Pertemuan ke 9

BAB VIII
PENGANTAR PELUANG

8.1. Definisi Peluang

8.2. Beberapa Aturan Peluang

8.3. Pohon Peluang (Probability Tree)

Definisi Peluang

- Mengundi dengan sebuah mata uang logam atau sebuah dadu merupakan contoh eksperimen dari suatu peristiwa.
- Untuk menyatakan peristiwa / peluang digunakan huruf kapital.
- Contoh :

  Ambil eksperimen mengenai mencatat banyak kendaraan yg melalui sebuah tikungan setiap jam. Hasilnya bisa terdapat 0, 1, 2, 3,….buah kendaraan setiap jam yg melalui tikungan tersebut.

- *Definisi 1 :* Dua peristiwa atau lebih dinamakan *saling eksklusif* atau *saling asing* jika terjadinya peristiwa yg satu mencegah terjadinya yg lain.
- Contoh :

  1. E misalkan barang yg dihasilkan rusak dan $\underline{E}$ berarti barang yg dihasilkan tidak rusak.
  2. Mata uang logam mempunyai dua muka yg berlainan. Kita sebut saja muka G dan muka H. maka peristiwa-peristiwa muka G yg nampak dan muka H yg nampak sebagai hasil undian dgn sebuah mata uang mrpk dua peristiwa yg saling eksklusif.

- *Definisi 2 :* Misalkan sebuah peristiwa E dapat terjadi sebanyak n kali di antara N peristiwa yg saling eksklusif dan masing-masing terjadi dengan kesempatan yg sama. Maka peluang peristiwa E terjadi adalah :

$$P(E) = \frac{n}{N}$$

- Contoh :

  Sebuah kotak berisi 20 kelereng yg identik kecuali warnanya. Terdapat 5 berwarna merah, 12 berwarna kuning dan sisanya berwarna hijau.

  Kelereng dalam kotak itu diaduk baik-baik lalu diambil sebuah tanpa melihat ke dalam kotak atau dengan mata tertutup. Maka peluang mengambil kelereng berwarna merah = 5/20 = 0,25 ; peluang mengambil yg berwarna kuning = 12/20 = 0,6 ; dan peluang mengambil yg hijau = 3/20 = 0,15.

- *Definisi 3 :* Kita perhatikan *frekuensi relatif* tentang terjadinya sebuah peristiwa untuk sejumlah pengamatan. Maka *peluang peristiwa* itu adalah *limit* dari frekuensi relatif apabila jumlah pengamatan diperbesar sampai tak hingga banyaknya.
- Contoh :

  Produksi semacam barang diperiksa 500 dan terdapat yg rusak 22. Frekuensi relatif kerusakan produksi = 0,044. Selanjutnya periksa 2.000 dimana terdapat yg rusak 82. Frekuensi relatifnya = 0,041. Lanjutkan proses demikian, kalau mungkin hasil produksi diperiksa dan dicatat berapa yg rusak. Bilangan yg didapat mrpk peluang kerusakan barang yg diproduksi, misalnya 0,04 / 4% yg berarti dlm proses produksi yg cukup lama dengan kondisi yg sama, maka dari setiap 100 barang yg dihasilkan terdapat 4 rusak.

Beberapa Aturan Peluang

- P(A) = peluang (probabilitas) bahwa peristiwa A akan terjadi
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- P(A) = 0 ; artinya A tidak mungkin terjadi
- P(A) = 1 ; artinya A pasti terjadi

Teori Peluang

Istilah-istilah

- Eksperimen: Proses yang menghasilkan satu dan hanya satu(*output*) dari sejumlah pengamatan.
- *Outcome*: Hasil pengamatan pada eksperimen.
- Ruang sampel *(Sample Space)* : Kumpulan semua *outcome* yang mungkin dalam suatu eksperimen.

Eksperimen	Output	Outcome	Sample Spaces
Mengundi koin 1× Mengundi dadu Mengundi koin 2× Mengikuti test Menjadi mahasiswa	Sisi koin Sisi dadu Sisi koin Hasil test Alumn	Gambar, Angka 1, 2, 3, 4, 5, 6 GG, GA, AG, AA Lolos, Gagal Lulus, DO	S = {Gambar, Angka} S= {1,2,3,4,5,6} S= {GG,GA,AG,AA} S = {Lolos, Gagal} S = {Lulus, DO}

-

- *Event / kejadian:* Kejadian atau peristiwa yg merupakan himpunan bagian dari ruang sampel .

- *Elementary Event:* event yang tidak dapat dipecah lagi menjadi event lain.
- Contoh : Mata uang logam hanya mempunyai 2 bagian yaitu MUKA dan BELAKANG.

Teori Peluang

Istilah-istilah

- *Mutually Exclusive Events:* adalah kejadian-kejadian yang tidak mempunyai irisan. Artinya, kejadian yang satu meniadakan kejadian yang lainnya; kedua kejadian tidak dapat terjadi secara simultan (tidak secara bersamaan). Apabila X dan Y *mutually exclusive,* maka

$$P(X \cap Y) = 0$$

Contoh :

1. Jika X adalah peristiwa "penarikan sebuah kartu As dari sebuah tumpukan kartu" dan Y adalah peristiwa "penarikan sebuah kartu Raja", maka $P(X) = 4/52 = 1/13$, dan $P(Y) = 4/52 = 1/13$. Sehingga peluang terambilnya salah satu kartu As atau Raja dalam 1x pengambilan adalah

$$P(X + Y) = P(X) + P(Y) = 1/13 + 1/13 = 2/13.$$

Oleh karena kartu As dan Raja kedua-duanya tdk dpt ditarik sekaligus dlm 1x pengambilan, maka peristiwa ini namanya **peristiwa saling eksklusif.**

lanjutannya

2. Jika *X* adalah peristiwa "penarikan sebuah kartu As" dari sebuah tumpukan kartu dan *Y* adalah peristiwa"penarikan sebuah kartu sekop (*spade*)", maka *X* dan *Y* **bukan merupakan peristiwa saling eksklusif krn kartu sekop dapat diambil dlm 1x pengambilan.**

Jadi peluang terambilnya kartu As atau sekop atau kedua-duanya adalah

$P(X+Y) = P(X) + P(Y) - P(XY) = 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52 = 4/13$

(lanjutannya)

- *Independent Events:* adalah kejadian-kejadian satu sama lain tidak saling mempengaruhi. Artinya, terjadi atau tidak terjadinya satu kejadian tidak mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian lainnya.

  $$P(X|Y) = P(X) \text{ dan } P(Y|X) = P(Y)$$

  $P(X|Y)$ artinya probabilitas bahwa X terjadi apabila diketahui Y telah terjadi.

(lanjutannya)

- Kenyataannya, kejadian-kejadian bebas ini jarang terjadi, karena pd dasarnya antara kejadian yg satu dgn lainnya saling mempengaruhi baik secara langsung maupun tidak.
- Contoh :

1. Kejadian pasang surut Kali Ciliwung dgn harga motor Honda di Jakarta.
2. Banyaknya hujan di Sumatra dgn naiknya produksi padi di Jawa.

(contoh soalnya)

1. A menyatakan si X akan hidup dlm tempo 30 thn lagi.
   B menyatakan si Y akan hidup dlm tempo 30 thn lagi.
   Diberikan P(A)=0,65 dan P(B)=0,52
   Jawab : P(A)=P(X)=0,65 , P(B)=P(Y)=0,52 , maka P(si X dan si Y dua-duanya akan hidup dlm tempo 30 thn lagi)=0,65.0,52=0,338.

2. Satu mata uang logam Rp 500,- dilemparkan ke atas sebanyak 2x. Jika X adl.lemparan pertama yg mendapat gambar burung (B), Y adl.lemparan kedua yg mendapatkan gambar burung (B), berapakah $P(X \cap Y)$?
   Jawab : Krn pd pelemparan pertama hasilnya tdk mempengaruhi pelemparan kedua, P(X)=P(B)=1/2 dan P(Y)=P(B)=1/2, maka $P(X \cap Y)=P(X).P(Y)=P(B).P(B)=1/2.1/2=1/4$

Latihan Soal

Dua kartu diambil dari tumpukan 52 kartu yang telah dikocok dengan baik sebelumnya.
Carilah peluang bahwa kedua kartu yang diambil adalah kartu As jika kartu yang pertama diambil

- Dikembalikan ke dalam tumpukan kartu
- Tidak dikembalikan ke dalam tumpukan kartu