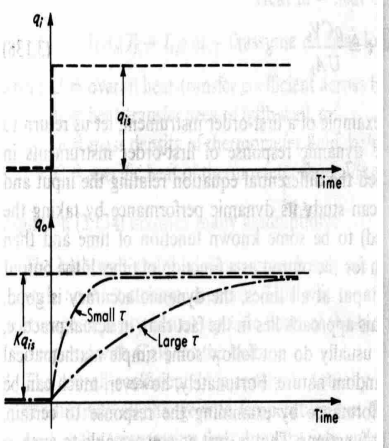
Solusi Khusus $e_o = K\hat{e}_i$

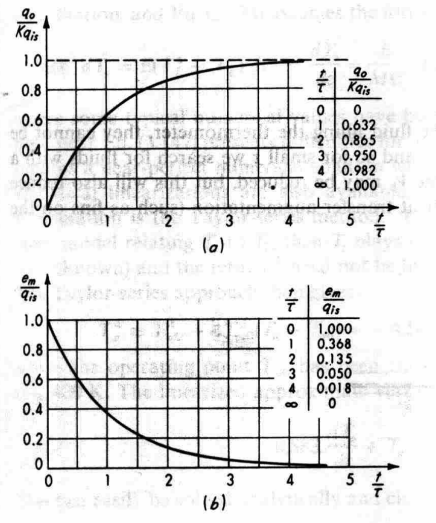
Solusi Total

$$e_o = Ce^{-t/\tau} + K\hat{e}_i$$

- Syarat awal: pada t = 0 e_o = 0, maka
  $C = -K\hat{e}_i$
- Sehingga Solusi Total
  $e_o = K\hat{e}_i\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$
- Jika respons transien mati maka output sistem mengikuti bentuk input
  $e_o = K\hat{e}_i$

Respons sistem orde I tipe nol pada input step dan kesalahan respons pada saat transien



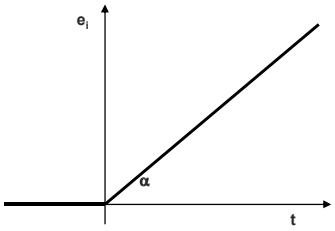


Respons u/ Input ramp

- Input ramp

$$e_i = \begin{cases} \alpha t & untuk\ t \geq 0 \\ 0 & untuk\ t < 0 \end{cases} \qquad \alpha = \partial e_i / \partial t$$

- Solusi umum (transien) $e_o = \left(Ce^{-t/\tau}\right)$



Solusi khusus

- Misal $e_o = A\,t + B$
- $de_o/dt = A$

- Pada t > 0

$$\tau \frac{de_o}{dt} + e_o = Ke_i$$

$$\tau A + (At + B) = K\alpha t$$

$$(\tau A + B) + At = K\alpha t$$

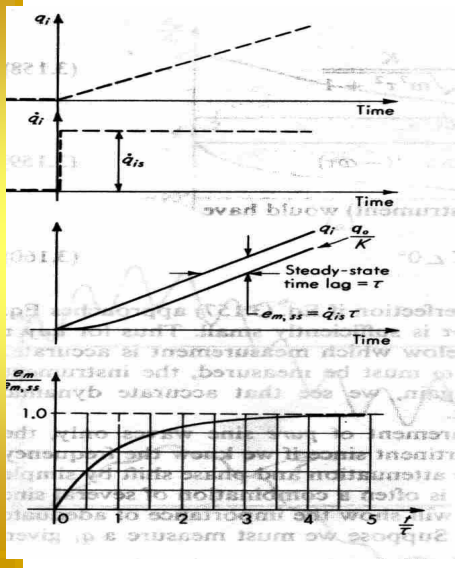
Sehingga $A = K\alpha$

τ $A + B = 0 \rightarrow B = -K\alpha\tau$

Solusi khusus:

$$e_o = K\alpha(t - \tau)$$

Input ramp



- Solusi (respon) total

$$e_o = \left(Ce^{-t/\tau}\right) + K\alpha(t - \tau)$$

- Syarat awal:

pada t = 0 → $e_o = 0$

$0 = C\,(1) - K\alpha\tau \rightarrow$

$C = K\alpha\tau$

- respons sistem:

$$e_o = K\alpha\tau\, e^{-t/\tau} + K\alpha(t - \tau)$$

Respons Sistem Orde I tipe nol untuk input Ramp

- Respons sistem ini untuk input ramp mempunyai keterlambatan respons selama τ
- Artinya pada suatu waktu $t = t_1$ input yang masuk pada sistem seharga $e_{i1} = \alpha\, t_1$, seharusnya output sistem adalah $e_o = K \alpha\, t_1$, atau $e_o/K = \alpha\, t_1$ tetapi kenyataanya $e_o/K = \alpha\,(t_1 - \tau)$. Jadi pada $t = t_1$ terjadi kesalahan respons sebesar $\Delta\, e_o = \alpha\, \tau$
- Input ramp terjadi pada saat "start-up" dari suatu sistem proses atau sistem lainnya, karena itu sistem kontrol pada saat start up dibedakan dengan saat operasi, yaitu saat telah dicapai keadaan steady dari sistem.

Respons untuk input sinusoida

- Input sinusoida:

$$e_i = \begin{cases} \hat{e}_i \sin \omega t & untuk\ t \geq 0 \\ 0 & untuk\ t \prec 0 \end{cases}$$

- Respons umum:

$$e_o = \left(Ce^{-t/\tau}\right)$$

- Respons khusus:

$$e_o = \hat{e}_o \sin\left(\omega t + \theta\right)$$

$$\frac{de_o}{dt} = \hat{e}_o\left[\omega \cos\left(\omega t + \theta\right)\right]$$

- Persamaan diferensial

$$\tau\left[\hat{e}_o \omega \cos\left(\omega t + \theta\right)\right] + \hat{e}_o \sin\left(\omega t + \theta\right) = K\hat{e}_i \sin\left(\omega t\right)$$

$$\hat{e}_o\left\{\cos\left(\omega t\right)\left[\omega\tau\cos\theta + \sin\theta\right] + \sin\left(\omega\tau\right)\left[-\omega\tau\sin\theta + \cos\theta\right]\right\} = K\hat{e}_i \sin\left(\omega\tau\right)$$

$$\omega\tau\cos\theta + \sin\theta = 0 \quad \rightarrow \tan\theta = -\omega\tau \quad \rightarrow \theta = -\tan^{-1}\left(\omega\tau\right)$$

$$\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{\left(\omega\tau\right)^2 + 1}} \quad ; \quad \cos\theta = \frac{\omega\tau}{\sqrt{\left(\omega\tau\right)^2 + 1}}$$

$$\hat{e}_o(-\omega\tau\sin\theta+\cos\theta)=K\hat{e}_i \qquad \frac{\hat{e}_o}{\hat{e}_i}=\frac{K}{-\omega\tau\left(\frac{-\omega\tau}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}\right)+\frac{1}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}}=\frac{K}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}$$

Respons pada input sinusoida, setelah transien mati:

$$e_o=\frac{K\hat{e}_i}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}\sin(\omega\tau+\theta)$$

$$\hat{e}_o=\frac{K\hat{e}_i}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}} \quad ; \quad \theta=-\tan^{-1}(\omega\tau)$$

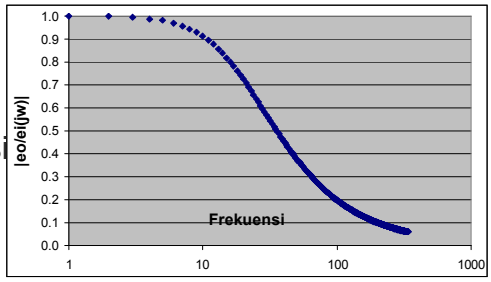
Dari persamaan ini dapat dilihat bahwa perbandingan amplitudo dan beda fasa output-input merupakan modulus dan argumen fungsi transfer sinusoida.

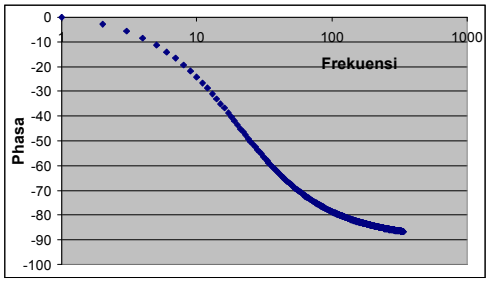
$$\left|\frac{e_o}{e_i}(j\omega)\right|=\frac{K}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}} \quad ; \quad \theta=-\tan^{-1}(\omega\tau)$$

Perbandingan amplitudo dan beda fasa sinyal output-input dinyatakan sebagai respons frekuensi sistem pada input sinusoida:

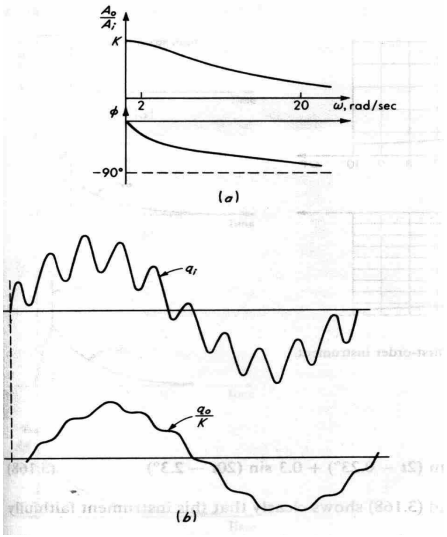
$$\frac{\hat{e}_o}{\hat{e}_i}=\left|\frac{e_o}{e_i}(j\omega)\right|=\frac{K}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}$$

$$\theta=-\tan^{-1}(\omega\tau)$$





- Perbandingan amplitudo output-input sebagai fungsi frekuensi input digambarkan pada gambar di samping.
- Sistem orde I tipe nol dapat dinyatakan sebagai LPF (low pass filter).
- Jika diberikan input yang mengandung 2 frekuensi (frekuensi rendah dan tinggi), maka sistem akan memfilter frekuensi tinggi dan melewatkan frekuensi rendah.



Contoh Soal: $\left|\frac{e_o}{e_i}(j\omega)\right| = \frac{K}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}$; $\theta = -\tan^{-1}(\omega\tau)$

Carilah daerah frekuensi input yang akan memberikan kesalahan penguatan maksimum 5% (ω_{co}), dan cari juga beda fasa output-input pada $\omega = \omega_{co}$

Pada $\omega << 1/\tau$,

$$\left|\frac{e_o}{e_i}(j\omega)\right| = K$$

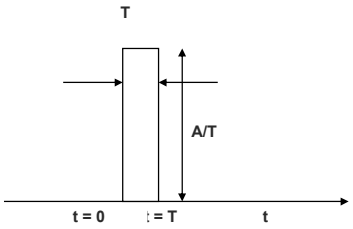
$$0{,}95K = \frac{K}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}$$

$$\omega_{co} = \frac{1}{\tau}\sqrt{(1/0{,}95)^2 - 1}$$

$$\theta = -\tan^{-1}(\omega\tau)$$

Input Pulsa

$$e_i = \begin{cases} 0 & untuk \quad t < 0 \\ A/T & untuk \quad 0 < t < T \\ 0 & untuk \quad t > T \end{cases}$$



Solusi umum:

$$e_o = Ce^{-t/\tau}$$

- Untuk t = 0, $e_o = 0$
- Untuk 0 < t < T,

$$e_o = \frac{KA}{T}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

- Pada t = T →

$$e_o = \frac{KA}{T}\left(1 - e^{-T/\tau}\right)$$

- Pada t > T →

$$e_o = \left(Ce^{-t/\tau}\right)$$

- Sehingga pada t = T

$$Ce^{-T/\tau} = \frac{KA}{T}\left(1 - e^{-T/\tau}\right)$$

$$C = \frac{KA}{T}\frac{\left(1 - e^{-T/\tau}\right)}{e^{-T/\tau}}$$

Solusi total sistem orde I tipe 0 untuk input pulsa

$$e_o = \frac{KA}{T}\frac{\left(1 - e^{-T/\tau}\right)}{e^{-T/\tau}}e^{-t/\tau}$$

Pada T → 0, maka harga

$$C = \lim_{T \to 0} \frac{KA}{T}\frac{\left(1 - e^{-T/\tau}\right)}{e^{-T/\tau}}$$

$$= KA\frac{-\left(-1/\tau\right)e^{-T/\tau}}{e^{-T/\tau} + T\left(-1/\tau\right)e^{-T/\tau}} = \frac{KA}{\tau}$$

Maka

$$e_o = \frac{KA}{\tau}e^{-t/\tau}$$

- Respons sistem orde I tipe nol untuk input pulsa:

$$e_o = \frac{KA}{\tau}e^{-t/\tau}$$

  - Di mana
    pada t = 0 → $e_o = KA/\tau$
    pada t = besar → $e_o = 0$
- Output sinyal pulsa untuk sistem orde I tipe nol berbentuk sinyal yang meluruh dari $e_o = KA/\tau$ menuju ke harga 0 untuk t yang besar

Contoh Soal:

- Carilah settling time, rise time sistem orde I tipe nol jika mendapatkan input step:

$$e_i = \begin{cases} \hat{e}_i & untuk\ t \geq 0 \\ 0 & untuk\ t \prec 0 \end{cases}$$

Jika τ = 20 detik.

- Jawab:

Settling time

$$e_o = K\hat{e}_i\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$0{,}95K\hat{e}_i = K\hat{e}_i\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$0{,}05 = e^{-t/\tau}$$

$$\ln(0{,}05) = -3{,}04 = -t/\tau$$

$$t = 60\,\det ik$$

- Rise time:

$$0{,}05K\hat{e}_i = K\hat{e}_i\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$0{,}95 = e^{-t/\tau}$$

$$-t/\tau = \ln(0{,}95) \rightarrow t = ...\tau$$

Sistem Orde I tipe satu

- Salah satu instrumen yang mempunyai karakteristik dinamik orde I tipe satu adalah sensor piezoelektrik.
- Bahan piezoelektrik mempunyai sifat:
  - Jika dimensi benda berubah, maka muatan listrik yang dapat tersimpan di dalam bahan akan berubah
  - Jika muatan listrik dalam bahan, maka dimensi benda berubah

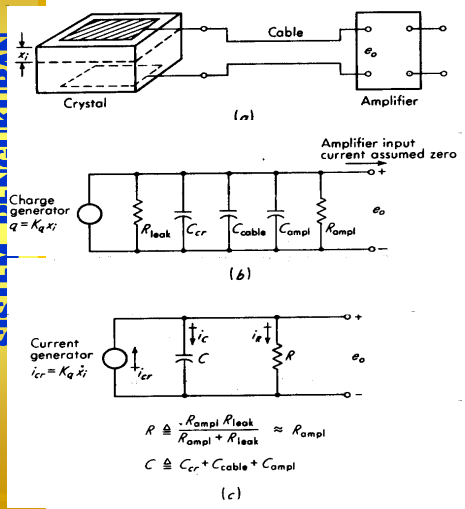
$$Q = K_q\, x_i$$

- Arus listrik adalah perubahan muatan listrik persatuan waktu:

$$i_{cr} = K_q \frac{dx_i}{dt}$$

- Pada bahan piezoelektrik yang dihubungkan dalam rangkaian tertutup, akan muncul arus listrik icr, jika dimensi bahan berubah oleh suatu sebab

Rangkaian pengganti sistem piezoelektrik



- Persamaan arus listrik:

$$i_{cr} = i_C + i_R$$

$$e_o = \frac{1}{C_{tot}} \int i_C dt = i_R R_{tot}$$

$$C_{tot} \frac{de_o}{dt} = i_{cr} - i_R = Kq \frac{dx_i}{dt} - \frac{e_o}{R_{tot}}$$

$$C_{tot} R_{tot} \frac{de_o}{dt} + e_o = K_q R_{tot} \frac{dx_i}{dt}$$

$$\tau \frac{de_o}{dt} + e_o = K\tau \frac{dx_i}{dt} \quad (*)$$

$$\tau = R_{tot} C_{tot} \quad ; \quad K = \frac{K_q}{C_{tot}}$$

Persamaan fungsi transfer:

$$\frac{eo}{xi}(D) = \frac{K\tau D}{\tau D + 1}$$

Persamaan diferensial

$$\tau \frac{de_o}{dt} + e_o = K\tau \frac{dx_i}{dt}$$

Pada sistem orde I tipe satu, Input x_i di deferensier oleh sistem.

Solusi umumnya sama seperti sistem orde I tipe nol $e_o = \left(Ce^{-t/\tau}\right)$

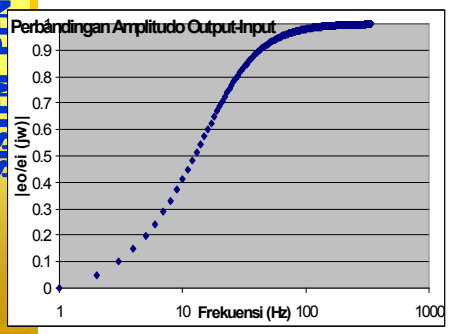
- Solusi khusus tergantung pada input yang bekerja pada sistem
  - Input step → mempunyai respons seperti respons sistem orde I tipe nol untuk input pulsa.
  - Input ramp → mempunyai respons seperti respons sistem orde I tipe nol untuk input step
  - Input sinusoida → berfungsi sebagai HPF

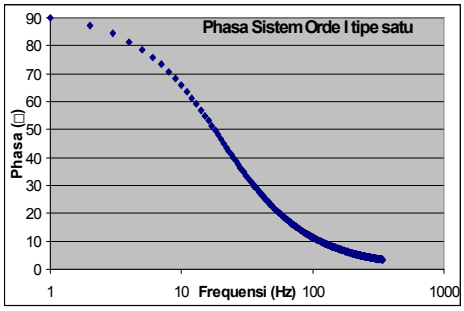
SISTEM PENGUKURAN

Respons frekuensi sistem orde I tipe satu

Perbandingan amplitudo dan beda fasa output-input:

$$\left|\frac{e_o}{x_i}(j\omega)\right| = \frac{K\omega\tau}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}} \qquad \theta = 90^o - \tan^{-1}(\omega\tau)$$

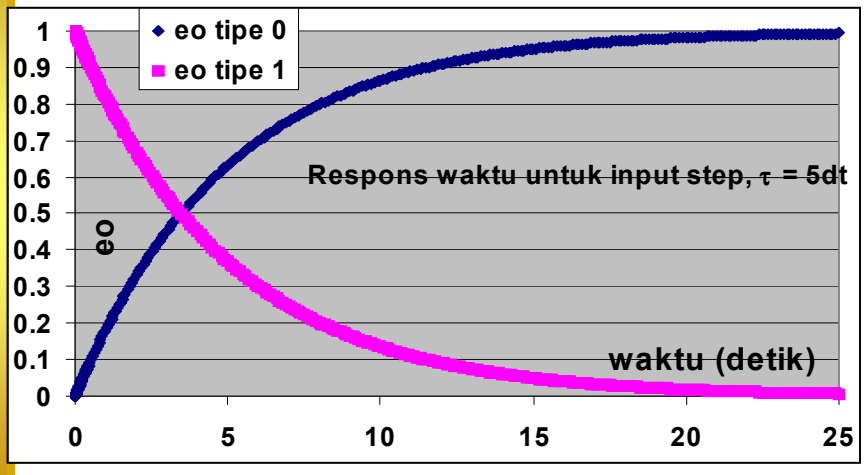




173

SISTEM PENGUKURAN

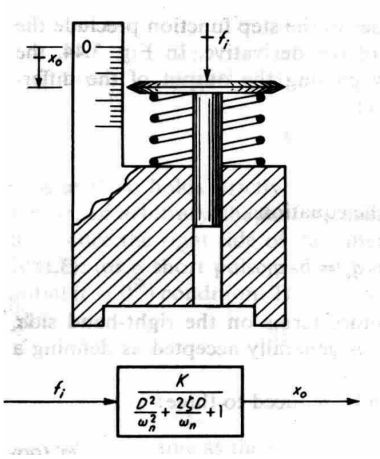
Respons waktu sistem orde I tipe satu



174

Instrumen orde II

- Contoh instrumen dg dinamika orde II



- Load cell adalah instrumen untuk mendeteksi harga gaya (fi) dengan output berupa defleksi pegas
- Persamaan antara harga gaya fi, dengan defleksi xo adalah persamaan Hukum Newton II:

$$\Sigma F = m\,a = m\frac{d^2x_o}{dt^2}$$

- $$f_i - K_s x_o - B\frac{dx_o}{dt} = m\frac{d^2x_o}{dt^2}$$

- Persamaan diferensial orde II

$$m\frac{d^2x_o}{dt^2} + K_s x_o + B\frac{dx_o}{dt} = f_i$$

- Bentuk Fungsi Transfer:

$$\frac{x_o}{f_i}(D) = \frac{1}{mD^2 + BD + K_s}$$

- Bentuk Umum:

$$\frac{x_o}{f_i}(D) = \frac{K}{D^2/\omega_n^2 + 2\xi D/\omega_n + 1}$$

$$K = \frac{1}{K_s} \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{K_s}{m}} \qquad \xi = \frac{B}{2\sqrt{K_s m}}$$

- Respon dalam domain waktu
  - Respons umum (respon transien)
  - Respon khusus (tergan-tung macam input)
- **Respon umum:**

$$m\frac{d^2x_o}{dt^2} + K_s x_o + B\frac{dx_o}{dt} = 0$$

- **Solusi umum:**

$$x_o = C_1 e^{-t/\tau_1} + C_2 e^{-t/\tau_2}$$

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_n\left(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right)}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_n\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)}$$

Jika ξ <1, maka

$$\sqrt{\xi^2-1}=\sqrt{-\left(1-\xi^2\right)}=i\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\tau_1=\frac{1}{\omega_n\left(\xi-i\sqrt{1-\xi^2}\right)}$$

$$\tau_2=\frac{1}{\omega_n\left(\xi+i\sqrt{1-\xi^2}\right)}$$

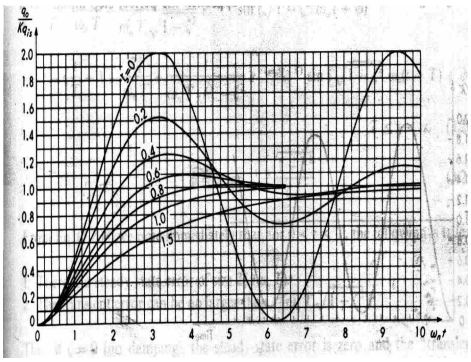
- Respons transien

$$x_o=Ce^{-\xi\omega_n t}\left(e^{i\omega_n t\sqrt{1-\xi^2}}-e^{-i\omega_n t\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

- atau

$$x_o=Ce^{-\xi\omega_n t}\sin\left(\omega_n t\sqrt{1-\xi^2}+\theta\right)$$

- Respons transien orde II



Jika ξ = 0, maka respons sistem akan berosilasi terus menerus, dengan frekuensi = ω_n

$$x_o=x_i\sin\left(\omega_n t\right)$$

Jika ξ = 1, maka $\tau_1 = \tau_2$ respons sistem menjadi:

$$x_o=Ce^{-\omega t}\left(1+\omega_n t\right)$$

Output sistem tidak berosilasi, dan respons transien akan lebih cepat mati, dibandingkan jika $\tau_1 \neq \tau_2$

Respons khusus sistem tergantung pada input

- Pada input step, output sistem mempunyai harga konstan.
- Pada input ramp, output sistem juga ramp dengan kecepatan naik/ turun yang sama dengan inputnya
- Pada input sinusoida, output sistem juga sinusoida dengan frekuensi yang sama dengan frekuensi input, tetapi amplitudo dan fasanya tergantung pada perbandingan frekuensi input dengan frekuansi natural sistem (ω_n)

Ada 4 macam respons umum sistem Orde II, pada input step

$e_i = \hat{e}_i \quad untuk\ t = 0$

- jika ξ = 0, respons berupa sinusoida murni (sistem undamped) $e_o / K\hat{e}_i = 1 - \sin(\omega_n t)$
- jika ξ < 1, respons akan menuju ke harga steady state dengan fluktuasi pada t ~ ∞ (sistem underdamped)

$$e_o / K\hat{e}_i = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_n t\sqrt{1-\xi^2} + \theta\right)$$

- jika ξ = 1, respons akan menuju ke harga steady state tanpa fluktuasi pada t ~ ∞

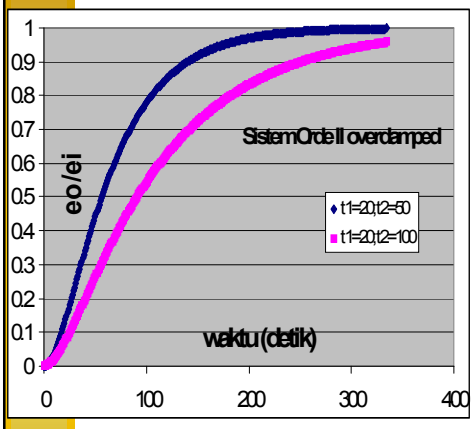
$$e_o / K\hat{e}_i = 1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t)$$

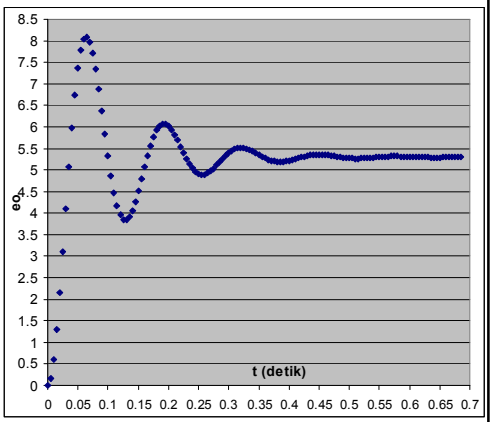
- jika ξ > 1, respons akan menuju ke harga steady state tanpa fluktuasi pada t ~ ∞ (sistem overdamped)

$$e_o / K\hat{e}_i = 1 + \frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1} e^{-t/\tau_1} - \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} e^{-t/\tau_2}$$

overdamped.

- underdamped





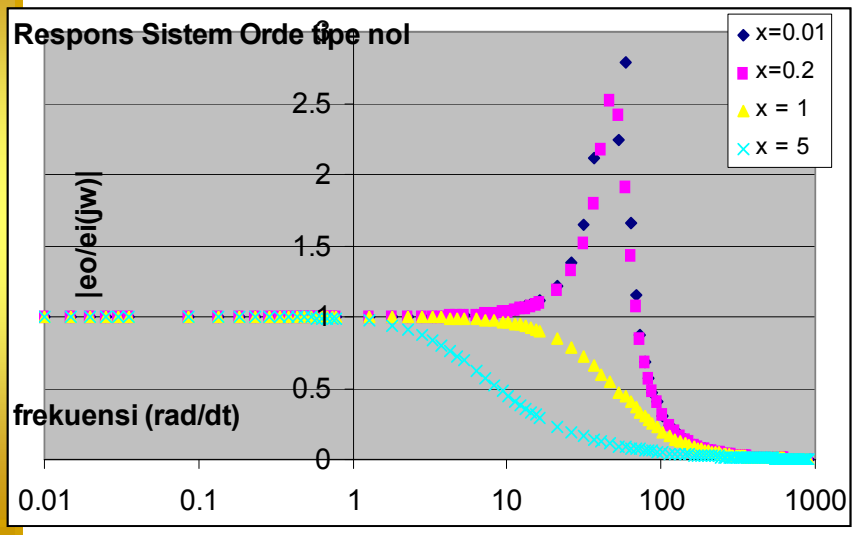
Respon Frekuensi Sistem Orde II

- Seperti pada sistem orde I, respon frekuensi sistem orde II dapat diturunkan dari harga modulus dan argumen fungsi transfer

$$\frac{e_o}{e_i}(D) = \frac{K}{D^2/\omega_n^2 + 2\xi D/\omega_n + 1}$$

$$\left|\frac{e_o}{e_i}(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]+\left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2}} \qquad \theta = -\tan^{-1}\left(\frac{2\xi\omega/\omega_n}{1-(\omega/\omega_n)^2}\right)$$

Respons frekuensi sistem orde II tipe nol, ω_n=50 rad/dt



SISTEM PENGUKURAN

Macam sistem orde II

- Sistem orde II tipe nol: merupakan karakteristik dinamik loadcell (detektor gaya F_i) dan aselerometer (detektor percepatan a_i)

$$\frac{x_o}{F_i}(D) = \frac{K}{D^2/\omega_n^2 + 2\xi D/\omega_n + 1}$$

- Sistem orde II tipe satu: merupakan karakteristik dinamik velocitymeter (v_i)

$$\frac{x_o}{v_i}(D) = \frac{KD}{D^2/\omega_n^2 + 2\xi D/\omega_n + 1}$$

- Sistem orde II tipe satu: merupakan karakteristik dinamik displacement meter (x_i)

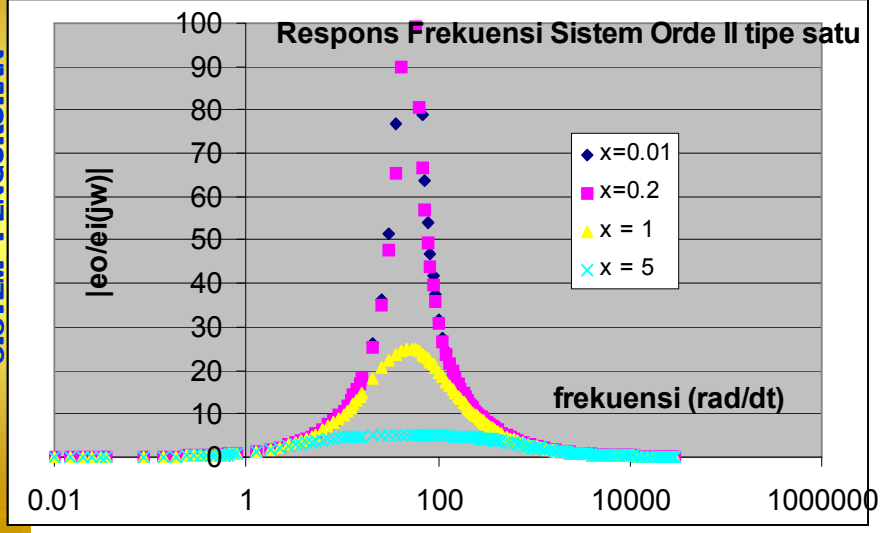
$$\frac{x_o}{x_i}(D) = \frac{KD^2}{D^2/\omega_n^2 + 2\xi D/\omega_n + 1}$$

SISTEM PENGUKURAN

- Ketiga macam tipe karakteristik sistem orde II tersebut mempunyai penyebut yang sama, tetapi pembilang dengan orde operator D yang berbeda.
- Secara matematis, respons sistem orde dua tipe satu → sinyal input mengalami diferensiasi sekali,
  - jika input sistem ramp → setelah dideferensier sekali menjadi input step.
  - jika input sistem step → setelah dideferensier sekali menjadi input pulsa.
  - jika input sistem sinusoida → setelah dideferensier sekali menjadi input sinusoida dengan beda fasa 90^o dan amplitudo = $K\omega\hat{e}_i$

SISTEM PENGUKURAN

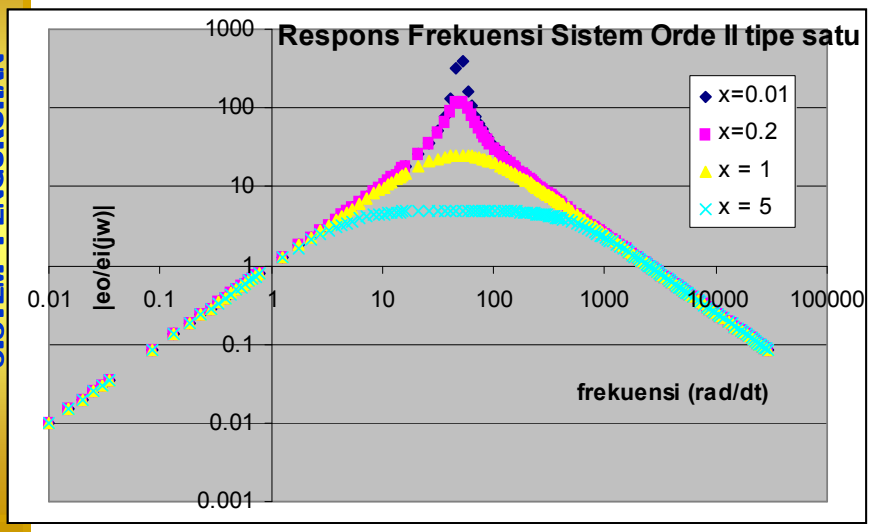
Respons frekuensi sistem orde II tipe satu



185

SISTEM PENGUKURAN

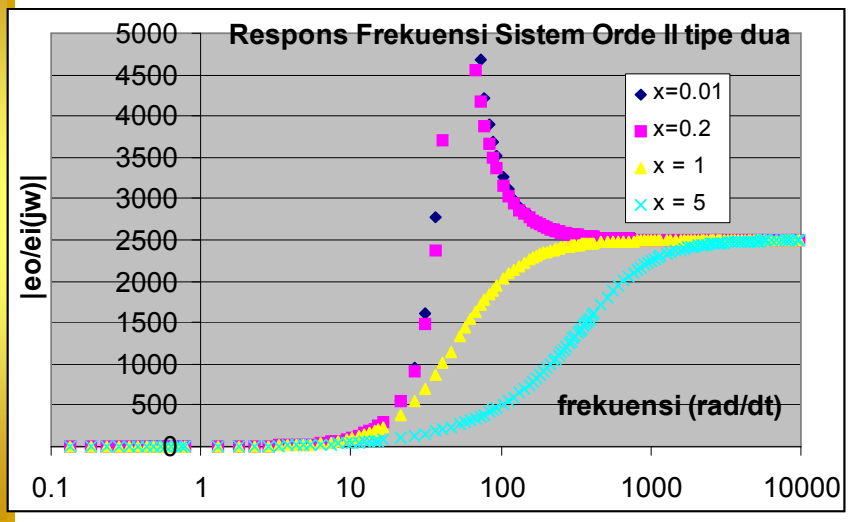
Respons frekuensi sistem orde II tipe satu



186

SISTEM PENGUKURAN

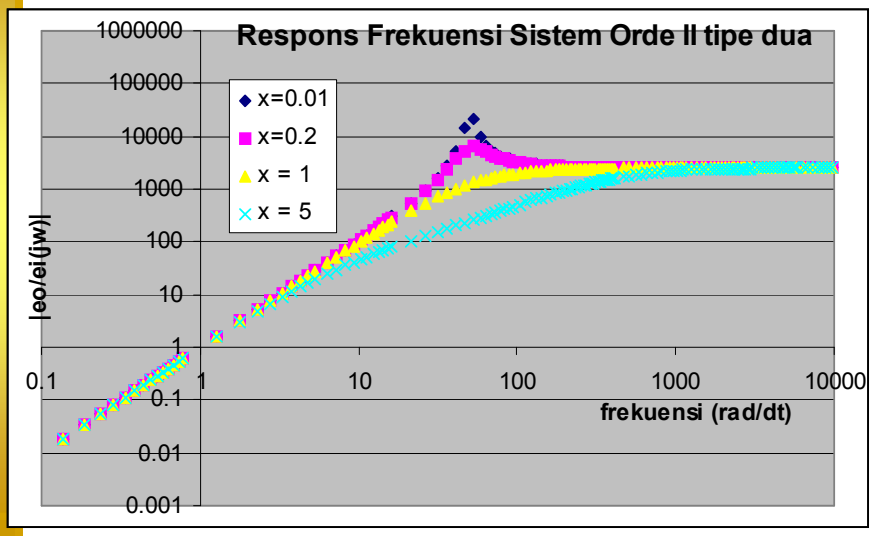
Respons frekuensi sistem orde II tipe dua



187

SISTEM PENGUKURAN

Respons frekuensi sistem orde II tipe dua



188

Instrumen dengan orde tinggi

$$\frac{e_o}{e_i}(D) = \frac{1}{(\tau_1 D+1)(\tau_2 D+1)(\tau_3 D+1)\cdots(\tau_n D+1)}$$

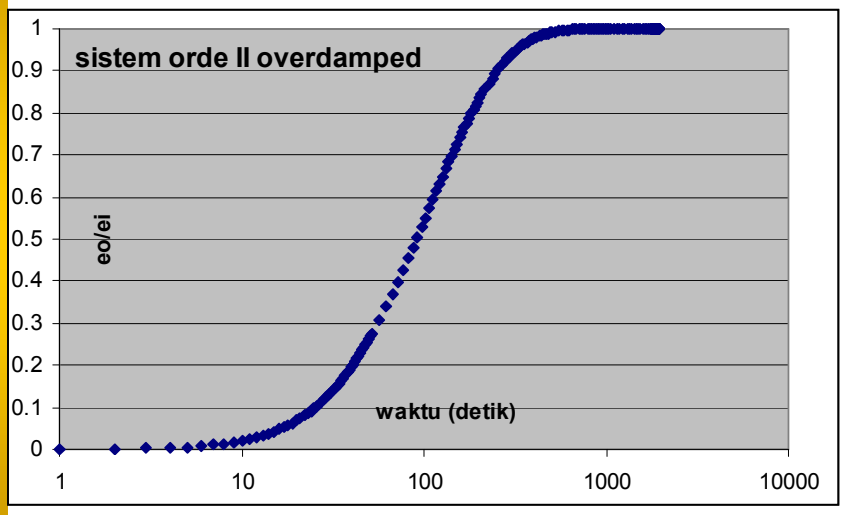
$$\frac{e_o}{e_i}(D) = \frac{1}{(\tau_1 D+1)(D^2/\omega_{n1}^2 + 2\xi_1 D/\omega_{n1}+1)\cdots(\tau_n D+1)\cdots(D^2/\omega_{nn}^2 + 2\xi_n D/\omega_{nn}+1)}$$

$$\frac{e_o}{x_i}(D) = \frac{Ke^{-t/\tau_{dt}}}{\tau D+1} \qquad \frac{x_o}{F_i}(D) = \frac{Ke^{-t/\tau_{dt}}}{D^2/\omega_n^2 + 2\xi D/\omega_n + 1}$$

$$\frac{e_o}{x_i}(D) = \frac{Ke^{-t/\tau}}{(\tau_1 D+1)(\tau_2 D+1)}$$

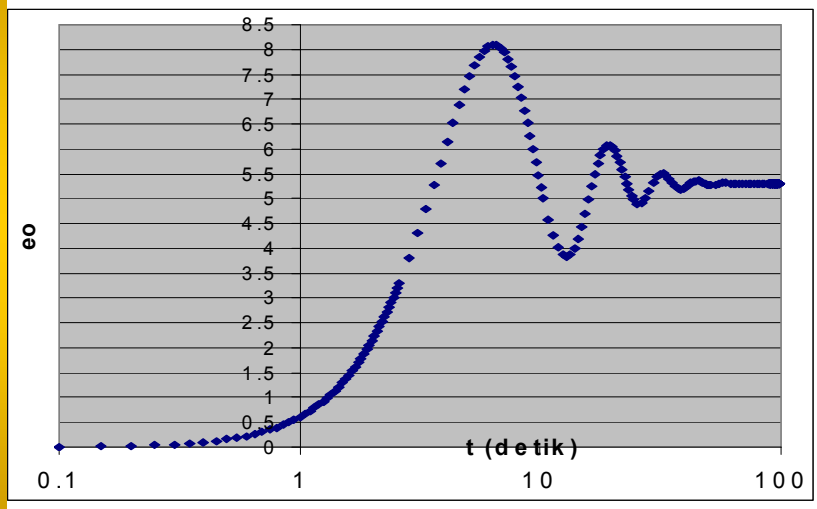
- Respons waktu sistem orde tinggi akan menampilkan waktu mati (dead time)

Sistem orde II overdamped, terlihat sbg sistem dgn waktu mati dengan waktu mati, τ_1=20 dt, τ_2 = 100 dt



SISTEM PENGUKURAN

Sistem orde II underdamped, dengan ω_n= 50 rad/dt, dan ξ = 0,2



SISTEM PENGUKURAN

Pendekatan respons waktu dan respons frekuensi Instrumen Orde tinggi (dengan waktu mati)

