BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Teknik Simulasi

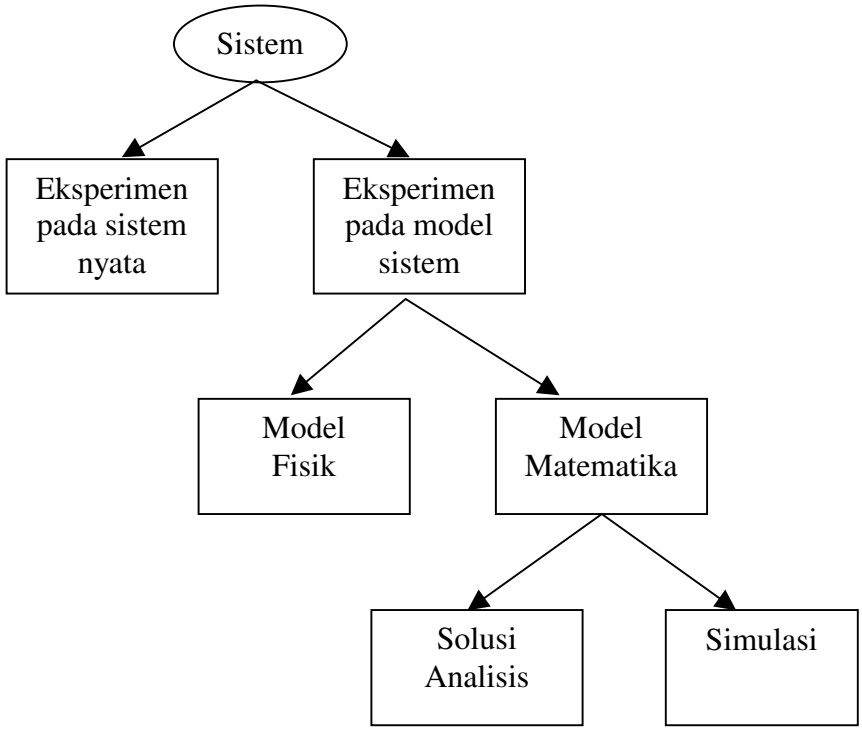
Dalam Kamus Bahasa Inggris dari Oxford [13] menjelaskan simulasi : "*The Technique of imitating then behaviour of some situation or system (economic, mechanical, etc*.) *by means of an analogous model, situation, or apparatus, either to gain information more conveniently or to train personnel*". (Suatu teknik untuk menirukan karakteristik sebuah situasi atau sebuah sistem (Misalnya yang berhubungan dengan ekonomi, yang berhubungan dengan sistem mekanik dan lain-lain) dengan alat dari model, situasi atau peralatan mirip, tidak lain tujuannya adalah untuk mendapat informasi yang lebih meyakinkan atau untuk melatih karyawan atau managemen).

Menurut Lam Poh Fong, Lydia [5] Instruktur di SCMC *Physic Department Faculty of Science National University of Singapore* dalam jurnalnya menyebutkan : "*Simulation is imitation of the operation of real world or sistem over time. Whether by hand or on a computer*". (Simulasi adalah tiruan dari jalannya operasi pada dunia nyata atau sistem yang bergantung pada waktu. Baik simulasi dengan menggunakan cara manual atau dengan bantuan sarana komputer).

Dari keterangan diatas, dapatlah disimpulkan secara umum bahwa pengertian simulasi adalah pemodelan dari suatu proses atau sistem sedemikian rupa sehingga

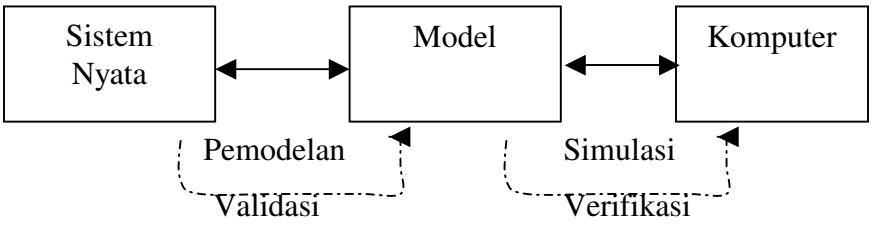
model menyerupai sistem nyata dengan segala event yang terjadi di dalamnya. Dengan kata lain, simulasi dapat didefinisikan sebagai proses mendesain model dari suatu sistem nyata dan melakukan eksperimen dengan model tersebut untuk memahami perilaku sistem itu dan atau mengevaluasi berbagai operasi dari sistem itu.

Simulasi merupakan suatu alat analisis yang handal untuk merencanakan, mendesain dan mengontrol proses sistem yang kompleks. Untuk menunjang hal itu, simulasi berkaitan erat dengan model berbasis komputer. Serta penggunaan model untuk berbagai eksperimen sehingga orang dapat menarik kesimpulan (keputusan) terhadap suatu sistem tanpa harus melaksanakannya secara nyata atau terhadap perubahan atas sistem yang sudah ada tanpa harus mengganggu sistem tersebut. Posisi simulasi dalam studi suatu sistem dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 2.1 Posisi simulasi dalam studi sistem

Pemodelan dan simulasi menunjukan kompleksnya aktivitas-aktivitas yang berhubungan dengan pembentukan model sistem nyata dan mensimulasikannya pada komputer. Elemen yang menjadi perhatian dari model simulasi adalah sistem nyata, model dan komputer.



Gambar 2.2 Hubungan simulasi dengan pemodelan

Suatu sistem nyata dapat berarti suatu bagian dari dunia nyata yang memiliki suatu kepentingan tertentu. Sistem tersebut dapat berupa sistem alami atau buatan, pada kenyataannya saat ini atau direncanakan untuk masa yang akan datang. Secara umum, sistem nyata adalah suatu sumber data perilaku kondisi yang dibandingkan terhadap waktu.

Suatu model pada prinsipnya adalah sekumpulan instruksi untuk membangkitkan data perilaku. Komputer adalah suatu proses perhitungan dari pembangkit data perilaku melalui kode-kode (instruksi-instruksi) pada model. Dalam pemodelan harus diperhatikan validitas model untuk mewakili dunia nyata. Validitas diukur dengan melihat tingkat kesamaan antar data sistem nyata dengan data yang dibangkitkan model.

Validitas memiliki beberapa tingkatan yaitu :

1. *Replicated valid,* data yang dibangkitkan sama dengan yang sudah ada dari sistem nyata.
2. *Predictively valid,* data yang dibangkitkan diperkirakan atau terlihat sama dengan data yang belum diambil dari dunia nyata.
3. *Structurally valid,* model tersebut benar-benar menunjukan pola tingkah laku sistem nyata.

2.1.1 Kelebihan dan kekurangan model simulasi

Kelebihan dan kekurangan model simulasi dapat dipaparkan sebagai berikut :

1. Kelebihan simulasi
    a. Tidak semua sistem (terutama sistem kompleks) dapat dipresentasikan dalam model matematika sehingga simulasi merupakan alternatif yang tepat.
    b. Model yang sudah dibuat dapat dipergunakan berulang untuk menganalisis lebih lanjut guna keakuratan data.
    c. Analisis dengan metode simulasi dapat dilakukan dengan input data yang bervariasi.
    d. Simulasi dapat mngestimasi performasi suatu sistem pada kondisi tertentu dan dapat memberikan alternatif desain yang terbaik berdasarkan spesifikasi yang diinginkan.

e. Simulasi memungkinkan untuk melakukan percobaan terhadap sistem tanpa adanya resiko pada sistem nyata.
f. Simulasi memungkinkan untuk melakukan studi suatu sistem jangka panjang dalam waktu yang relatif singkat.

2. Kelemahan simulasi
   a. Simulasi hanya mengestimasi karakteristik sistem nyata berdasarkan masukan tertentu.
   b. Harga model simulasi relatif mahal dan memerlukan waktu yang cukup banyak untuk pengembangannya.
   c. Kualitas dan analisis model tergantung pada kualitas keahlian si pembuat model.
   d. Tidak dapat menyelesaikan masalah, hanya dapat memberikan informasi dari mana solusi dapat dicari.
   e. Simulasi tidak dapat mengoptimasi performasi sistem, tetapi hanya menggambarkan atau memberikan jawaban atas pertanyaan "apa yang terjadi jika"(*what if*).
   f. Simulasi tidak memberikan pemecahan masalah, tetap hanya menyediakan informasi yang menjadi dasar pengambilan keputusan.

2.1.2 Tipe Model Simulasi

Tipe model simulasi diantaranya yaitu Statis, dinamis, stokastik, deterministik, kejadian kontinu, kejadian diskrit.

2.1.2.1 Statis vs Dinamis

Model simulasi ini dapat digunakan untuk menggambarkan sistem yang bersifat statis maupun dinamis. Model simulasi statis adalah model yang menggambarkan sistem dimana keadaannya tidak dipengaruhi waktu. Model simulasi dinamis adalah model simulasi yang keadaan sistemnya berubah dipengaruhi waktu.

2.1.2.2 Stokastik vs Deterministik

Model simulasi ini dapat menggambarkan kejadian yang bersifat parsial atau tidak mengandung unsur probabilitas (deterministik), maupun yang bersifat tidak pasti dengan mengandung unsur probabilitas yang ditandai dengan adanya kerandoman input dari model (stokastik).

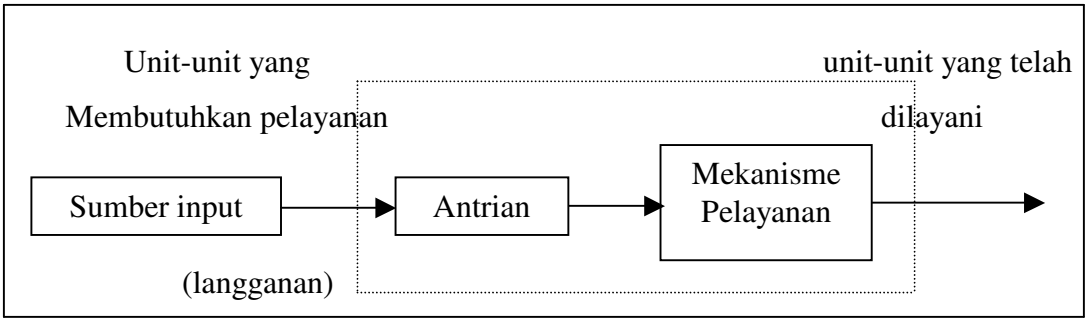
2.1.2.3 Kontinu vs Diskrit

Model simulasi disebut diskrit (*Discrete Event Simulation*) jika status sistem berubah pada waktu yang diskrit. Sedangkan model simulasi disebut kontinu jika status variabelnya berubah seiring berjalannya waktu.

2.2 Teori Antrian

Teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dari antrian-antrian atau baris-baris penungguan dimana baris-baris penungguan ini terjadi karena terbatasnya waktu pelayanan (*service time*) atau tempat pelayanan.

Proses yang terjadi pada model antrian dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2.3 Sistem antrian

2.2.1 Sumber Input

Suatu karakteristik yang perlu diketahui dari sumber input ini ialah ukurannya (jumlahnya), yaitu jumlah total unit yang memerlukan pelayanan dari waktu ke waktu atau langganan potensial. Ini bisa dianggap terbatas (diskrit) ataupun tidak terbatas (kontinu). Karena perhitungannya akan lebih mudah untuk jumlah unit yang tidak terbatas, maka asumsi ini sering digunakan, terlebih lagi jika jumlah unit ini cukup besar untuk jumlah langganan potensial di luar sistem pada setiap waktu.

Pola statistik dari penurunan unit-unit yang memerlukan pelayanan ini harus juga ditentukan. Dalam hal ini biasa digunakan proses distribusi statistik baik proses distribusi kemungkinan diskrit (*Binomial, Poison, Geometric, Negative Binomial*) atau pun distribusi kemungkinan kontinu (*Uniform, Exponential, Lognormal, Weibull, Normal*) artinya suatu waktu tertentu jumlah unit yang diturunkan ini mempunyai distribusi kemungkinan kontinu. Ini adalah suatu kasus dimana

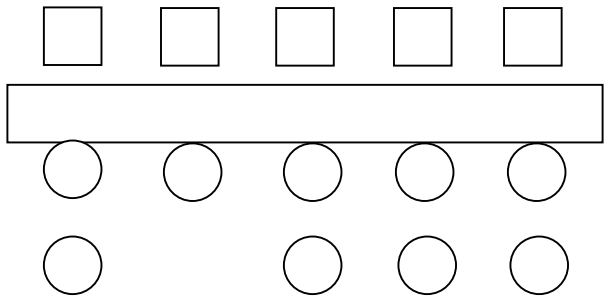
kedatangan dan pelayanan pada sistem antrian terjadi secara random, tetapi dengan tingkat rata-rata tertentu.

Asumsi lain yang juga harus dispesifikasikan mengenai kelakuan unit-unit (langganan) yang memerlukan pelayanan ini adalah apa yang disebut dengan *balking* (menolak masuk), yaitu bahwa unit-unit yang memerlukan pelayanan itu akan menolak memasuki sistem antrian jika antrian itu terlalu panjang atau melebihi kapasitas antrian yang disediakan.

2.2.2 Konfigurasi Antrian

Karakteristik suatu antrian ditentukan oleh jumlah unit maksimum yang boleh ada di dalam sistemnya. Antrian ini dikatakan terbatas atau tidak terbatas bergantung pada apakah jumlah unitnya terbatas (*discrete*) atau tidak terbatas (*continue*). Ada dua alternatif konfigurasi antrian yaitu :

1. Banyak antrian (*multi queue*) : jumlah antrian lebih dari satu

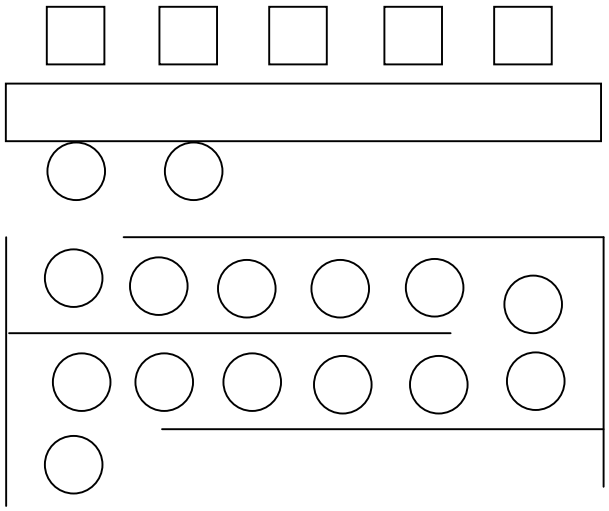


Gambar 2.4 Konfigurasi Banyak antrian (*Multi queue*)


= Tempat pelayanan


= Customer/Unit

2. Satu antrian (*single queue*) : jumlah antrian hanya satu



Gambar 2.5 Konfigurasi satu antrian (*Single queue*)

2.2.3 Mekanisme Pelayanan

Mekanisme pelayanan ini terdiri atas satu atau lebih fasilitas pelayanan yang masing-masing terdiri atas satu atau lebih saluran pelayanan paralel. Jika lebih dari satu fasilitas pelayanan, maka unit-unit yang memerlukan pelayanan akan dilayani oleh serangkaian fasilitas pelayanan ini (saluran pelayanan seri). Waktu yang digunakan sejak pelayanan dimulai sampai satu unit selesai dilayani disebut sebagai waktu pelayanan.

2.2.4 Notasi Sistem Antrian

Untuk menyatakan sistem antrian digunakan kode kendall yang ditulis sebagai A/B/C K/M/Z

A: Distribusi Kedatangan

B: Distribusi Pelayanan

C: Jumlah Pelayanan

K: Panjang Antrian yang diijinkan (kapasitas antrian)

M: Jumlah pelanggan yang datang

Z: Metode pelayanan

Untuk distribusi kedatangan dan distribusi pelayanan yang sering digunakan adalah tanda M: distribusi Exponential, G: distribusi Umum, D: distribusi Konstanta.

Contoh : notasi M/M/1 berarti :

Waktu kedatangan dan waktu pelayanan menggunakan distribusi eksponential dengan tempat pelayanan satu tempat pelayanan.

Contoh : M/G/S berarti :

Waktu kedatangan menggunakan distribusi eksponential dan waktu pelayanan menggunakan distribusi umum (*uniform, weibull* dan lain-lain) dengan tempat pelayanan multi tempat pelayanan.

2.3 Varietas Acak (*Random Variates*) Dan Beberapa Macam Distribusinya

Varietas Acak (*Random Variates*) adalah suatu fungsi yang harganya merupakan bilangan riil dan ditentukan oleh setiap elemen dari suatu ruang sampel. Apabila

ruang sampel berisi sejumlah elemen yang terbatas, maka ruang sampel tersebut disebut sebagai ruang sampel diskrit, dan variabel randomnya disebut variabel random diskrit. Sebaliknya apabila jumlah elemen pada ruang sampel itu tidak terbatas, maka ruang sampel tersebut disebut ruang sampel kontinu, dan variabelnya disebut variabel random kontinu. Dalam hal ini, variabel random diskrit akan mempresentasikan data yang dapat dihitung, sedangkan variabel random kontinu mempresentasikan data yang dapat diukur.

Pada dasarnya, distribusi probabilitas dari variabel random ini dekategorikan sebagai distribusi probabilitas diskrit dan distribusi probabilitas kontinu.

Kebanyakan dari distribusi kemungkinan kontinu mempunyai 3 parameter yaitu :

a. parameter lokasi dengan notasi a (*location parameter*)
b. parameter skala dengan notasi b (*scale parameter*)
c. parameter bentuk dengan notasi c (*shape parameter*)

tetapi ada diantaranya menggunakan notasi yang berbeda seperti pada distribusi normal untuk parameter lokasinya menggunakan notasi μ dan parameter lokasinya menggunakan notasi σ. Dan ada juga yang menggunakan Xmin dan Xmax yang fungsinya sama dengan parameter skala misalkan pada distribusi Uniform.

2.3.1 Distribusi *Uniform*

Fungsi Kepadatan (density function) : $f_{(x)} = \begin{cases} \dfrac{1}{x_{\max} - x_{\min}} & x_{\min} < x < x_{\max} \\ 0 \end{cases}$

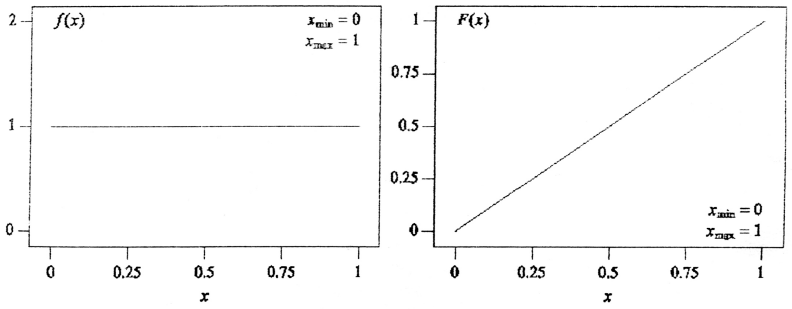
Fungsi Distribusi : $F_{(x)} = \begin{cases} 0 \rightarrow x < x_{\min} \\ \dfrac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} & x_{\min} < x < x_{\max} \\ 1 \rightarrow x_{\max} < x \end{cases}$

Input : Xmin nilai minimum dari variabel acak, Xmax nilai maximum dari variabel acak

Output : $x \in [x_{\min}, x_{\max})$

Algoritma : (1) bangkitkan $U \sim U(0,1)$

(2) $X = X_{\min} + (X_{\max} - X_{\min})U$



(a) (b)

Gambar 2.6 (a) Fungsi Kepadatan *Uniform* Gambar 2.6 (b) Fungsi Distribusi *Uniform*

2.3.2 Distribusi *Exponential*

Fungsi Kepadatan (*density function*) : $f_{(x)} = \begin{cases} \dfrac{1}{b} e^{-(x-a)/b} & x \geq a \\ 0 \end{cases}$

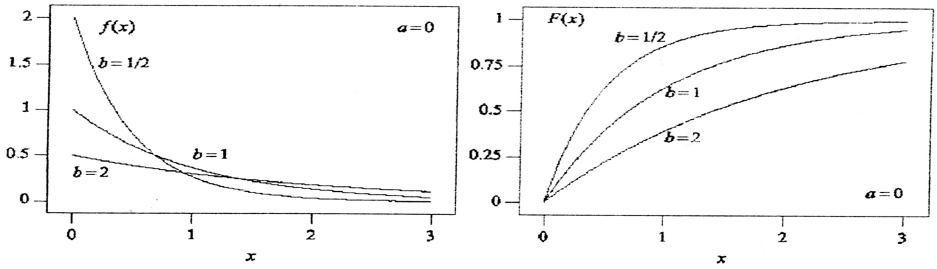
Fungsi Distribusi : $F_{(x)} = \begin{cases} 1 - e^{-(x-a)/b} & x \geq a \\ 0 \end{cases}$

Input : parameter a bilangan real apa saja, b>0

Output : $x \in [a, \infty)$

Algoritma : (1) bangkitkan $U \sim U(0,1)$ $\{-\beta = a - b, \beta > 0\}$

(2) $X = -\beta \ln U$



(a) (b)

Gambar 2.7 (a) Fungsi Kepadatan *Exponential* Gambar 2.7 (b) Fungsi Distribusi *Exponential*

2.4 Software Pendukung (Delphi)

Delphi adalah software buatan Borland yang merupakan bahasa pemrograman, *Development Language* atau aplikasi untuk membuat aplikasi. Delphi digunakan untuk membangun aplikasi windows, aplikasi grafis, aplikasi visual, bahkan aplikasi jaringan (*client/server*) dan berbasis internet.

Beberapa keunggulan yang ditawarkan Delphi yaitu :

a. IDE (*Integrated Development Environment*) yang lengkap sehingga memudahkan dalam pengaturan proyek pengembangan *software*.
b. Proses kompilasi yang *relatif* cepat, saat aplikasi delphi dijalankan maka secara otomatis aplikasi tersebut akan di-*compile* sehingga proses *compile* tidak perlu dilakukan secara terpisah.

c. Cukup mudah digunakan karena menggunakan bahasa Object *Pascal* yang telah dikenal sebelumnya.
d. Bersifat multi-purpose, atau dapat digunakan untuk berbagai keperluan pengembangan aplikasi dari perhitungan sederhana sampai aplikasi multimedia.

Dalam pembuatan program aplikasi komponen yang perlu diperhatikan dalam Delphi adalah *Delphi Simulation Components,* yaitu *BaseSim* merupakan komponen simulasi sebagai modul paket yang tersedia ketika kita menginstal Delphi. Selain itu, untuk simulasi yang lebih kompleks Delphi memiliki modul tambahan seperti modul *professional*, modul *3DVRML*, modul *optimizer,* dan modul *application.*

2.5 Model Antrian

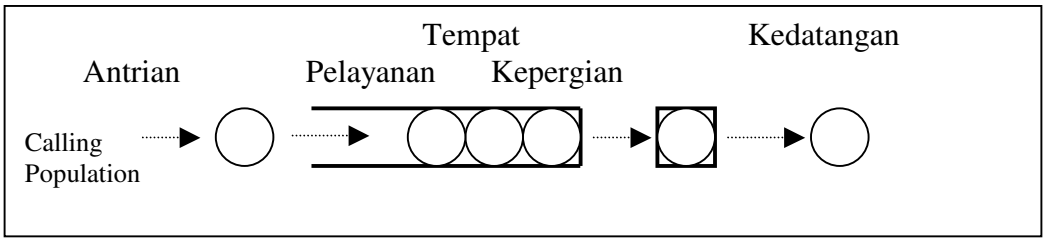
Model antrian sistem atau model yang akan dibahas secara manual adalah :

1. Model antrian tempat pelayanan = 1 (S=1)
2. Model tempat pelayanan >1 (S>1)
3. Model antrian tempat pelayanan = 1 (S=1) dengan *balk* (menolak masuk) dan *renege* (pergi dari antrian)
4. Model antrian tempat pelayanan > 1 (S>1) dengan *balk* (menolak masuk) dan *renege* (pergi dari antrian)

2.5.1 Model Antrian Satu Tempat Pelayanan (S=1)

Pada model antrian ini tempat pelayanan hanya ada 1. Waktu kedatangan dapat dibangkitkan melalui distribusi *eksponential* (M/M/1) atau dengan distribusi

umum (G/G/1) dengan asumsi pada model antrian ini tidak terdapat pembatasan kapasitas antrian atau waktu tunggu maksimal seorang unit di antrian. Ini berarti jumlah kedatangan sama dengan jumlah kepergian yang dilayani.



Gambar 2.8 Model Simulasi antrian tempat pelayanan = 1

Keterangan :

- *Calling Population* kumpulan unit bebas yang masih berada diluar sistem.
- Kedatangan adalah kemungkinan satu unit akan mendatangi sistem.
- Antrian adalah suatu *event* yang terjadi apabila unit yang masuk kedalam sistem, mendapati bahwa tempat pelayanan sedang sibuk atau sedang melayani unit yang lain.
- Tempat Pelayanan adalah tempat berlangsungnya pelayanan.
- Kepergian adalah suatu *event* yang terjadi bila suatu unit sudah selesai dilayani di tempat pelayanan.

2.5.1.1 Perhitungan Manual Model Antrian Tempat Pelayanan = 1

Misalkan hasil dari simulasi tempat pelayanan = 1 adalah sebagai berikut (waktu dalam menit), dimana waktu kedatangan simulasi dibuat *random*, dengan ketentuan unit berikutnya harus lebih besar dari unit sebelumnya.

Tabel 2.1 Waktu Kedatangan

No. Unit	Waktu Antar Kedatangan *(inter arrival)*	Waktu Kedatangan Simulasi (t)
1	-	0
2	2	2
3	4	6
4	1	7
5	2	9
6	6	15

Keterangan :

- Pada saat t = 0 (waktu simulasi menunjukan 0) ada kedatangan unit no.1, waktu antar kedatangan belum ada.
- Pada saat t = 2 ada kedatangan dari unit no.2, waktu antar kedatangan dari unit 1 ke unit 2 adalah 2 - 0 = 2.
- Pada saat t = 6 ada kedatangan dari unit no.3, waktu antar kedatangan dari unit 2 ke unit 3 adalah 6 – 2 = 4.
- Pada saat t = 7 ada kedatangan dari unit no.4, waktu antar kedatangan dari unit 3 ke unit 4 adalah 7 – 6 = 1.
- Pada saat t = 9 ada kedatangan dari unit no.5, waktu antar kedatangan dari unit 4 ke unit 5 adalah 9 – 7 = 2.

- Pada saat t = 15 ada kedatangan dari unit no.6, waktu antar kedatangan dari unit 6 ke unit 7 adalah 15 – 9 = 6.

Waktu pelayanan ditempat pelayanan untuk setiap unit dibuat contoh secara random, dapat dilihat dari tabel berikut :

Tabel 2.2 Waktu Pelayanan

No. Unit	Waktu Pelayanan
1	2
2	1
3	3
4	2
5	1
6	4

Urutan aktivitas unit dalam simulasi diatas adalah sebagai berikut :

Tabel 2.3 Urutan Aktifitas dalam Simulasi untuk Unit

No. Unit	Waktu Kedatangan	Lama tunggu sebelum dilayani	Waktu mulai dilayani	Waktu Pelayanan	Waktu berakhirnya pelayanan
1	0	0	0	2	2
2	2	0	2	1	3
3	6	0	6	3	9
4	7	2	9	2	11
5	9	2	11	1	12
6	15	0	15	4	19

Keterangan :

- Lama tunggu sebelum dilayani didapat dari :

  waktu berakhirnya pelayanan – (waktu kedatangan unit+1); dengan syarat hasilnya tidak boleh negatif, jika negatif lama tunggu ditulis ‘nol (0)’

- Waktu berakhirnya pelayanan didapat dari :

  waktu mulai dilayani + waktu pelayanan

Urutan aktifitas tempat pelayanan pada simulasi diatas adalah sebagai berikut :

Tabel 2.4 Urutan Aktifitas dari Tempat Pelayanan

No. Unit	Waktu Melayani	Lama Melayani	Waktu tidak sibuk (*idle)*
1	0	2	0
2	2	1	0
3	6	3	3
4	7	2	0
5	9	1	0
6	15	4	3

Keterangan :

- Waktu Melayani = waktu kedatangan unit ke *server*
- Waktu tidak sibuk didapat dari : waktu melayani – (waktu berakhirnya pelayanan unit-1); dengan syarat apabila hasilnya < = 0 maka *server* dinyatakan sibuk, maka nilainya ‘nol (0)’

Tabel 2.5 Kronologis Event

Type Event	No. unit	Waktu Simulasi
Kedatangan	1	0
Kepergian	1	2
Kedatangan	2	2
Kepergian	2	3
Kedatangan	3	6
Kedatangan	4	7
Kepergian	3	9
Kedatangan	5	9
Kepergian	4	11
Kepergian	5	12
Kedatangan	6	15
Kepergian	6	19

Pada simulasi ini kita bisa mengukur :

a. Rata-rata waktu menunggu untuk 1 unit sebelum dilayani yaitu :
   = $\frac{\text{total lama tunggu sebelum dilayani}}{\text{banyak unit yang masuk ke dalam sistem}}$
   = 4/6
   = 0,7 menit

b. Probabilitas 1 unit harus menunggu sebelum dilayani adalah :
   = $\frac{\text{banyak unit yang mengantri/menunggu}}{\text{banyak unit yang masuk kedalam sistem}}$
   = 2/6
   = 0,3 menit

c. Waktu rata-rata tempat pelayanan tidak sibuk *(idle)*
   = $\frac{\text{total waktu tidak sibuk } \textit{(idle)} \text{ dari tempat pelayanan}}{\text{total waktu pelayanan}}$
   = 6/13
   = 0,69 menit

d. Waktu rata-rata pelayanan
   = $\frac{\text{total waktu pelayanan}}{\text{banyak unit yang masuk kedalam sistem}}$
   = 13/6
   = 2,17 menit

e. Waktu rata-rata antar kedatangan (*inter arrival)*
   = $\frac{\text{total dari waktu antar kedatangan}}{\text{banyak unit} - 1}$
   = 15/5
   = 3 menit

f. Waktu rata-rata bagi unit yang menunggu
   = $\frac{\text{total waktu unit yang menunggu}}{\text{banyak unit yang menunggu}}$
   = 4/2
   = 2 menit

g. Waktu rata-rata 1 unit ada didalam sistem
   = $\frac{\text{total waktu dari setiap unit didalam sistem (waktu pelayanan + lama tunggu)}}{\text{banyak unit yang masuk kedalam sistem}}$
   = 17/6
   = 2,83 menit

2.5.1.2 Hubungan Model Simulasi Antrian S = 1 Dengan Biaya

Kita dapat membuat suatu batasan tentang biaya untuk simulasi model ini dengan menghitung :

1. Biaya Depresiasi tempat pelayanan : biaya ini timbul karena penggunaan tempat pelayanan yang menggunakan sumber daya sebagai kelengkapan untuk menyelenggarakan pelayanan. Sumber daya ini dapat berupa tenaga manusia atau mesin (yang memerlukan listrik). Selain sumberdaya depresiasi ini dapat juga berupa penyusutan dari kelengkapan tempat pelayanan tersebut, bila tempat pelayanan tersebut menggunakan alat yang suatu waktu akan rusak.
2. Keuntungan yang diraih dari setiap unit yang selesai dilayani.
3. Kerugian yang diperkirakan dari unit yang menunggu diantrian.

Misalkan untuk simulasi diatas kita beri parameter untuk biaya depresi tempat pelayanan adalah Rp. 5000 tiap 5 menit, keuntungan yang diraih adalah Rp. 7000 untuk tiap kostumer/unit yang telah dilayani dan biaya tunggu = Rp. 1000 per 2 menit. Maka kita dapat menghitung :

Biaya Depresiasi = (lama simulasi/depresi permenit)* biaya depresiasi

= ((19/5)*5000 = Rp. 19.000,-

Keuntungan = Banyak unit yang terlayani * keuntungan perunit

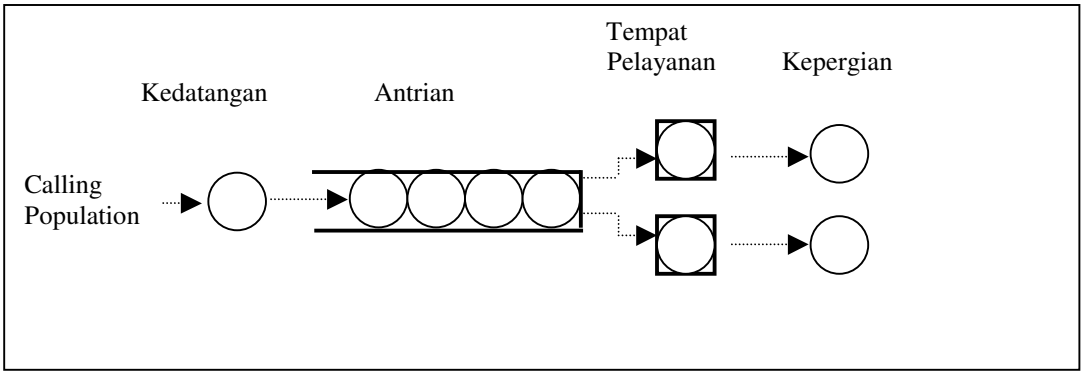
= 6 * 7000 = Rp. 42.000,-

Kerugian dari tunggu = (Lama waktu tunggu/waktu tunggu)* biaya tunggu

= (4/2)*1000 = Rp. 2000,-

2.5.2 Model Antrian Tempat Pelayanan > 1 (S max 2)

Pada model antrian ini, tempat pelayanan lebih dari satu tempat pelayanan (S>1) sehingga kostumer mempunyai alternatif untuk mendapatkan pelayanan. Waktu kedatangan dan waktu kepergian dapat dibangkitkan melalui distribusi *eksponential* (M/M/S) atau distribusi umum (G/G/S), dengan asumsi bahwa tidak ada pembatasan kapasitas antrian ataupun waktu tunggu maksimum seorang kostumer/unit di antrian sehingga jumlah kedatangan dan jumlah kepergian terlayani disistem adalah sama.



Gambar 2.9 model simulasi antrian tempat pelayanan >1

Keterangan :

- *Calling Population* kumpulan unit bebas yang masih berada diluar sistem.
- Kedatangan adalah kemungkinan satu unit akan mendatangi sistem.
- Antrian adalah suatu *event* yang terjadi apabila unit yang masuk kedalam sistem, mendapati bahwa tempat pelayanan sedang sibuk atau sedang melayani unit yang lain.
- Tempat Pelayanan adalah tempat berlangsungnya pelayanan.

Pada model ini terdiri dari n tempat pelayanan atau tempat pelayanan >1. Antrian pada sistem ini terjadi apabila semua tempat pelayanan statusnya sibuk.

- Kepergian adalah suatu *event* yang terjadi bila suatu unit sudah selesai dilayani di tempat pelayanan.

2.5.2.1 Perhitungan Manual Model Antrian Tempat Pelayanan >1 (*max* S=2)

Misalkan hasil dari simulasi tempat pelayanan = 1 diatas kita implementasikan pada tempat pelayanan >1, misalkan tempat pelayanan ada 2.

Tabel 2.6 Waktu Kedatangan

No. Unit	Waktu Antar Kedatangan *(inter arrival)*	Kedatangan di Waktu Simulasi (t)
1	-	0
2	2	2
3	4	6
4	1	7
5	2	9
6	6	15

Keterangan :

- Pada saat t = 0 (waktu simulasi menunjukan 0) ada kedatangan kostumer/unit no.1, waktu antar kedatangan belum ada.
- Pada saat t = 2 ada kedatangan dari unit no.2, waktu antar kedatangan dari unit 1 ke unit 2 adalah 2 - 0 = 2.
- Pada saat t = 6 ada kedatangan dari unit no.3, waktu antar kedatangan dari unit 2 ke unit 3 adalah 6 – 2 = 4.

- Pada saat t = 7 ada kedatangan dari unit no.4, waktu antar kedatangan dari unit 3 ke unit 4 adalah 7 – 6 = 1.
- Pada saat t = 9 ada kedatangan dari unit no.5, waktu antar kedatangan dari unit 4 ke unit 5 adalah 9 – 7 = 2.
- Pada saat t = 15 ada kedatangan dari unit no.6, waktu antar kedatangan dari unit 6 ke unit 7 adalah 15 – 9 = 6.

Waktu pelayanan ditempat pelayanan untuk setiap unit dapat dilihat dari tabel berikut:

Tabel 2.7 Waktu Pelayanan

No. Unit	Waktu Pelayanan	Dilayani di Tempat Pelayanan
1	2	1
2	1	1
3	3	1
4	2	2
5	1	1
6	4	1

Urutan aktivitas unit dalam simulasi siatas adalah sebagai berikut :

Tabel 2.8 Urutan Aktifitas dalam Simulasi untuk Unit

No. Unit	Waktu Kedatangan	Lama tunggu sebelum dilayani	Waktu mulai dilayani	Waktu pelayanan	Waktu berakhirnya pelayanan
1	0	0	0	2	2
2	2	0	2	1	3
3	6	0	6	3	9
4	7	0	7	2	9

5	9	0	9	1	10
6	15	0	15	4	19

Keterangan :

- Waktu berakhirnya pelayanan didapat dari :

  waktu mulai dilayani + waktu pelayanan

Urutan Aktifitas tempat pelayanan 1 pada simulasi diatas adalah sebagai berikut:

Tabel 2.9 Urutan Aktifitas di Tempat Pelayanan 1

No. Unit	Waktu Melayani	Lama Melayani	Waktu tidak sibuk (*idle)*
1	0	2	0
2	2	1	0
3	6	3	3
5	9	1	0
6	15	4	5

Urutan Aktifitas tempat pelayanan 2 pada simulasi diatas adalah sebagai berikut:

Tabel 2.10 Urutan Aktifitas di Tempat Pelayanan 2

No. Unit	Waktu Melayani	Lama Melayani	Waktu tidak sibuk (*idle)*
4	7	2	0

Keterangan :

- Waktu Melayani = waktu kedatangan unit ke server
- Waktu tidak sibuk didapat dari : waktu melayani – (waktu berakhirnya pelayanan unit-1); dengan syarat apabila hasilnya <=0 maka server dinyatakan sibuk, maka nilainya ‘nol (0)’

Tabel 2.11 Kronologis Event

Type Event	No. Kostumer/unit	Waktu Simulasi
Kedatangan	1	0
Kepergian	1	2
Kedatangan	2	2
Kepergian	2	3
Kedatangan	3	6
Kedatangan	4	7
Kepergian	3	9
Kedatangan	5	9
Kepergian	4	9
Kepergian	5	10
Kedatangan	6	15
Kepergian	6	19

Pada simulasi ini kita bisa mengukur :

a. Rata-rata waktu menunggu untuk 1 kostumer/unit sebelum dilayani yaitu :
   = $\frac{\text{total lama tunggu sebelum dilayani}}{\text{banyak unit yang masuk ke dalam sistem}}$
   = 0/6
   = 0 menit

b. Probabilitas 1 unit harus menunggu sebelum dilayani adalah :
   = $\frac{\text{banyak unit yang mengantri/menunggu}}{\text{banyak unit yang masuk kedalam sistem}}$
   = 0/6
   = 0 menit

c. Waktu rata-rata tempat pelayanan tidak sibuk *(idle)*
   = $\frac{\text{total waktu tidak sibuk } \textit{(idle)} \text{ dari tempat pelayanan}}{\text{total waktu pelayanan tempat pelayanan}}$
   = 8/13
   = 0,61 menit

d. Waktu rata-rata pelayanan
   = $\frac{\text{total waktu pelayanan}}{\text{banyak unit yang masuk kedalam sistem}}$
   = 13/6
   = 2,17 menit