Bab 2
Tinjauan Pustaka

2.1. Peramalan

2.1.1. Definisi

Forecasting atau peramalan disadur dari buku "Forecasting Method and Application" karangan Makridalis Wheel Wright dapat diartikan sebagai upaya untuk memperkirakan apa yang akan terjadi di masa yang akan datang. Objek yang akan diramalkan dapat meliputi apa saja tergantung kebutuhan. Peramalan diperlukan disamping untuk memperkirakan apa yang akan terjadi di masa yang akan datang juga para pengambil keputusan perlu untuk membuat planning, disamping itu di dalam suatu *manufacturing* ada yang dinamakan dengan *Lead Time* atau pembagian waktu dalam membuat suatu rencana produksi. Oleh sebab itu pembahasan peramalan dalam suatu *manufacturing* banyak berkisar dalam konteks peramalan kebutuhan, peramalan penjualan dan lain-lain.

Dalam suatu *manufacturing* peramalan merupakan langkah awal dalam penyusunan *Production Inventory Managament*, *Manufacturing and Planning Control*, dan *Manufacturing Resource Planning*, dimana objek yang diramalkan adalah kebutuhan. Pada industri yang menganut sistem *Make To Stock* peramalan merupakan input utama, sedangkan pada industri yang menganut *Make to Order* peramalan hanya merupakan bahan pertimbangan dalam menentukan kebutuhan mesin. Selain itu ada beberapa informasi yang penting yang bisa didapat dari peramalan yaitu informasi penjadwalan produksi, transportasi, personal ,maupun informasi tentang perluasan usaha baik jumlah atau sumber daya.

Peramalan adalah proses untuk memperkirakan beberapa kebutuhan dimasa yang akan datang yang meliputi kebutuhan dalam ukuran kuantitas, kualitas, waktu dan lokasi yang dibutuhkan dalam rangka untuk memenuhi permintaan barang ataupun jasa.

Peramalan tidak terlalu dibutuhkan dalam kondisi permintaan pasar yang stabil, karena relatif kecil. Tetapi peramalan akan sangat dibutuhkan bila kondisi permintaan pasar bersifat kompleks dan dinamis.

Dalam kondisi pasar bebas, permintaan pasar lebih banyak bersifat kompleks, dan dinamis karena permintaan tersebut akan tergantung dari keadaan sosial, ekonomi, politik, aspek teknologi, produk pesaing dan produk subtitusi. Oleh karena itu, peramalan yang akurat merupakan informasi yang sangat dibutuhkan dalam pengambilan keputusan manajemen.

2.1.2. Jenis – Jenis Peramalan

Dalam membuat suatu keputusan bisnis, seorang manajer membutuhkan informasi dari berbagai sisi yang berbeda. Oleh karena itu, seorang manajer perlu melakukan peramalan pada beberapa bidang penting, antara lain peramalan tentang perkembangan teknologi, peramalan tentang kondisi ekonomi dan peramalan permintaan. Pada bidang Perencanaan dan Pengendalian Produksi (PPC), bidang peramalan yang difokuskan adalah peramalan permintaan.

2.1.3. Peramalan Permintaan

Peramalan permintaan merupakan tingkat permintaan produk – produk yang diharapkan akan terealisasi untuk jangka waktu tertentu pada masa yang akan datang. Peramalan permintaan ini akan menjadi masukan yang sangat penting dalam keputusan perencanaan dan pengendalian produksi perusahaan. Karena bagian operasional produksi bertanggung jawab terhadap pembuatan produk yang dibutuhkan konsumen, maka keputusan-keputusan operasi produksi sangat dipengaruhi hasil dari peramalan permintaan. Peramalan permintaan ini digunakan untuk meramalkan permintaan dari produk yang bersifat bebas (tidak tergantung), seperti peramalan pada produk jadi.

2.1.4. Faktor – Faktor Yang Mempengaruhi Permintaan.

Permintaan akan suatu produk pada suatu perusahaan merupakan resultan dari berbagai faktor yang saling berinteraksi dalam pasar. Faktor-faktor ini hampir selalu merupakan kekuatan yang berada diluar kendali perusahaan. Berbagai faftor tersebut antara lain :

- Siklus Bisnis. Penjualan produk akan dipengaruhi oleh permnintaan akan produk tersebut, dan permintaan akan suatu produk akan dipengaruh oleh kondisi ekonomi yang membentuk siklus bisnis dengan fase-fase inflasi, resesi dan masa pemulihan.
- Siklus Hidup Produk. Siklus hidup suatu produk biaasanya mengikuti suatu pola yang biasa disebut kurva S. Kurva S menggambarkan besarnya permintaan terhadap waktu, dimana siklus hidup suatu produk akan dibagi menjadi fase penurunan. Untuk menjaga kelangsungan usaha, maka perlu dilakukan inovasi produk pada saat yang tepat.
- Faktor-faktor lain. Beberapa faktor lain yang mempengaruhi permintaan adalah reaksi balik dari pesaing, perilaku konsumen yang berubah, dan usaha-usaha yang dilakukan sendiri oleh perusahaan seperti peningkatan kualitas, pelayanan, anggaran periklanan, dan kebijakan pembayaran secara kredit.

2.1.5. Karakteristik Peramalan Yang Baik.

Peramalan yang baik mempunyai beberapa kriteria yang penting antra lain akurasi biaya, dan kemudahan. Penjelasan dari kriteria-kriteria tersebut adalah sebagai berikut :

- **AKURASI**. Akurasi dari suatu hasil peramalan diukur dengan kebiasaan dan konsistensian peramalan tersebut terlalu tinggi atau terlalu rendah dibandingkan dengan kenyataan yang sebenarnya terjadi. Hasil peramalan dikatakan konsisten bila besarnya kesalahan peramalan relative kecil. Peramalan yang terlalu rendah akan mengakibatkan kekurangan persediaan, sehingga permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi segera, akibatnya adalah perusahaan dimungkinkan kehilangan pelanggan atau kehilangan keuntungan penjualan. Peramalan yang terlalu tinggi akan mengakibatkan terjadinya penumpukan persediaan. Sehingga banyak modal yang terserap sia-sia. Keakuraan dari hasil peramalan ini berperan penting dalam menyeimbangkan

persediaan yang ideal (meminimasi penumpukan persediaan dan maksimasi tingkat pelayanan).

- **BIAYA**. Biaya yang diperlukan dalam pembuatan suatu peramalan adalah tergantung dari jumlah item yang diramalkan, lamanya periode peramalan, dan metode peramalan yang dipakai Ketiga faktor pemicu biaya tersebut akan mempengaruhi berapa banyak data yang dibutuhkan, bagaimana pengolahan datanya (manual atau komputerisasi), bagaimana penyimpanan datanya dan siapa tenaga ahli yang diperbantukan. Pemilihan metode peramalan harus disesuaikan dengan dana yang tersedia dan tingkat akurasi yang ingin didapat, misalnya item-item yang penting akan diramalkan dengan metode yang canggih dan mahal, sedangkan item-item yang kurang penting bisa diramalkan dengan metode yang sederhana dan murah. Prinsip ini merupakan adopsi dari Hukum Pareto (Analisa ABC).
- **KEMUDAHAN**. Pnggunaan metode peramalan yang sederhana mudah dibuat, dan mudah diaplikasikan akan memberikan keuntungan bagi perusahaan. Adalah percuma memakai metode yang canggih, tetapi tidak dapat diaplikasikan pada sistem perusahaan karena keterbatasan dana, sumber daya manusia, maupun peralatan teknologi.

2.1.6. Beberapa Sifat Hasil Peramalan

Dalam membuat peramalan atau menerapkan hasil suatu peramalan, maka ada beberapa hal yang harus dipertimbangkan, yaitu :

1. Peramalan pasti mengandung kesalahan, artinya peramal hanya bisa mengurangi ketidakpastian yang akan terjadi, tetapi tidak dapat menghilangkan ketidakpastian tersebut.
2. Peramalan seharusnya memberikan informasi tentang beberapa ukuran kesalahan, artinya karena peramalan pasti mengandung kesalahan, maaka adalah penting bagi peramal untuk menginformasikan seberapa besar kesalahan yang mungkin terjadi.
3. Peramalan jangka pendek lebih akurat dibandingkan peramalan jangka panjang. Hal ini disebabkan karena pada peramalan jangka pendek, faktor-faktor yang mempengaruhi permintaan relatif masih konstan, sedangkan

semakin panjang periode peramalan, maka semakin besar pula kemungkinan terjadinya perubahan faktor-faktor yang mempengaruhi permintaan.

2.1.7. Jenis-jenis Peramalan

Pada umumnya peramalan dapat dibedakan dari beberapa segi tergantung dari cara melihatnya. Apabila bilihat dari sifat penyusunannya, maka peramalan dapat dibedakan atas dua macam, yaitu :

1. Peramalan yang bersifat subyektif, yaitu peramalan yang didasarkan atas perasaan atau intuisi dari orang yang menyusunnya. Dalam hal ini pandangan atau "*judgement*" dari orang yang menyusunnya sangat menentukan baik tidaknya hasil ramalan tersebut.
2. Peramalan yang bersifat obyektif, adalah peramalan yang didasarkan atas data yang relevan pada masa lalu, dengan menggunakan teknik-teknik dan metode-metode dalam penganalisaan data tersebut.

Disamping itu, jika dilihat dari jangka waktu ramalan yang disusun, maka peramalan dapat dibedakan atas dua macam, yaitu :

1. Peramalan Jangka Panjang, yaitu peramalan yag dilakukan untuk penyusunan hasil peramalan yang jangka waktunya lebih dari satu setengah tahun atau tiga semester. Peramalan seperti ini misalnya diperlukan dalam penyusunan rencana pembangunan suatu negara atau daerah, *corporate planning*, rencana investasi atau rencana ekspansi dari suatu perusahaan.
2. Peramalan Jangka Pendek, yaitu peramalan yang dilakukan untuk penyusunan hasil ramalan dengan jangka waktu yang kurang dari satu setengah tahun atau tiga semester. Peramalan seperti ini diperlukan dalam penyusunan rencana tahunan, rencana kerja produksi, rencana penjualan, rencana pemasaran dan anggaran perusahaan.

Berdasarkan sifat ramalan yang telah disusun, maka peramalan dapat dibedakan atas dua macam , yaitu :

1. Peramalan Kualitatif, yaitu peramalan yang didasarkan atas tiga kualitatif pada masalalu. Hasil peramalan yang dibuat sangat tergantung pada orang yang menyusunnya. Hal ini penting karena hasil peramalan tersebut ditentukan

berdasarkan pemikiran yang berfifat intuisi, *judgement* atau pendapat, dan pengetahuan serta pangalaman dari penyusunnya.

2. Peramalan Kuantitatif, yaitu peramalan yang didasarkan atas data kuantitatif pada masa lalu. Hasil peramalan yang dibuat sangat tergantung pada metode yang dipergunakan dalam peramalan tersebut. Dengan metode yang berbeda akan diperoleh hasil peramalan yang berbeda, adapun yang perlu diperhatikan dari penggunaan metode-metode tersebut, adalah baik tidaknya metode yang dipergunakan, sangat ditentukan oleh perbedaan atau penyimpangan antara hasil ramalan dengan kenyataan yang terjadi. Metode yang baik adalah metode yang memberikan nilai-nilai perbedaan atau penyimpangan yang mungkin. Peramalan kuantitatif hanya dapat digunakan apabila terdapat tiga kondisi sebagai berikut :
    1. Adanya informasi tentang keadaan yang lain;
    2. Informasi tesebut dapat dikuentifikasikan dalam bentuk data;
    3. Dapat diasumsikan bahwa pola yang lalu akan berkelanjutan pada masa yang akan datang.

2.1.8. Metode-Metode Peramalan

Pada akhir-akhir ini telah dikembangkan beberapa metode atau teknik-teknik peramalan untuk menghadapi bermacam-macam keadaan yang terjadi. Seperti telah diuraikan dalam bab sebelumnya, bahwa peramalan dibedakan atas peramalan kualitatif dan kuantitatif. Pada dasarnya metode peramalan kuantitatif ini dapat dibedakan akan atas :

1. Metode yag didasarkan atas penggunaan analisa pola hubungan antara variabel yang akan diperkirakan dengan variabel waktu, yang merupakan deret waktu atau disebut "*time siries*"
2. Metode peramalan yang didasarkan atas penggunaan analisa pola hubungan variabel yang akan dipikirkan dengan variabel lain yang mempengaruhinya yang bukan waktu, yang disebut metode korelasi atau sebab akibat atau disebut juga "*casual methode*"

2.1.8.1. Teknik Peramalan Secara kuantitatif

Metode kuantitatif dapat digunakasn jika tersedia data masa lalu, dari data tersebut dicari pola hubungan yang ada. Metode ini cocok digunakan pada kondisi yang statis, jelas dan tidak memerlukan human mind. Dengan metode ini, ketelitian ramalan dapat diprediksi sejak awal sebagai bahan pengambilan keputusan. Atas dasar tersebut metode kuantitatif lebih disukai. Metode kuantitatif secara garis besar dapat dikelompokan menjadi 2, yaitu :

2.1.8.1.1. **Deret Waktu (Time series)**

Analisa deret waktu didasarkan pada asumsi bahwa deret waktu tersebut terdiri dari koponen-komponen Trend (T), Siklus/Cycle (C), Pola Musiman/Season (S) dan Variasi Acak/Random (R) yang akan menunjukan suatu pola tertentu. Komponen-komponen tersebut kemudiandipakai sebagai dasar dalam membuat persamaan matematis. Analisa deret Waktu ini sangat tepat dipakai untuk maramalkan permintaan yang pola permintaan dimasa lalunya cukup konsisten dalam periode waktu yang lama sehngga diharapkan pola tersebut masih akan tetap berlanjut.

Metode *time series* adalah metode dengan peramalan yang menggunakan waktu sebagai dasar peramalan. Termasuk dalam metode *time series* adalah :

1. Metode *Free Hand* (grafis)
2. Metode *moving average*
3. Metode *weight moving average*
4. Metode *single exponential smoothing*
5. Metode *regresi linier* sederhana
6. Metode *winter*
7. dll

Permintaan dimasa yang lalu pada analisa deret waktu akan dipengaruhi oleh keempat komponen utama T, C, S, dan R/ Penjelasan tentang komponen-komponen tersebut adalah sebagai berikut :

1. Trend/Kecendrungan (T). adalah bila data permintaan menunjukan pola kecenderungan penurunan atau kenaikan jangka panjang. Data yangkelihatannya berfluktuasi, apabila dilihat pada rentang waktu yang

panjang akan dapat ditarik suatu garis maya. Garis putus-putus tersebut inilah yang disebut garis *trend*. Bila data berpola *trend*, maka metode peramalan yang sesuai adalah metode regresi linier, *exponential smoothing*, atau *double exponential smoothing*. Metode regresi linier biasanya memberikan tingkat kesalahan terkecil

2. Siklus/Cycle (C). Pola data siklus adalah bila fluktuasi secarajangka panjang membentuk pola sinusoid atau gelomang atau suklus. Metode yang sesuai bila data berpola suklus adalah metode *moving acerage*, *weight moving average* dan *eksponential smoothing*.
3. Pola Musiman/Season (S). Bila data yang kelihatannya berfluktuasi, namun fluktuasi tersebut akan terlihat berulang dalam suatu interal waktu tertentu, maka data tersebut berpola musiman. Disebut pola musiman karena permintaan ini biasanya dipengaruhi oleh musim, sehingga biasanya interval perulangan data ini adalah satu tahun. Sebagai contoh, penjualan payung dan jas hujan adalah lebih besar ketimbang di musim kemarau.Contoh lain adalah permintaan baju hangat sangat dipengaruhi oleh musim (semi, panas, gugur, dingin). Metode peramalan yang sesuai dengan pola musiman adalah metode *winter* (sangat sesuai), *moving average*, atau *weight moving average*.
4. Pola Acak/Random (R). Permmintaan suatu produk dapat mempengaruhi pola bervriasi secara acak karena faktor-faktoe adanya bencana alam, bangkturnya perusahaan pesaing, promosi khusus dan kejadian-kejadian lainnya yang tidak mempunyai pola tertentu. Variasi acak ini diperlukan dalam rangka mennentukan persediaan pangaman untuk mengantisipasi kekurangan bila terjadi lonjakan permintaan.

1. Metode Averaging

Moving Average diperoleh dengan merata-rata permintaan berdasarkan beberapa data masa lalu yang terbaru.Tujuan utama dari penggunaan teknik MA ini adalah untuk mengurangi atau menghilangkan variasi acak permintaan dalam

hubungannya dengan waktu. Tujuan ini dicapai dengan merata-ratakan beberapa nilai data secara bersama-sama, dan menggunakan nilai rata-rata tersebut sebagai ramalan permintaan untuk periode yang akan datang. Disebut rata-rata bergerak karena begitu setiap data actual permintaan yang paling terdahulu akan dikeluarkan dari perhitungan, kemudian suatu nilai rata-rata baru akan dihitung. Secara matematis, maka MA akan dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut :

$$= \frac{\sum \left(A_t + A_{t-1} + ... + A_{t-(N-1)} \right)}{N}$$

Dimana : A_t = Permintaan Aktual pada periode t

N = Jumlah data permintaan yang dilibatkan dalam perhitungan

Karena data actual yang dipakai untuk perhitungan MA berikutnya selalu dihitung dengan mengeluarkan data yang paling terdahulu, maka :

$$MAt = MA_{t-1} + \frac{A_t - A_{t-N}}{N}$$

Pemilihan tentang beberapa N yang tepat adalah hal yang penting dalam metode ini. Semakin besar nilaiN, maka semakin halus perubahan nilai MA dari periode. Kebalikannya, semakin kecil nilai N, maka hasil peramalan akan lebih agresif dalam mengantisipasi perubahan data terbaru yang diperhitungkan.

Bila permintaan berubah secara signifikan dari watku ke waktu, maka raalan haru cukup agresif dalam mengantisipasi perubahan tersebut, sehingga N yang kecil akan lebih cocok dipakai. Kebalikannya, bila permintaan cenderung stabil selama jangka waktu yang panjang, maka sebaiknya nilai N yang besar.

2. Metode Exponential Moothing

Ada beberapa metode yang dikelompokna dalam metode *exponential smoothing*, yaitu :

a. *single (simple) exponential smoothing*
b. *double exponential smoothing*

c. triple exponential smoothing

❖ **Single Eksponensial Smoothing (Pemulusan Eksponensial Tunggal)**

Peramalan menggunakan metode pemulusan eksponensial tunggal di lakukan berdasarkan formula berikut :

$F_t = F_{t-1} + \alpha (A_{t-1} - F_{t-1})$

Dimana :

F_t = nilai ramalan untuk periode waktu ke-1

F_{t-1} = nilai ramalan untuk satu periode waktu yang lalu, ke-1

A_{t-1} = nilai aktual untuk satu periode waktu yang lalu, ke-1

α = konstanta permulusan

❖ **Double Exponensial Smoothing.**

Double Exponensial Smoothing dibagi menjadi 2 bagian antara lain :

▪ **Double Exponensial Smoothing Dua Parameter dari Holt.**

Dasar pemikiran dari smoothing linier dari holt adalah kerena nilai pemulusan tunggal dan ganda ketinggalan dari data yang sebenarnya. Bilamana terdapat unsure trend, maka holt memuluskan nalai trend dengan parameter yang berbeda dari parameter yang digunakan pada deret yang asli. Ramalan dari pemulusan eksponensial holt didapat dengan mengginakan 2 konstanta pemulusan dengan nilai antara 0 dan 1 dengan 3 persamaan yaitu :

$$S_t = \alpha . X_t + (1-\alpha) x (S_{t-1} + b_{t-1}) \text{.....1}$$

$$b_t = \beta (S_t - S_{t-1}) + \beta (b_t - 1) \text{.....2}$$

$$F_{t+m} = S_t + (b_t x m) \text{.....3}$$

Dimana :

S_t = data pemulusan pada periode 1

b_t = trend pemulusan pada periode 1

F_{t+m} = peramalan pada periode 1

Persamaan (1) menyesuaikan S_t secara langsung untuk paeriode sebelumnya, yaitu b_{t-1} dengan menambahkan nilai terakhir yaitu S_{t-1}, hal ini membantu menghilangkan kelambatan dan menempatkan S_t ke dasar perkiraan nilai data saat ini.

Persamaan ke 2 meremajakan trend yang di tunjukan sebagai perbedaan antara 2 nilai pemulusan terakhir. Hal ini tepat karena jika terdapat kecenderungan di dalam data nilai yang baru akan lebih tinggi atau lebih rendah dari nilai yang sebelumnya, mungkin masih terdapat kerandoman, maka hal ini dihilangkan oleh pemulusan dengan β (beta) trend pada periode akhir $S_t - S_{t-1}$ dan menambahkan dengan taksiran trend sebelumnya dikalikan dengan (1- β),

Persamaan ke 3 digunakan kemuka yang diramalkan (m) dan ditambah dengan nilai dasar (S_t)

- **Double Exponensial Smoothing Satu Parameter dari Brown**

Dasar pemikiran dari pemulusan eksponensial linier daro brown adalah serupa dengan rata-rata bergerak linier kedua nilai pemulusan tunggal dan ganda ketinggalan dari data yang sebenarnya bilamana terdapat unsure trend, perbedaan antara nilai pemulusan tunggal dan pemulusan ganda dapat ditambah pada nilai pemulusan tunggal dan disesuaikan untuk trend. Persamaan yang dipakai adalah sebagai berikut :

$$F_{t+m} = a_t + b_t . m$$

$$S'_t = \alpha . X_t + (1-\alpha) . S'_{t-1}$$

$$S''_t = \alpha . S'_t + (1-\alpha) S''_{t-1}$$

$$a_t = 2S'_t - S''_t$$

$$b_t = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)(S'_t - S''_t)$$

Dimana :

S'_t = nilai eksponensial smooting tunggal

S''_t = nilai eksponensial smooting ganda

m = jumlah periode kemuka

F_{t+m} = ramalan m periode ke muka

Pada periode pertama (t = 1) besar S'_{t-1} dan S''_{t-1} tidak diketahui untuk itu ditetapkan besar nilai S'_{t-1} dan S''_{t-1} sama dengan demand pada periode pertama (Xt) atau dengan menggunakan nilai rata-rata dari beberapa nilai demand pertama sebagai titik awal.

- **Triple Exponensial Smoothing.**

- **Winter**

Metode ini didasarkan 3 persamaan pemulusan yaitu satu untuk stasioner. Satu untuk trend dan satu untuk musiman. Hal ini serupa dengan metode holt dengan satu persamaan tambahan untuk metode winter yaitu sebagai berikut :

$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{l-t}} + (1 - \alpha).(S_{t-l} + b_{t-l})$ pemulusan keseluruhan

$b_t = y(S_t - S_{t-l}) + (1 - y).b_{t-l}$ pemulusan trend

$I_t = \beta \frac{X_t}{S_t} + (I - \beta) I_{t-l}$ pemulusan musiman

$F_{t-m} = (S_t + b_{t+m}) I_{t-L+m}$ ramalan

Dimana :

L = panjang musiman (misal jumlah bulan atau kuartal dalam 1 tahun)

b = komponen trend

I = factor penyesuaian musiman

F_{t+m} = ramalan untuk m ke muka

Persamaan untuk pemulusan musiman dapat dibandingkan dengan indeks musiman yang merupakan ratio antara nilai sekarang dengan deret data, di bagi dengan hasil pemulusan tunggal yang sekarang untuk deret data tersebut.

Salah satu masalah dalam menggunakan metode wnter yaitu dalam menentukan nilai-nilai untuk alpa, beta dan gamma tersebut yang akan meminimumkan MSE dan MAPE, pendekatan untuk nilai ini biasanya secara coba salah (trend error).

- **Regresi Linier**

Regresi linier digunakan untuk peramalan apabila set data yang ada linier, artinya hubungan antara variabel waktu dan permintaan berbentuk garis. Metode regresi linier didasarkan atas perhitungan least square error yaitu dengan memperhitungkan jarak terkecil kesuatu titik pada data untuk ditarik garis. Dengan metode ini dapat diperoleh suatu ramalan dengan didasarkan atas persamaan yang dihasilkan. Factor intercepat dan lope pada peramalan dihitung dari masa lalu dan digunakan untuk melakukan peramalan dengan variabel waktu yang berubah.

Penurunan rumus untuk metode linier regresi adalah sebagai berikut :

$$y = a + b_t$$

$$a = \frac{\sum x \sum t^2 - \sum t \sum x.t}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$b = \frac{n \sum x.1 - \sum x \sum t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

Dimana :

b = stope dari persamaan garis lurus

a = intersep dari persamaan garis lurus

t = indeks waktu

n = jumlah data

2.1.8.2. **Peramalan dengan Metode Kualitatif**

Metode kualitatif disebut juga metode *technological forecasting*, karena sering digunakan untuk meramalkan lingkungan dan teknologi, selain itu juga digunakan jika tersedia data masa lalu karena alasan seperti : tidak tercatat, yang diramalkan adalah hal baru, situasi telah berubah, situasi turbulaen dan memerlukan humand mind dan kesalahan peramalan tidak dapat diprediksi. Metode kualitatif dapat dikelompokan dalam :

1. Metode *Subjektif*

Upaya untuk memperkirakan keadaan yang akan terjadi berdasarkan pendapatan subjektif yang didapat berasal dari individu, group, pimpinan atau market

2. Metode *Eksploratory*

Upaya untuk menggali kondisi apa yang dapat terjadi setelah mendefinisikan batasan-batasan yang ada.

3. Metode *Normatif*

Upaya menggambarkan apa yang mungkin terjadi berdasarkan norma yang berlaku. Metode kualitatif biasanya dipakai untuk meramalkan lingkungan dan teknologi, karena kondisi tersebut berbeda dengan kondisi perekonomian dan

pemasaran. Oleh karena itu metode kualitatif sering disebut dengan technological forecasting.

2.2. Prosedur Peramalan

Dalam melakukan perlu diikuti prosedur yang benar untuk mendapatkan hasil yang baik diantarnya :

1. Definisikan prosedur permalan
2. Buat plot data yang ada
3. Pilih setidaknya dua metode yang memenuhi tujuan peramalan 1 dan sesuai dengan plot data 2
4. Penghitung parameter fungsi peramalan
5. Menghitung kesalahan yang terjadi
6. Memilih metode peramalan yang baik
7. Melakukan verifikasi peramalan

2.3. Ukuran- ukuran Kesalahan Peramalan

Ukuran kesalahn adalah penyimpangan antaraaktual demand dengan hasil ramalan.

Peramalan adalah hasil taksiran kita akan suatu nilai dimasa yang akan datang, karena masih berupa taksiran maka besar kemungkinan adanya kesalahan pada peramalan tersebut. Besarnya kesalahan pada periode ke I (e) dinyatakan sebagai :

$$e(t) = X(t) - F(t)$$

Dimana :

ei = kesalahan pada periode ke i

xi = data actual periode ke i

Fi = nilai peramalan periode ke I

Jika terdapat data aktual dan data peramalan n buah kesalahan (e). ada 2 macam ukuran kesalahan yaitu ukuran statistic dan ukuran relative, dalam menetukan ukuran kesalahan secara statistic ada 5 cara yaitu :

1. Mean Error (ME)

$$ME = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t}{n}$$

2. Mean Absolut Error (MAE)

$$ME = \frac{\sum_{t=1}^{n} |e_t|}{n}$$

3. Sum Square Error (SSE)

$$SSE = \sum_{t=1}^{n} et^2$$

4. Mean Square Error (MSE)

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{n} et^2}{n}$$

5. Standar Deviation Error (SDE)

$$SDE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} et^2}{n-1}}$$

Sedangkan cara menetukan kesalahan secara relative ada 3 macam cara yaitu :

1. Persentase Error

$$PE_t = \left[\frac{X_t - F_t}{X_t} \right] x\,100$$

2. Mean Persentase Error

$$MPE = \frac{\sum_{t=1}^{n} PE_t}{n}$$

3. Mean Absolut Persentase Error

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^{n} |PE_t|}{n}$$

2.4. Perbandingan Beberapa Metode

Berbagai metode telah disajikan dalam bab ini, dan tinggalah peryataan yang pragmatis. Bagaimana caranya si pembuat ramalan dapat memilih model yang

tepat untuk sekelompok data? Pertimbangan manusia harus dimasukan, namun ada juga beberapa saran bermafaat yang perlu dikemukakan. Tujuan utamanya adalah menentukan sifat trend (jika ada). Jika sifat tersebut dapat diidentifikasi, maka komponen random tidak begitu besar pengaruhnya sevagai contoh, jika datanya bersifat kuartal maka suatu plot data mentah tersebut dapat menunjukan sifatternd dan musiman. Dengan membuat plot rata-rata bergerak empat bulan dari data, unsure musiman dapat dihilangkan, dan analisis dapat mengkonsentrasikan dari pada trend atau mungkin kombinasi dari trend dan siklus bisnis jangka panjang.

Ukuran kecocokan tertentudan hal-hal berikut perlu diperhatikan. Pertama ME (nilai tengah kesalahan) bukan merupakan ukuran yang sangat bermanfaat karena kesalahan positif dan negatif saling meniadakan, dimana mempuyai ME yang terendah tetapi jelas bukan merupakan modal terbaik dalam suatu data. Kedua MAE (nilai tengah kesalahan absolute) merupakan ukuran yang lebih bermanfaat dibandingkan nalai ME, ketiga MAPE diperoleh bilamana nilai optimum untuk parameter ditentukan, dengan demikian, nilai parameter yang mengoptimalkan MAPE tidak selalu optomalkan (meminimumkan) MSE. Keempat SDE (deviasi standar kesalahan) bermanfaat tetapi tidak menghasilkan informasi yang sama. Kelima MSE (nilai tengah kesalahan kuadrat) merupakan indikator yangb berguna, tetapi memberikan informasi absolute sebagai kebalikan dari informasi relative dalam MAPE.

2.5. Aspek Umum dari Metode Pemulusan

Kelebihan utama dari penggunaan metode pemulusan yang luas adalah kemudahan dan biaya yang rendah. Ada sedikit keraguan apakah ketetapan yang lebih baik selalu dapat dicapai dengan menggunakan metode auto regresi / pola rata-rata bergerak yang lebih canggih. Namun demikian, jika diperlukan ramalan untuk ribuan item, sepertidalam banyak kasus system persedian (inventori), maka metode pemulusan seringkali merupakan satu-satunya metode yang dapat dipakai.

Dalam hal keperluan peramalan yang besar, maka suatu yang kecil dan mantap itu lebih berarti. Sebagai contoh, menyimpan empat nilai sebagai ganti dari tiga nilai untuk setiap item dapat menjadi sangat berarti bagi keseluruhan item sebulan. Disamping itu, waktu komputer yang diperlukan untuk melakukan perhitungan

yang penting harus disediakan pada tingkat yang layak, dan alas an ini metode pemulusan eksponensial lebih disukai dari pada metode rata-rata bergerak dan metode dengan jumlah parameter yang sedikit lebih disukai dari pada yang lebih banyak.

2.6. Verifikasi dan Pengendalian Peramalan

Langkah penting setelah peramalan dibuat adalah melakukan verifikais peramalan sedemikian rupa sehingga hasil peramalan tersebut benar-bear mencermintkan data masa lalu dan sistem sebab akibat yangmendasari permintaan tersebut. Sepanjang aktulaitas peramalan tersebut dapat dipercaya, hasil peramalan akan terus digunakan. Jika selama proses verifikasi tersebut ditemukan keraguann validitas metode peramalan uang digunakan, maka harus dicari metode lainnya yanglebih cocok, Validitas tersebut harus ditentukan dengan uji statistic yang sesuai.

Setelah peramalan dibuat, selalu timbul keraguan mengenai kappa nkita harus membuat suatu metode peramalan baru. Peramalan harus selalu dibandingkan dengan permintaan actual secara teratur. Pada suat saat harus diambil tindakan revisi peramalan apabila ditemukan bukti adanya perubahan pola permintaan yang meyakinkan. Selain itu penyebab perubahan pola permintaan harus diketahui. Penyesuaian metode peramalan dilakukan segera setelah perubahan permintaan diketahui.

Banyak alat yang dapat digunakan untuk memverifikasi peramalan dan mendeteksi perubahan sistem sebab akibat yang melatar belakangi perubahan pola permintaan. Bentuk yang paling sederhana adalah peta control peramalan yang mirip dengan peta control kualitas. Peta control ini dapat dibuat dengan dalam kondisi data yang tersedia minim.

2.6.1. Peta Moving Range

Peta moving range dirancang untuk membandingkan nilai permintaan actual dengan nilai peramalan. Dengan katalain, kita melihat data permintaan katual dan membandingkannya dengan nilai peramalan pada periode yang sama. Peta tersebut

akan dikembangkan sampai periode yangakan datang,sehingga kita dapat membandingkan data peramalan dengan ermintaan actual. Selama periode dasar (periode pada saat menghitung peramalan), peta *moving range* digunakan untuk melakukan verifikasi teknik dan parameter peramalan. Setelah metode peramalan ditentukan, maka peta *moving average* digunakan untuk menguji kestabilan sistem sebab akibat yang mempengaruhi permitaan. *Moving Range* dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$MR = \left| \left(\hat{Y}_t - Y_t \right) - \left(\hat{Y}_{t-1} - Y_{t-1} \right) \right|$$

Adapun rata-rata Moving Range didefinisikan sebagai berikut :

$$\overline{MR} = \sum \frac{MR}{n-1}$$

Garis tengah peta Moving Range adalah pada titik nol. Batas kontrol atas dan batas control bawah pada peta Moving Range adalah :

$$BKA = +2{,}66\overline{MR}$$

$$BKB = -2{,}66\overline{MR}$$

Sementara itu, variabel yang akan diplotkan ke dalam pete *Moving Range* :

$$\Delta Yt = \hat{Y}_t - Y$$

Kebutuhan jumlah data bila kita ingin membuatpeta Moving Range sekurang-kurangnya adalah 10. Batas ini ditetapkan sedemikian hingga diharapkan hanya akan ada tiga dari titik 1000 titik yang berada diluar batas kendali (jika sistem sebab akibat yangmelatar belakangi tetap sama). Jika ditemukan satu titik yang berada diluar batas kendali pada saat peramalan diverifikasi, maka kita harus mementukan apakah data tersebut harus diabaikan atau membuat peramalan yang baru. Jika diselidiki penyebabnya. Penemuan itu mungkin saja, membutuhkan penyelidikan yang eksentrik.

Jika semua titik berada didalam batas kendali,diasumsikan peramalan yang dihasilkan telah cukup baik. Jika terdapat titik yang berada diluar batas kendali, maka jelas dapat kita katakana bahwa peramalan yang digunakan kurang baik dan haru sdirevisi. Peta kendali dapat digunakan untuk mengetahui apakah terjadi perubahan dalam sistem sebab akibat yan gmelatar belakangi permintaan sehingga

dapat ditentukan persamaan peramalan yang baru yang lebih cocok atas sistem sebab akibat yang terjadi pada saat ini.

2.7. Programa Linier

2.7.1. Pengertian Umum

Programa linier yang diterjemahkan dari Linier Programming (LP) adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dilakukan. Persoalan pengalokaisan ini akan muncul manakala seseorang harus memilih tingkat aktivitas-aktivitas tertentu yang bersaing dalam hal penggunaan sumber daya langka yang dibutuhkan untuk mrlaksanakan aktivitas-aktivitas tersebut. Beberapa contoh situasi dari uraian di atas antara lain ialah persoalan pengalokasian fasilitas produksi, persoalan pengalokasian sumber daya nasional untuk kebutuhan domestic, penjadwalan produksi, solusi permainan (game), dan pemilihan pola pengiriman (shipping). Satu hal yang menjadi ciri situasi di atas ialah adanya keharusan untuk mengalokasikan sumber terhadap aktivitas.

Programa Linier ini menggunakan model matematis untuk menjelaskan persolaan yang dihadapinya. Sifat "*linier*" di sini memberikan arti bahwa seluruh fungsi matematis dalam model ini merupakan fungsi yang linier, sedangkan kata "*programa*" merupakan sinonim untuk perencanaan. Dengan demikian, programa linier (LP) adalah perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil yang optimum, yaitu suatu hasil yang mencapai tujuan terbaik di antara seluruh alternative yang fisibel.

Sebagai ilustrasi, perhatikan contoh soal berikut ini :

Contoh 1.

PT Sayang Anak memproduksi dua jenis mainan yang terbuat dari kayu, yang berupa boneka dan kereta api. Boneka dijual dengan harga Rp 27.000/lusin yang setiap lusinnya memerlukan biaya material sebesar Rp 10.000 serta biaya tenaga kerja sebesar Rp 14.000. Kereta api yang dijual seharga Rp 21.000/lusin memerlukan biaya material sebesar Rp 10.000. Untuk membuat bobeka dan kereta api ini diperlukan dua kelompok tenaga kerja, yaitu tukang kayu dan tukang poles. Setiap lusin boneka memerlukan 2 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan

kayu, sedangkan setiap lusin kereta api memerlukan 1 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu. Meskipun pada setiap minggunya perusahaan ini dapat memenuhi seluruh material yang diperlukan, jam kerja yang tersedia hanya 100 jam untuk pemolesan dan 80 jam untuk pekerjaan kayu. Dari pengamatan pasar selama ini dapat dikatakan bahwa kebutuhan kana kereta api tidak terbatas, tetapi untuk boneka tidak lebih dari 40 lusin yang terjual setiap minggunya. Bagaimanakah formulais dari persoalan di atas untuk berapa lusin jenis mainan masing-masing yang harus dibuat setiap minggu agar diperoleh keuntungan yang maksimum ?

Dalam membangun model dari formulasi persoalan di atas akan digunakan karakteristik-karakteristik yang biasa digunakan dalam programa linier, yaitu :

a. Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang kaan dibuat. Dalam persoalan ini, variabel keputusan akan menentukan berapa banyak boneka dan kereta api masing-masing harus dibuat setiap minggunya.

Misalnya :

x1 =banyaknya boneka yang dibuat setiap minggu

x2=banyaknya kereta api yang harus dibuat setiap minggu

b. Fungsi Tujuan

Fungsu tujuan merupakan fungsi dari variabel keputusan yang akan dimaksimumkan (untuk pendapatan atau keuntungan) atau diminimumkan (untuk ongkos). Pada persoalan ini akan dimaksimumkan (pendapatan/minggu) – (ongkos material/minggu) – (ongkos tenaga kerja/minggu).

Pendapatandan ongkos-ongkos ini dapat diekspresikan dengan menggunakan variabel keputusan x1 dan x2 sebagai berikut :

Pendapatan/minggu = pendapatan/minggu dari boneka + pendapatan/minggu dari kereta api

$= 27 x1 + 21x2$

Ongkos material/minggu = $10 x1 + 9 x2$

Ongkos tenaga kerja/minggu = $14 x1 + 10 x2$

Sehingga yang akan dimaksimumkan adalah :

$(27 x1 + 21x2)-(10 x1 + 9 x2)-(14 x1 + 10 x2) = 3x1 + 2x2$

Catatan : ongkos pendapatan dalam ribuan rupiah.

Untuk menyatakan nilai fungsi tujuan ini akan digunakan variabel z sehingga fungsi tujuannya menjadi :

Maksimumkan $z = 3x1 + 2x2$

c. Pembatas

Pembatas merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak bisa menentukan harga-harga variabel keputusan secara sembarang. Padapersoalan di atas ada 2 pembatas yang kita hadapi, yaitu :

Pembatas 1 : Setiap minggu tidak lebih dari 100 jam waktu pemolesan yang dapat digunakan

Pembatas 2 : Setiap minggu tidak lebih dari 80 jam waktu pengerjaan kayu yang dapat digunakan

Pembatas 3 : Karena permintaan yang terbatas, maka tidak lebih dari 40 lusin boneka yang dapat dibuat setiap minggu. Jumlah material yang dapat digunakan diasumsikan tidak terbatas sehingga tidak ada pembatas untuk hal ini.

Selanjutnya, ekspresikan pembatas-pembatas itu ke dalam x1 dan x2 sebagai berikut :

Pembatas 1 : $2x1 + x2 \leq 100$

Pembatas 2 : $x1 + x2 \leq 80$

Pembatas 3 : $x1 \leq 40$

Koefisien dari variabel keputusan pada pembatas disebut *koefisien teknologis*, sedangkan bilangan yang ada di sisi kanan setiap pembatas disebut *ruas kanan pembatas*.

d. Pembatas tanda

Pembatas tanda adalah pembatas yang menjelaskan apakah variabel keputusannya diasumsikan hanya berharga nonnegatif atau variabel keputusan tersebut boleh berharga positif, boleh juga negatif (tidak terbatas dalam tanda). Pada contoh soal di atas kedua variabel keputusan harus berharga nonnegatif sehingga harus dinyatakan bahwa :

$x1 \geq 0$

$x2 \geq 0$

Dengan demikian, formulasi lengkap dari persoalan PT Sayang Anak adalah :

Maksimumkan $z = 3x1 + 2x2$

Berdasarkan :

$$2x1 + x2 \leq 100$$
$$x1 + x2 \leq 80$$
$$x1 \leq 40$$
$$x1 \geq 0$$
$$x1 \geq 0$$

Contoh2 :

PT Indah Gelas adalah suatu perusahaan yang memproduksi kaca berkualitas tinggi untuk digunakan sebagai jendela dan pintu kaca. Perusahaan ini memiliki tiga buah pabrik, yaitu pabrik 1 yang membuat bingkai aluminium, pabrik 2 yang membuat bingkai kayu, dan pabrik 3 yang digunakan untuk memproduksi kaca dan merakit produk keseluruhan. Saat ini perusahaan mendapat pesanan berupa dua macam produk baru yang potensial, yaitu pintu kaca setinggi 8 kaki dengan bingkai aluminium (produk 1), dan jendela berukuran 4 x 6 kaki dengan bingkai kayu (proudk 2). Karena perusahaan sedang mengalami penurunan pendapatan sebagai akibat dari resesi dunia, maka pimpinan perusahaan merasa perlu untuk memperbaiki/mengubah lintasan produksinya dengan cara menghentikan pembuatan beberapa produk yangridak menguntungkan sehingga kapasitas produksi dapat digunakan untuk membuat salah satu atau kedua produk baru yang potensial tersebut. Kepala bagian pemasaran telah menyimpulkan bahwa perusahaan harus dapat menjual kedua produk itu sebanyak-banyaknya, yaitu sejumlah yang dapat dibuat dengan kapasitas yang ada. Akan tetapi, karena kedua produk itu akan bersaing untuk menggunakan kepasitas produksi yang sama di pabrik 3, maka persoalnnya ialah : Berapa banyakkah masing-masing produk harus dibuat sehingga diperoleh keuntungan yang terbaik ?

Untuk menyelesaikan persoalan di atas, terlih dahulu harus dicari data mengenai :

1. Perentase kapasitas produksi masing-masing pabrik yang dapat digunakan untuk kedua macam produk tersebut
2. Persentase kapasitas yang diperlukan oleh masing-masing produk untuk setiap unit yang diproduksi per menit.
3. Keuntungan per unit untuk masing-masing produk

Informasi mengenai ketiga hal di atas diberikan pada Tabel 1 berikut ini :

Produk / Pabrik	Kapasitas yangdigunakan per unit ukuran produksi		Kapasitas yang dapat digunakan
	1	**2**	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Keuntungan per unit	$3	$5	

Tabel 2.1 Data untuk PT Indah Gelas

Karena kapasitas yang telah digunakan oleh suatu produk di pabrik 3 menyebabkan produk lain tidak dapat menggunakannya, maka persoalan di atas dikenal sebagai persoalan programalinier dengan tipe "campuran produk" atau *product mix.*

Untuk memformulasikan model matematis dari persoalan ini, kita tentukan x1 dan x2 sebagai julah unit dari produk 1 dan produk 2 yang diproduksi per menit, dan kita tentukan pula z sebagai keuntungan yang diperoleh per menit. Dengan demikian, maka x1 dan x2 menjadi variabel-variabel keputusan dari model ini, dan tujuannnya adalah memilih harga-harga x1 dan x2 sehingga diperoleh nilai maksimum dari :

$$z = 3x1 + 5x2$$

berdasarkan pembatas yang ada, yaitu kapasitas pabrik yang dapat digunakan.

Tabel 1 di atas memberikan implikasi bahwa setiap unit produk 1 yang diproduksi per menit akan menggunakan 1 persen dari kapasitas produk 1, padahal kapasitas yang dapat digunakan hanya 4 persen. Pembatas ini dinyatakan secara matematis dengan ketidaksamaan $x1 \leq 4$. Dengan cara yang sama, pabrik 2 memiliki pembatas$2x2 \leq 12$. Persentase kapasitas pabrik 3 digunakan dengna cara memilih x1 dan x2 sebagai produk-produk baru tersebut sehingga ukuran produksinya adalah $3x1 + 2x2$. Karena itu, secara matematis pembatas dari pabrik 3 ini adalah $3x1 + 2x2 \leq 18$. Karena ukuran produksi ini tidak mungkin berharga negative, maka variabel-variabel keputusan ini harus dibatasi sehingga berharga nonnegative dengan $x1 \geq 0$ dan $x2 \geq 0$.

Sehingga kesimpulan, persoalan di atas dapat dinyatakan secara matematis sebagai berikut :

Maksimumkan $z = 3x1 + 5x2$

Berdasarkan pembataas

$$X1 \leq 4$$

$$2x2 \leq 12$$

$$3x1 + 2x2 \leq 18$$

Dan

$$X1 \geq 0, x2 \geq 0$$

Dari ilustrasi di atas dapat ditarik kesimpulan mengenai pengertian persoalan programa linier sebagai berikut ini :

1. Kita berusaha memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi linier dari variabel-variabel keputusan yang disebutfungsi tujuan.
2. Harga/besaran dari variabel-variabel keputusan itu harus memenuhi suatu set pembatas. Setiap pembatas harus merupakan persamaan linier atau ketidaksamaan linier.
3. Suatu pembatas tanda dikaitkan dengan setiap variabel. Untuk setiap variabel xi, pembatas tanda akan manunjukan apakah xi harus nonnegative (xi $\geq$ 0) atau xi tidak terbatas dalam tanda.

2.7.2. Model Umum Progam Linier

Secara umum model Program Linier dapat digambarkan sebagai berikut :

Maksimum atau minimum sebagai fungsi tujuan :

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + ... + C_nX_n$$

Dengan memperhatikan fungsi pembatas :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mm}x_m (\leq, =, \geq) b_m$$

dimana :

$$x_1, x_2, ..., x_n \geq 0$$
$$i = 1, 2, ..., m$$
$$j = 1,2,..., n$$

Masalah model programa linier di atas dapat dinyatakan dalam bentuk yang lebih sederhana dengan menggunakan notasi matriks. Sehingga model program linier dapat dinyatakan sebagai berikut :

Maksimum atau minimum sebagai fungsi tujuan :

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \quad \text{……..1}$$

Dengan memperhatikan kendala :

$$\sum_{j=i}^{n} a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) \quad \text{……2}$$

$xi \geq 0$ ……3

Untuk : I =1, 2, … , m dan j = 1, 2, …, n

Karena c_j, c_{ij} dan b_i konstanta yang nilainya ditentukan oleh tekbologi peermasalahan yang ada. Koefisien cj = (c_1, c_2,…., c_n) dapat digambarkan sebagai suatu vector baris $\bar{c}$; dimana semua variabel ruas kanan serta koefisien pembatas dapat digambarkan sebagai berikut :

Variabel Keputusan : $\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$

Ruas Kanan : $\bar{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ b_n \end{bmatrix}$ dan

Koefisien Pembatas : $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix}$

Maka secara matriks, persoalan di atas dapat ditulis sebagai berikut :

Maksimum atau minimum : $Z = \bar{c}\, x$

Dengan memperhatikan : $A\bar{x} = \bar{b}$

$$a \geq 0$$

dimana :

Z = Pengukuran keefektifan keseluruhan yang merupakan keuntungan atau sebagai fungsi tujuan

xj = Variabel Keputusan

cj = Konstanta

aij = Besarnya sumber I yang dipergunakan oleh setiap kesatuan j atau variabel j

bi = Besarnya sumber I yang dipergunakan oleh n kegiatan atau n varibael

m = Jumlah Persamaan atau fungsi pembatas

n = Jumlah kegiatan atau aktivitas

Harga-harga xj yang memenuhi persamaan 3 disebut sebagai jawaban (solution), bila memenui persamaan 2 dinamakan jawaban fisibel (*feasibel solution*). Jika jawaban ini memenuhi kondisi optimal yang diisyaratkan persamaan 1 maka jawaban fisibel itu disebut sebagai jawaban fisibel yang optimal (*optimal feasibel solution*).

2.7.3. Asumsi-asumsi dari Program Linier

Untuk menunjukan masalah optimasi sebagai programa linier, diperlukan beberapa asumsi yang terkandung dalam formulasi peogram alinier. Asumsi-asumsi tersebut adalah sebagai berikut :

1. Proorsionalitas

Varibel keputusan xj, konstribusinya terhadap biaya atau keuntungan adalah cjxj, sedangkan kontribusinya terhadap pembatas ke-I daalah aijxj. Hal ini berarti bahwa bia xj berlipat ganda, maka konstribusinya tehadap setiap pembatas dan terhadap ongkos juga berlipat ganda.

2. Additivitas

Asumsi ini menjamin bahwa total ongkos atau keuntungan adalah jumlah dari ongkoss-ongkos atau keuntungan individu, dan total kontribusinya terhadap pembatas ke-1 adalah jumlah konstribusi individu dari kegiatan indovidu.

3. Divisibilitas

Asumsi ini menjanjikan bahwa keputusan dapat dibagi ke dalam pecahan, sehingga dapat diperoleh nilai-nilai non integer.

4. Deterministik

Asumsi ini menjamin bahwa seluruh parameter modelnya (yaitu harga aij, bi dan cj) adalah konstanta-konstanta yang diketahui. Dalam kenyataannya asumsi ini jarang dapat dipenuhi secara tepat. Akan tetapi karena model-model, program linier ini sering diformulasikan dengan maksud untuk memilih beberapa tindakan keputusan, maka parameter-parameter yang digunakan ini harus didasarkan atas suatu prediksi (perkiraan) terhadap kondisi dan situasi yang akan datang.

2.7.4. Bentuk dari Programa Linier

Untuk menyelesaikan suatu masalah program linier, maka persoalan perlu digambarkan dalam bentuk tertentu.

Berikut ini akan diuraikan dalam bentuk yaitu :

1. Bentuk Kanonik

Karakteristik dari bentuk ini adalah sebagai berikut :

a. Semua variabel keputusan tidak negative
b. Semua kendala berjenis ($\leq$)
c. Fungsi tujuan benbentuk maksimasi

Atau gambaran matematisnya adalah :

Maksimasi $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

Dengan memperhatikan kendala :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq bi$$

$$x_j \geq 0$$

Dimana I = 1, 2, 3, …., m dan j = 1, 2, 3, …., n

Karena ada beberapa bentuk persoalan programa linier yang akan dihadapi, maka caranya ialah dengan memodifikasi bentuk-bentuk tersebut ke dalam bentuk standar kanonik dengan transformasi elementer. Bentuk kanonik ini akan diperlukan pada persoalan dualitas.

2. Bentuk Standar

Karakteristik dari bentuk standar adalah :

a. Semua pembatas berupa persamaan (=)
b. Elemen ruas kanan tiap pembatas adalah non negatif
c. Semua variabel non negative
d. Fungsi pembatas berjenis maksimasi atau minimasi

Bentuk matematisnya adalah sebagai berikut :

Maksimasi atau minimasi : $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

- Bila berbentuk ketidaksamaan ($\leq$), maka :

Dengan memperhatikan : $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq bi$

Dinyatakan seagai $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + Si = bi$

$x_j \geq 0$ untuk i = 1, 2, 3, …, m

j = 1, 2, 3, …, n

dimana Si adalah slack variabel dan $Si \geq 0$

- Bila berbentuk ketidaksamaan ($\geq$), maka :

Dengan memperhatikan : $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \geq bi$

Dinyatakan seagai $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Si = bi$

$x_j \geq 0$ untuk i = 1, 2, 3, …, m

j = 1, 2, 3, …, n

dimana Si adalah slack variabel dan $Si \geq 0$

2.7.5. Teknik Pemecahan Model Programa Linier

Pada dasarnya, metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model programa linier ditujukan untuk mencari solusi dari beberapa alternatif solusi yang dibentuk oleh persamaan –persamaan pembatas sehingga diperoleh nilai fungsi tujuan yang optimum.

Ada dua cara yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan programa linier yang akan diselesaikan itu hanya mmepunyai dua buah variabel. Walaupun demikian, cara ini telah memberikan satu petunjuk bahwa untuk memecahkan persoalan-persoalan programa linier, kita hanya perlu memperhatikan titik ekstrem (titik terjauh) pada ruang solusi atau daerah fisibel. Petunjuk ini telah menjadi kunci dalam mengembangkan motode simpleks.

Metoda simpleks merupakan teknik yang paling berhasil dikembangkan untuk memecahkan persoalan program linier yang mempunyai lebih dari dua variabel keputusan dan pembatas. Algoritma simpleks ini diterangkan dengan menggunakan logika secara aljabar matriks, sedemikian sehingga operasi perhitungan dapat diuat lebih efesien.

2.7.5.1 Motode Simpleks

Metoda simpleks merupakan prosedur aljabar yang bersifat iterative, yang bergerak selangkah demi selangkah, dimulai dari suatu titik ekstrem (*basic feasible solution*) pada daerah fisibel (ruang solusi) menuju titik ekstrem yang optimum.

Untuk dapat lebih memahami uraian selanjutnya, berikut ini dberikan pengertian dari beberapa terminology dasar yang banyak digunakan dalam membicarakan metode simpleks. Untuk itu, perhatikan kembali model programa linier berikut ini:

Maks, atau min : $z = c1\ x1 + c2\ x2 + \ldots + cn\ xn$

Berdasarkan :

$a11\ x1 + a12\ x2 + \ldots + a1n\ xn = b1$

$a21\ x1 + a22\ x2 + \ldots + a2n\ xn = b2$

.

.

.

$am1\ x1 + am2\ x2 + \ldots + amn\ xn = bm$

$x1 \geq 0$ (I = 1, 2, …, n)

Jika kita definisikan :

$$A = \begin{bmatrix} a11\, a12 \ldots a1n \\ a21\, a22 \ldots a2n \\ . \\ . \\ . \\ am1\, am2 \ldots amn \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ . \\ . \\ . \\ xn \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ . \\ . \\ . \\ bm \end{bmatrix}$$

Maka pembatas dari model tersebut dapat dituliskan ke daam bentuk system persamaan AX = b.

Perhatikan sutau system AX = b darim persamaan linier dalam n variabel (n > m).

Definisi :

Solusi basis

Solusi basis untuk AX = b adalah soluis di mana terdapat sebanyak-banyaknya m variabel berharga bukan nol.

Untuk mendapatkan solusi basis dari AX = b, maka sebanyak (n – m) variabel harus dinolkan. Variabel-variabel yang dinolkan ini disebut *variabel nonbasis* (NBV). Selanjutnya, dapat memenuhi AX = b, yang disebut variabel basis (BV).

Solusi basis fisibel

Jika seluruh variabel pada suatu solusi basis berharga nonnegaif, maka solusi itu disebut *solusi basis fisibel* (BFS).

Solusi fisibel titik ekstrem

Yang dimaksud dengan solusi fisibel titi ekstrem atau titik sudut ialah solusi fisibel yang tidak terletak pada suatu segmen garis yang mengubungkan dua solusi fisibel lainnya. Jadi, titik-titk (0,0), (0,6), (2,6), (4,3) dan (4,0) adalah solusi-solusi fisibel titik sudut atau titik-titik ekstrem pada persoalan PT. Idah Gelas. Apabila

ada sejumlah n (n < 3) buah variabel keputusan, maka definisi d atas tidak cocok lagi untuk mengidentifikasi solusi fisibel titik sudut (titik ekstrem) sehingga pembuktiannya harus dengan cara aljabar.

Ada tiga sifat pokok titik ekstrem ini, yaitu :

Sifat 1.a : Jika hanya ada satu solusi optimum, maka pasti ada titikeketrem.

Sifat 1.b : Jika solusi optimumnya banyak, maka paling sedikit ada dua titik ekstrem yang berdekatan. (Dua buah titik ekstrem dikatakan berdekatan jika segemen garis yang menghubungkan keduanya itu terletak pada sudut dari batas daerah fisibel)

Sifat 2 : Hanya ada sejumlah terbatas titik ekstrem pada setiao persoalan.

Sifat 3 : Jika suatu titik ekstrem memberikan harga z yang lebih baik dari yang lainnya, maka pasti solusi itu merupakan solusi optimum.

Sifat 3 ini menjadi dasar dari metode simpleks yang prosedurnya meliputi 3 l;angkah sebagai berikut :

1. Langkah inisialisasi : mulai dari suat titik ekstrem (0,0).
2. Langkah iterative : bergerak menuju titi ektrem berdekatan yang lebi hbaik. Langkah ini diulangi sebanyak diperlukan.
3. Aturan penghentian : memberhentikan langkah ke-2 apabila teah sampai pada titik aketrem yang terbaik (titik optimum).

Sebagai ilustrasi,kita lihat kembali persoalan PT Indah Glas.

Algoritma simpleks dimulai dari titik A (0,0) yang biasa disebut sebagai *solusi awal* (starting solution). Kemudian bergerak ke titik sudut yan berdekatan, bisa ke B atau ke E. Dalam hal ini, pemilihan (B dan E) akan bergantung pada koefisienfungsi tujuan. Karena koefisien x2 lebih besar dari pada x1, dan fungsi tujuannya maksimasi, maka solusi akan bergerak searah dengan peningkatan x2 hingga mencapai titik ekstrem E. Pada titik B proses yang sama diulangi untuk menguji apakah masih ada titik ekstrem lain yang dapat memperbaiki nilai fungsi tujuan. Karena titik ekstrem D (2,6) memberikan nilai fungsi tujuan yang lebih baik dari pada titik E (0,6) dan titik C (4,3), maka iterasi berhenti, dengan titik D (2,6) sebagai titik optimim.

Dengan demikian, ad dua aturan yang berlaku dalam memilih titik ekstrem yang berikut setelah mencapai suatu titik ekstrem tertentu, yaitu :

1. Titik ekstrem yang berikutnya ini harus merupakan titik ekstrem yang berdekatan dengan titik ekstrem yang sudah dicapai. Sebagai contoh, dari titik A tidak bisa bergerak langsung ke titik D atua C karena mereka tidak berdekatan.
2. Solusi ini tidak akan pernah kembali ke titik ekstrem yang telah dicapai sebelumnya. Mislnya dari E tidak akan kembali lagi ke A.

Sebagai ringkasan dari ide metode simpleks ini ialah bahwa metode ini selalu dimulai pada sudut fisibel yang berdekatan, menguji masing-masing titik mengenai optimalitasnya sebelum bergerak pada titik lainnya. Pada persoalan PT Indah Gelas diperlukan 3 iterasi untuk mencapai solusi optimum, yaitu A, E, dan D.

Untuk mengekspresikan ideini dalamkonteks metode simpleks, diperlukan korespondensi antara metode grafis dan metode simpleks mengenai ruang solusi dan titik-titik sudut (titik-titik ekstrem) sebagai berikut :

Tabel 2.2. Korespondensi metode grafis dengan metode simpleks

Definisi geometris (metode grafis)	Definisi aljabar (metode simpleks)
Ruang solusi	Pembatas-pembatas dalam bentuk standar
Titik-titk sudut/ekstrem	Solusi-solusi basis dari bentuk standar

Ada dua kondisi yang digunakan pada metoda simpleks untuk mendapatkan solusi yang optimal, yaitu :

1. Kondisi optimalitas, yang menyatakan bahwa solusi yang dioptimalkan adalah solusi terbaik
2. Kodisi feasibilitas, yang menyatakan bahwa yang dioptimalkan adalah solusi fisibel dasar.

Dalam metode simpelks, perhitungan dilakukan menurut aturan tertentu (iterasi), maka diperlukan tabel-tabel yang sesuai dengan urutan dalam jumlah yang cukup. Adapun bentuk dari tabel simpleks secara umum dapat dilihat pada tabel berikut ini :

Tabel 2.3 Bentuk Tabel Simpleks

Basis	Z	X1	X2	…	Xn	S1	S2	…	Sn	bi

Z	1	-C1	-C2	…	Cn	0	0	…	0	0
S1	0	a11	a12	…	a1n	1	0	…	0	b1
S2	0	a21	a22	…	a2n	0	1	…	0	b2
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Sn		a1	a2		amn	0	0		1	bm

Dalam metode simpleks, persoalan dengan fungsi pembatas ≤ diselesaikan dengan cara simpleks biasa, sedangkan persoalan dengan fungsi pembatas bertanda ≥ atau = diselesaikan dengan cara Big M.

Dalam cara simpleks biasa, ditambahkan variabel sack, sedangkan dalam Big M, selain ditambahkan variabel slack, juga ditambahkan variabel artificial.

Adapun secara umum langkah-langkah perhitungan yang harus dilakukan pada algoritma simpleks adalah sebagai berikut :

1. Memformulasikan masalah
    a. Membuat fungus tujuan dan fungsi pembatas dan menysunnya dalam bentuk model matematis.
    b. Membuat bentuk standar, yaitu merubah fungsi pembatas yang berbentuk ketidaksamaan menjadi kesamaan dengan menambahkan variabel slack dan atau variabel artificial, serta memodifikasi fungsi tujuan dengan memasukan variabel slack dan atau variabel-variabel bersama-sama dengan koefisien yang sesuai.
2. Merancang program awal

Pada langkah ini, semua fungsi tujuan dimasukan ke dalam tabel, sedemikian rupa sehingga hanya variabel slack atau bersama variabel artificial yang termasuk ke dalam jawaban.

3. Tes untuk Optimalitas
    a. Hitung harga-harga Z pada setiap kolom
    b. Untuk persoalan maksimasi jawaban sudah optimal, jika semua harga tersebut sudah nol atau negatif. Sedangkan untuk persoalan minimasisebaliknya (nol atau negatif).
    c. Perbaikan Program

1) Menentukan koom kunci (*entering variabel*), dengan mengambil kolom yang mempunyai harga Z negatif terbesar (untuk persoalan maksimasi) atau positif terbesar (untuk persoalan minimasi).
2) Menentukan baris kunci (leaving variabel) yang diambil dari rasio positifterkecil. Rasio merupakan hasil pembagian antara bilangan-bilangan di bawah kolom bi dengan bilangan-bilangan pada kolom kunci. Bilangan yang terletak pada perpotongan antara kolom kunci dengan baris kunci disebut bilangan kunci.
3) Melakukan operasi baris elementer agar koefisien pada kolom kunci berharga 1 pada baris kunci dan berharga 0 pada baris lainnya. Kemudian masukan hasil-hasilnya dalam tabel yang baru sebagai perbaikan program.

4. Mancari Hasil Optimal

Ulangi langkah 3b dan 3c sampai mendapatkan hasil yang optimal menurut krieteris fungsi tujuan.

2.7.5.2. **Kasus-kasus Khusus dalam Penggunaan Metode Simpleks.**

Ada beberapa kasus khusus yang dapat terjadi dalam penggunaan metode simpleks, yaitu meliputi :

1. Degenerasi (*Degeneracy*)

Kasus ini terjadi apabila satu atau labih variabel basis berharga nol, sehingga iterasi yang dilakukan berulang menjadi suatu loop yang akan kembali pada bentuk sebelumnya, yang tidak memperbaiki nilai fungsi tujuan dan tidak menghentikan perhitungan kejadian ini disebut "*Cycling*" atau "*Circlling*".

2. Solusi optimal banyak (*Alternative Optimal*)

Kasus ini terjadi apabila fungsi tujuan parallel dengan fungsi pembatas, dimana paling sedikit salah satu dari variabel non basis (pada persamaan Z iterasi terakhir) mempunyai koefisien nol. Akibatnya walaupun variabel tersebut dinaikkan harganya (dijadikan variabel basis), dan menyebabkan berubahnya harga variabel basis tersebut, tetapi harga Z tetpa nilainya.

3. Solusi tak terbatas (*Unbounded Solution*)

Kasus ini terjadi apabila ruang solusi tidak terbatassehingga nilai fungsi tujuan dapat meningkat (dalam persoalan maksimasi) dan menurun (dalam persoalan minimasi) secara idak terbatas.

4. Tidak ada solusi fisibel (*Nonexisting Solution*)

Suatu persoalan disebut tidak memiliki solusi fisibel, apabila pembatas-pembatas yang ada pada persoalan tersebut tidak dapat terpenuhi secara simultan. Hal ini tidak tidak pernah terjadi apabila seluruh pembatas bertanda ≤ (konstanta-konstanta diassumsikan non negatif), karena variabel-variabel soacknya akan selalu memberikan solusi yang fisibel.