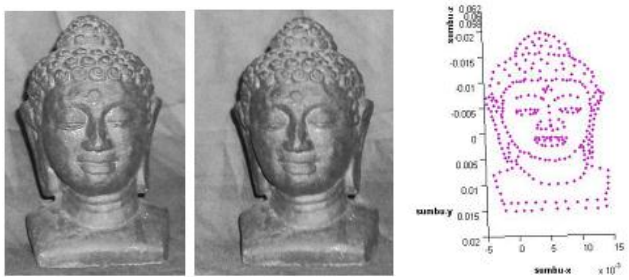
BAB 3
ANALISIS DAN PERANCANGAN

3.1 Analisis Masalah

Penelitian yang dilakukan oleh Rachmawati dkk. [6] menggunakan metode *direct linear transformation* (*DLT*) pada proses triangulasi untuk mendapatkan kembali titik 3D pada sistem koordinat dunia. Sebuah citra patung *kepala* direkonstruksi menjadi objek 3D seperti pada Gambar 3.1. *Error* reproyeksi mengakibatkan titik reproyeksi 3D yang tidak memenuhi batasan geometri epipolar (kurang tepat). Batasan epipolar tidak terpenuhi karena titik yang bersesuaian pada citra tidak sepenuhnya tepat karena umumnya disebabkan *noise* (*geometric error*).



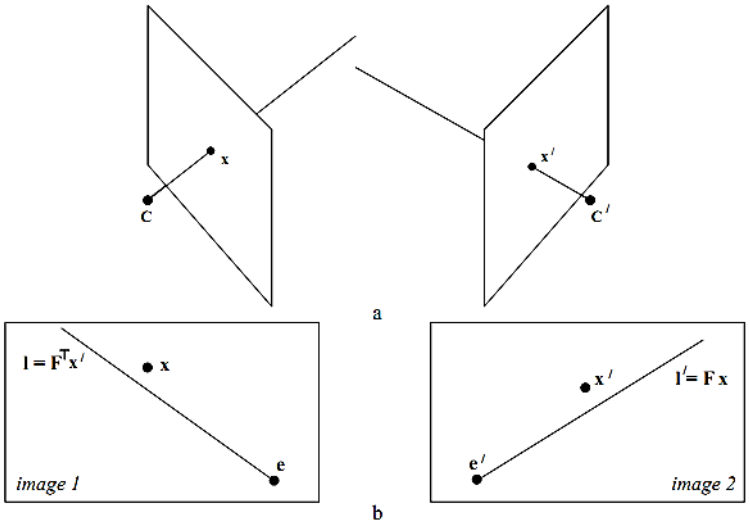
Gambar 3.1. Rekonstruksi patung Kepala [6]

Direct Linear Transformation (*DLT*) merupakan metode linear sederhana untuk memperkirakan perpotongan titik pada ruang 3D. Karena metode *DLT* linier, maka parameter masukan berupa titik citra yang bersesuaian, $x \leftrightarrow x'$, seharusnya sudah memenuhi hubungan geometri epipolar $x'^T Fx = 0$. Sehingga jika parameter masukan titik citra yang bersesuaian sudah memenuhi batasan tersebut, titik 3D dapat ditemukan dengan metode triangulasi apapun, karena sinar yang bersesuaian akan bertemu secara tepat atau berpotongan di udara. Oleh karena titik citra yang bersesuaian belum pasti memenuhi batasan epipolar maka secara umum metode *DLT* tidak menghasilkan perkiraan yang optimal.

Diketahui terdapat dua citra dan titik yang bersesuaian pada keduanya diketahui, $x \leftrightarrow x'$, dan matriks proyeksi kamera untuk dua citra diketahui, P, P'. Diasumsikan bahwa *error* hanya terdapat pada titik citra yang diukur

(bersesuaian), tidak di matriks proyeksi kamera P, P'. Pada kondisi tersebut, triangulasi sederhana dengan memproyeksikan kembali sinar dari titik citra yang diukur akan gagal, karena secara umum sinar tidak akan mengalami perpotongan. Sehingga dibutuhkan estimasi terbaik untuk solusi menghitung titik 3D.

Dikarenakan terdapat *error* pada titik citra yang diukur, $x \leftrightarrow x'$, sinar yang diproyeksikan kembali dari titik tersebut menjadi condong (*skew*). Ini berarti bahwa tidak akan ada titik X pada ruang 3D yang tepat memenuhi $x = PX$ dan $x' = P'X$, dan titik citra tersebut tidak memenuhi batasan epipolar $x'^T Fx = 0$. Pernyataan dan batasan tersebut terpenuhi jika dua sinar yang berasal dari pasangan titik, $x \leftrightarrow x'$, yang bersesuaian pada dua citra akan bertemu atau berpotongan di udara jika dan hanya jika titik-titik tersebut memenuhi batasan epipolar. Lihat Gambar 3.2.



Gambar 3.2. Perpotongan sinar gagal pada triangulasi

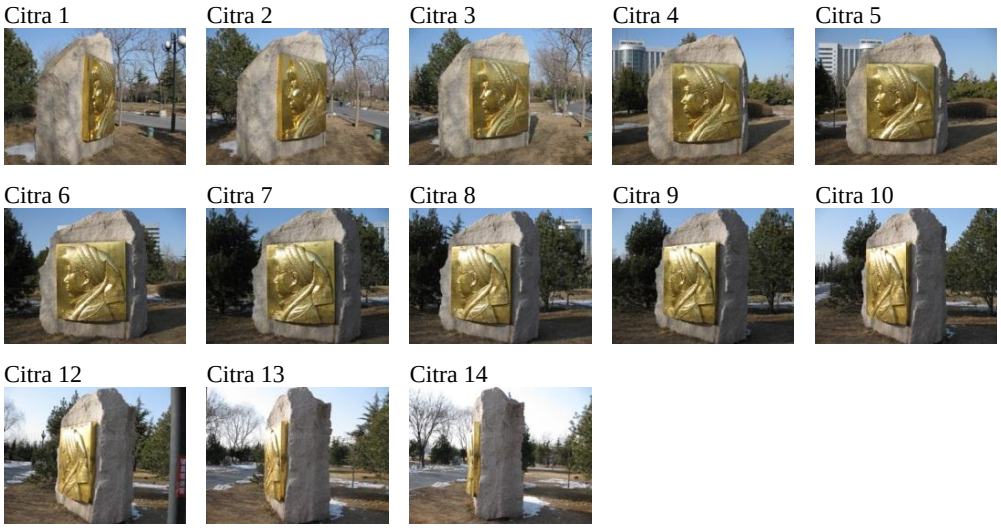
Pengamatan secara umum, yang menjadi masalah adalah titik-titik citra yang bersesuaian, $x \leftrightarrow x'$, yang tidak tepat disebabkan oleh *noise* sehingga tidak memenuhi batasan epipolar. Kenyataannya, titik citra yang bersesuaian yang benar (*valid*), $\bar{x} \leftrightarrow \bar{x}'$, seharusnya berada dekat dengan titik citra yang diukur, $x \leftrightarrow x'$, dan tepat memenuhi batasan epipolar $\bar{x}'^T F\bar{x} = 0$. Oleh karena itu, titik citra yang bersesuaian harus diperbaiki sebelum dilakukan triangulasi.

3.2 Analisis Data Masukan

3.2.1 Citra Masukan

Kondisi citra yang akan menjadi data masukan adalah kumpulan citra yang menggambarkan kondisi objek yang diambil dari berbagai sudut pandang pengambilan gambar secara berurutan dan teratur (misal dari kiri ke kanan atau sebaliknya). Tekstur objek pada citra juga berpengaruh terhadap fitur yang dapat dideteksi. Objek yang bertekstur akan memiliki lebih banyak fitur/titik untuk dideteksi dibanding permukaan objek yang tidak bertekstur. Selain itu, jarak foto antara citra satu dengan berikutnya (pergerakan kamera) tidak terlalu jauh. Hal ini dilakukan agar titik-titik penting pada setiap pasang citra dapat diperoleh lebih banyak.

Citra masukan merupakan citra patung *SculptFace* (Gambar 3.3) berjumlah 13 dengan resolusi 2816×2112 dan *Fountain* berjumlah 11 (Gambar 3.4) dengan resolusi 3072x2048, dan diambil menggunakan kamera digital dengan format *jpeg*.



Gambar 3.3. Sekuen citra *SculptFace*



Gambar 3.4. Sekuen citra *Fountain*

3.2.2 Parameter Internal Kamera

Proses rekonstruksi tiga dimensi dari citra dua dimensi memerlukan parameter internal kamera. Parameter internal kamera dibutuhkan agar rekonstruksi dapat dilakukan sampai transformasi kesamaan (*similarity transformation*). Parameter internal kamera terdiri dari *focal length* dan *principal point*. Pada penelitian kali ini digunakan dataset citra yang berasal dari kamera digital dengan parameter internal sebagai berikut untuk citra "*SculptFace*" (satuan piksel): *focal-length* 4630, *principal point x* dan *y* masing-masing 1400 dan 1050.

Berdasarkan persamaan (2.40), maka dibuat matriks kalibrasi K sebagai berikut:

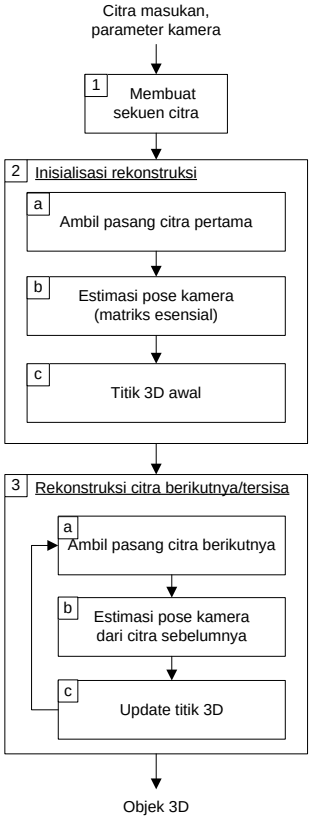
$$K = \begin{bmatrix} 4630 & 0 & 1400 \\ 0 & 4630 & 1050 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ untuk citra *SculptFace*.

Sedangkan untuk citra *Fountain* diperoleh sebagai berikut.

$$K = \begin{bmatrix} 2759.48 & 0 & 1520.69 \\ 0 & 2764.16 & 1006.81 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3 Analisis Proses Rekonstruksi 3D

Adapun tahapan penyelesaian masalah dapat dibagi menjadi tiga tahapan utama. Tahapan proses tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5. Alur proses rekonstruksi 3D

Secara umum, proses awal adalah menerima data masukan berupa kumpulan sekuen citra dan parameter internal kamera [9]. Parameter internal kamera (matriks kalibrasi kamera), K, adalah matriks berukuran $3x3$ yang sudah diketahui.

Inisialisasi rekonstruksi dilakukan terhadap sepasang citra pertama untuk mendapatkan titik 3D awal. Selanjutnya setiap citra akan diproses dan direkonstruksi secara berurutan berdasarkan daftar sekuen yang sudah ditentukan di awal. Daftar tersebut bisa dibuat secara berurutan maupun acak. Titik 3D yang baru akan memperbarui/menambah titik tiga dimensi yang ada. Proses ini berlanjut hingga semua citra direkonstruksi.

Berikut ini akan dilakukan analisis rekonstruksi terhadap citra *SculptFace* seperti pada Gambar 3.3. Adapun penjelasan tahapan proses pada alur rekonstruksi 3D dari citra 2D adalah sebagai berikut.

3.3.1 Membuat Sekuen Citra

Proses ini dilakukan secara manual. Daftar sekuen pasang citra dapat dibuat secara berurutan maupun acak. Pada kasus ini akan dibuat daftar sekuen pasang citra *Sculptface* secara berurutan seperti pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1. Daftar sekuen pasang citra *Sculptface*

No.	Pasang Citra
1	Citra1-Citra2
2	Citra2-Citra3
3	Citra3-Citra4
4	Citra4-Citra5
5	Citra5-Citra6
6	Citra6-Citra7
7	Citra7-Citra8
8	Citra8-Citra9
9	Citra9-Citra10
10	Citra10-Citra11
11	Citra11-Citra12
12	Citra12-Citra13

3.3.2 Inisialisasi Rekonstruksi

Inisialisasi rekonstruksi dilakukan untuk mendapatkan titik 3D awal. Titik-titik 3D yang diperoleh tersebut akan digunakan untuk merekonstruksi titik 3D yang lain dari citra berikutnya.

3.3.2.1 Ambil Pasang Citra Pertama

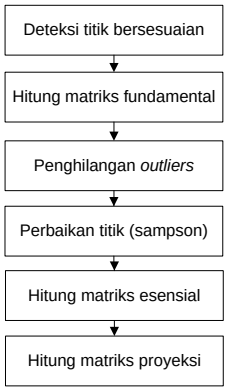
Titik 3D yang diperoleh menggunakan hubungan geometri epipolar membutuhkan sepasang citra. Pada tahapan inisialisasi rekonstruksi dua buah citra kesatu dan kedua dipilih seperti pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6. Inisialisasi rekonstruksi citra 1 dan 2

3.3.2.2 Estimasi Pose Kamera

Estimasi pose kamera dilakukan untuk mendapatkan matriks proyeksi kamera. Pertama titik-titik citra yang bersesuaian dicari, kemudian dilanjutkan dengan menghitung matriks fundamental dan matriks esensial. Matriks esensial didekomposisi untuk mendapatkan nilai rotasi dan translasi kamera. Dan akhirnya matriks proyeksi dihitung menggunakan nilai rotasi dan translasi kamera tersebut.



Gambar 3.7. Alur estimasi pose kamera pada inisialisasi rekonstruksi

3.3.2.2.1 Deteksi Titik Bersesuaian

Data masukan proses ini adalah dua buah citra C_i dan C_j. Pada citra pertama dilakukan deteksi titik-titik penting menggunakan algoritma *Minimum Eigenvalue* [11], setelah itu pada citra kedua dilakukan pencocokan menggunakan algoritma penelusuran titik *KLT* [12]. Keluaran dari proses ini adalah kumpulan pasangan titik citra yang bersesuaian, $x_i \leftrightarrow x_j'$, pada dua citra C_i dan C_j.

Adapun tahapan pendeteksian titik bersesuaian adalah sebagai berikut:

1. Mengubah citra asli C_i dan C_j menjadi *grayscale*

   Untuk memudahkan perhitungan, maka hanya potongan citra yang akan digambarkan pada analisis ini seperti pada Gambar 3.8.



Gambar 3.8 Citra asli dan *image patch*

Adapun nilai *rgb* setiap piksel pada *patch* dapat dilihat pada Gambar 3.9.

105 94 38	106 95 41	106 89 45	111 92 50	113 91 50	111 87 41	125 99 42	141 112 42	184 149 68	187 150 59	202 159 65
111 98 43	98 85 32	108 92 43	109 91 45	111 89 42	124 99 45	141 116 50	175 146 70	193 161 74	204 168 74	202 162 66
100 84 32	101 85 33	109 92 40	108 89 33	126 104 44	157 133 63	169 144 62	185 158 67	193 163 67	200 168 69	197 161 64
116 99 45	113 96 40	103 84 26	130 108 48	168 143 76	176 150 73	182 156 71	187 160 69	189 160 68	187 157 67	138 106 23
117 98 39	118 99 40	117 95 35	165 141 77	201 174 105	195 165 92	201 172 94	197 168 92	155 125 55	96 66 2	79 48 0
115 96 40	118 97 40	116 94 36	122 96 37	120 90 28	129 95 31	144 110 46	133 99 38	89 58 4	84 53 7	89 59 21
115 97 51	115 94 49	113 89 43	105 77 30	91 57 9	85 49 0	89 51 2	88 51 6	84 51 10	79 49 13	97 70 40
102 83 41	106 87 45	102 79 38	108 79 37	114 81 38	99 62 18	89 50 7	100 61 20	92 58 20	79 49 15	81 58 27
100 83 39	98 81 35	100 79 34	104 80 34	113 82 36	107 73 25	94 56 7	93 55 8	97 63 18	83 54 14	71 48 14
98 84 37	97 83 36	100 82 36	102 81 34	112 84 36	112 80 31	102 65 13	94 57 5	101 67 19	88 59 17	76 52 16
98 84 39	97 83 38	98 84 39	98 81 35	108 84 36	117 87 37	109 73 21	95 58 6	104 68 20	92 61 17	78 52 15

Gambar 3.9. Nilai *rgb* pada *image patch*

Citra *grayscale* dihitung dengan persamaan (2.2) $gray = 0.299R + 0.587G + 0.114B$ dan diterapkan keseluruh piksel pada citra *rgb*.

$C_i(1,1) = gray = 0299 * 105 + 0.587 * 94 + 0.114 * 38 = 91,$

$C_i(1,2) = gray = 0299 * 106 + 0.587 * 95 + 0.114 * 41 = 92,$

$C_i(1,3) = gray = 0299 * 106 + 0.587 * 89 + 0.114 * 45 = 89,$

dan seterusnya.

Adapun hasil konversi ke citra *grayscale* dan nilai intensitas setiap piksel dapat dilihat pada Gambar 3.10 dan Gambar 3.11.



Gambar 3.10. *Image grayscale*

91	92	89	93	93	89	100	113	150	151	161
96	83	91	91	90	100	116	146	161	168	163
83	84	91	88	104	132	142	156	161	166	161
98	95	83	108	143	149	154	158	158	156	106
97	98	95	141	174	166	172	168	126	68	52
95	97	94	97	92	98	113	102	61	57	64
97	95	91	80	62	54	57	57	56	54	75
84	88	81	83	86	68	57	68	64	54	61
83	81	80	82	86	78	62	61	68	58	51
83	82	82	82	87	84	70	62	72	63	55
83	82	83	81	86	90	78	63	73	65	56

Gambar 3.11. Intensitas *image grayscale*

2. Mendeteksi titik-titik penting pada citra pertama
   a. Menghitung turunan citra I_x, I_y

      I_x dan I_y dihitung dengan melakukan konvolusi pada citra menggunakan operator DOG 3x3 hx, hy dan $\sigma = 1$ menggunakan persamaan (2.8).

$$hx = \begin{bmatrix} 0.07511361 & 0 & -0.07511361 \\ 0.12384140 & 0 & -0.12384140 \\ 0.07511361 & 0 & -0.07511361 \end{bmatrix}$$

$$hy = \begin{bmatrix} 0.07511361 & 0.12384140 & 0.07511361 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.07511361 & -0.12384140 & -0.07511361 \end{bmatrix}$$

$$I_x(1,1) = hx * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 91 & 92 \\ 0 & 96 & 83 \end{bmatrix} = (0.07511361 \times 0) + (0 \times 0) +$$

$$(-0.07511361 \times 0) + (0.12384140 \times 0) + (0 \times 91) +$$

$$(-0.12384140 \times 92) + (0.07511361 \times 0) + (0 \times 96) +$$

$$(-0.07511361 \times 83) = -17.6278$$

$$I_y(1,1) = hy * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 91 & 92 \\ 0 & 96 & 83 \end{bmatrix} = -18.12320$$

      dan seterusnya untuk $I_x(1,1)$ sampai $I_x(w,h)$ dan $I_y(1,1)$ sampai $I_y(w,h)$, dengan *w* dan *h* adalah lebar dan tinggi citra. Citra turunan tersebut memiliki nilai intensitas berupa bilangan real, sehingga untuk dapat ditampilkan sebagai citra *grayscale* dalam rentang 0-255 maka dilakukan perhitungan sebagai berikut:

      $I_{x\,max}$: intensitas bilangan real terbesar pada citra turunan I_x.

      $I_{y\,max}$: intensitas bilangan real terbesar pada citra turunan I_y.

$I_{x\,min}$: intensitas bilangan real terkecil pada citra turunan I_x.

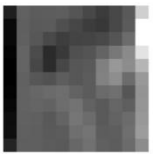
$I_{y\,min}$: intensitas bilangan real terkecilpada citra turunan I_y.

Dan diketahui $I_{x\,max} = 44.8945$, $I_{y\,max} = 30.9921$, $I_{x\,min} = -26.5583$ dan $I_{y\,min} = -45.1422$.

$$I_x(1,1) = \left[\frac{I_x(1,1) - I_{x\,min}}{I_{x\,max} - I_{x\,min}} \cdot 255\right] = \left[\frac{-17.6278 - (-26.5583)}{44.8945 - (-26.5583)} \cdot 255\right] = 32$$

$$I_y(1,1) = \left[\frac{I_y(1,1) - I_{y\,min}}{I_{y\,max} - I_{y\,min}} \cdot 255\right] = \left[\frac{-18.12320 - (-45.1422)}{30.9921 - (-45.1422)} \cdot 255\right] = 90$$

Sehingga citra *grayscale* memiliki turunan yang ditunjukkan pada Gambar 3.12.



I_x



I_y

Gambar 3.12. Citra turunan

32	97	92	93	94	85	72	61	72	89	207
11	95	90	91	80	71	62	56	72	91	254
10	97	87	73	62	68	69	73	85	108	255
4	100	76	44	58	80	84	100	120	138	226
0	100	72	44	72	87	90	128	152	141	182
0	97	87	82	95	87	92	130	142	108	153
3	99	103	107	110	99	92	107	112	86	148
9	99	101	99	109	115	99	90	103	96	149
13	97	96	89	100	118	108	90	100	108	152
15	96	95	90	93	111	116	94	95	111	156
37	95	95	92	90	103	113	96	94	107	140

Intensitas I_x

90	70	70	68	66	58	41	21	5	0	41
157	156	154	150	137	120	112	120	132	142	147
147	148	147	133	113	108	120	137	152	171	178
142	141	133	111	100	112	127	147	187	228	221
152	148	149	166	188	195	195	209	230	227	194
152	153	169	206	241	255	255	244	212	169	145
158	161	162	162	165	179	191	179	159	152	153
161	163	159	147	135	134	142	145	144	153	160
153	154	153	151	147	141	143	148	147	147	151
151	150	150	151	148	142	141	145	147	146	147
206	227	226	228	229	226	217	213	213	209	190

Intensitas I_y

Gambar 3.13. Intensitas citra turunan

b. Menghitung produk citra turunan

Persamaan (2.9) $I^2{}_x = I_x . I_x$, $I^2{}_y = I_y . I_y$, $I_{xy} = I_x . I_y$ adalah produk citra turunan dengan operasi perkalian elemen-per-elemen matriks intensitas citra turunan (yang masih dalam bentuk bilangan real).

$I^2{}_x(1,1) = -17.6278 \cdot -17.6278 = 310.7393$

$I^2{}_y(1,1) = -18.12320 \cdot -18.12320 = 328.4504$

$I_{xy}(1,1) = -17.6278 \cdot -18.12320 = 319.4721$

dan seterusnya untuk semua piksel pada produk citra turunan.

c. Konvolusi produk citra turunan

Persamaan (2.10) $S^2{}_x$, $S^2{}_y$, S_{xy} adalah produk citra turunan dengan melakukan konvolusi $(*)$ menggunakan operator *gaussian* 3x3 h dan $\sigma = 1$.

$$h = \begin{bmatrix} 0.075114 & 0.12384 & 0.075114 \\ 0.12384 & 0.20418 & 0.12384 \\ 0.075114 & 0.12384 & 0.075114 \end{bmatrix}$$

$$S^2{}_x(1,1) = h * I^2{}_x(1,1) = h * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 310.7393 & 0.3884 \\ 0 & 552.1950 & 0.0284 \end{bmatrix} =$$

131.8818726

$$S^2{}_y(1,1) = h * I^2{}_y(1,1) = h * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 328.4505 & 591.7095 \\ 0 & 2.5333 & 2.0776 \end{bmatrix} =$$

140.8109493

dan seterusnya konvolusi dilakukan terhadap semua piksel pada produk citra turunan.

0.13	0.34	0.51	1.68	6.49	19.91	43.44	52.67	33.62	9.00	0.98
0.14	0.73	3.95	13.87	27.08	42.89	63.18	65.65	39.44	12.20	3.64
0.49	3.14	24.63	55.42	63.96	52.01	47.01	43.13	38.60	41.13	33.50
1.12	7.70	54.50	100.19	86.66	38.29	24.49	46.44	83.13	108.52	82.85
1.19	8.42	53.51	87.80	64.29	17.23	22.07	79.58	130.40	133.93	85.57
0.81	4.71	24.14	36.89	25.49	6.19	21.12	75.47	104.68	81.26	38.56
0.68	1.84	4.59	8.68	11.25	8.68	12.43	31.73	38.09	21.16	4.64
0.67	1.39	2.62	6.28	14.49	16.96	10.63	5.78	6.72	6.17	3.71
0.39	0.61	1.00	2.60	12.22	21.20	17.04	5.76	4.58	9.18	8.60
0.13	0.14	0.48	1.03	6.97	17.67	18.45	7.88	4.94	12.13	11.99
0.03	0.03	0.21	0.55	2.73	9.62	11.80	5.89	3.10	8.08	8.07

Intensitas $S^2{}_x$

1.2	1.3	0.6	3.7	23.1	59.0	79.1	62.0	29.4	9.1	1.8
1.5	1.6	3.1	17.5	54.3	96.1	103.5	70.6	33.4	18.3	12.4
2.5	5.1	19.9	62.0	110.1	121.6	87.0	50.3	71.8	125.3	111.5
3.1	7.2	29.7	87.7	143.1	143.7	109.1	121.7	223.7	303.0	223.1
1.8	6.4	41.5	145.8	279.7	354.9	358.8	355.7	369.1	329.1	192.4
1.3	5.9	42.9	161.6	336.1	467.4	493.5	426.5	300.9	164.8	62.6
3.9	8.4	29.7	96.9	199.4	283.8	296.5	224.0	110.2	29.8	3.5
4.4	6.6	5.7	7.4	17.4	31.3	34.0	21.8	7.4	2.2	1.7
2.1	2.8	1.9	2.7	7.2	10.1	7.4	3.5	2.0	1.9	1.5
0.1	0.2	0.1	0.3	2.5	6.0	6.6	3.9	2.1	1.8	1.1
0.0	0.1	0.1	0.2	1.7	4.3	5.1	3.3	1.7	1.5	1.0

Intensitas $S^2{}_y$

0.4	0.2	-0.1	1.3	10.2	31.8	55.2	55.2	31.2	8.7	1.2
0.2	0.2	2.6	14.4	36.2	61.9	77.4	65.7	35.1	13.5	6.5
-0.9	1.4	20.7	56.9	80.5	77.4	60.2	43.5	47.8	69.9	60.9
-1.5	2.4	25.4	58.1	66.9	46.8	35.4	66.7	133.4	178.1	132.6
-0.8	0.9	3.7	6.8	1.5	-7.1	31.8	134.8	214.8	204.8	121.6
0.5	0.0	-11.5	-22.5	-26.8	-24.5	30.6	133.5	169.8	110.2	42.8
1.5	2.0	-1.8	-4.2	-8.0	-12.2	13.3	56.2	57.4	20.8	0.3
1.6	2.8	3.1	0.7	-6.0	-10.2	-4.5	2.7	2.4	-0.5	-0.4
0.8	1.1	0.7	-1.6	-8.5	-13.6	-9.6	-2.6	-1.7	-2.7	-1.7
0.1	0.1	0.1	0.0	-3.4	-9.7	-10.0	-4.0	-1.7	-3.8	-3.2
0.0	0.0	0.0	0.2	-1.4	-5.8	-7.1	-3.3	-1.2	-2.9	-2.7

Intensitas S_{xy}

Gambar 3.14. Intensitas produk citra turunan dalam *real*

d. Menghitung matriks sudut

Dari setiap piksel pada citra, ditentukan sebuah *patch* berukuran $wx, wy = 11\text{x}11$ piksel seperti pada Gambar 3.8. Misalkan sebuah titik pada posisi $(px, py) = (6,6)$ dari produk citra turunan (Gambar 3.14) dipilih untuk ditentukan apakah merupakan titik penting atau tidak. Maka langkah pertama adalah menghitung matriks sudut menggunakan persamaan (2.11) yang dirumuskan dengan C, sehingga dengan memasukan nilai intensitas produk citra maka didapatkan

$$\sum_{i=px-floor\left(\frac{wx}{2}\right)}^{px+floor\left(\frac{wx}{2}\right)} \sum_{j=py-floor\left(\frac{wy}{2}\right)}^{py+floor\left(\frac{wy}{2}\right)} S^2{}_x(i,j) = 3016.03$$

$$\sum_{i=px-floor\left(\frac{wx}{2}\right)}^{px+floor\left(\frac{wx}{2}\right)} \sum_{j=py-floor\left(\frac{wy}{2}\right)}^{py+floor\left(\frac{wy}{2}\right)} S^2{}_y(i,j) = 9255.97$$

$$\sum_{i=px-floor\left(\frac{wx}{2}\right)}^{px+floor\left(\frac{wx}{2}\right)} \sum_{j=py-floor\left(\frac{wy}{2}\right)}^{py+floor\left(\frac{wy}{2}\right)} S_{xy}(i,j) = 2904.57$$

$$C = \begin{bmatrix} \sum S^2{}_x & \sum S_{xy} \\ \sum S_{xy} & \sum S^2{}_y \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3016.03 & 2904.57 \\ 2904.57 & 9255.97 \end{bmatrix}$$

e. Menghitung nilai eigen minimum λ_-

Nilai eigen λ_- adalah nilai eigen terkecil dari fungsi $\min(\lambda_+, \lambda_-)$ dari persamaan (2.14):

$$det\begin{bmatrix} 3016.03 - \lambda_- & 2904.57 \\ 2904.57 & 9255.97 - \lambda_- \end{bmatrix} = 0$$

$$\lambda_- = \frac{1}{2}\left[(3016.03 + 9255.97) - \sqrt{4\,.\,(2904.57).\,(2904.57) + (3016.03 - 9255.97)^2}\right]$$

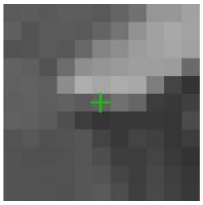
$$\lambda_- = 1873.29$$

f. Menentukan titik penting

Selanjutnya dengan menggunakan aturan pada persamaan (2.15), dihitung nilai eigen maksimum λ_{max} dari seluruh λ_-. Jika diketahui $\lambda_{max} = 1873.29$ dan ditentukan *threshold* $\lambda = 10\%$ dari λ_{max}, maka titik yang memiliki $\lambda_- > 0.1\lambda_{max}$ dipilih sebagai titik penting.

$\lambda = 0.1\lambda_{max} = 187.329$

sehingga titik (6,6) pada perhitungan sebelumnya dengan nilai eigen $\lambda_{-} = 1873.29$ merupakan titik penting karena memenuhi $\lambda_{-} > 187.329$.



Gambar 3.15. Hasil deteksi titik penting

3. Melakukan penelusuran titik yang bersesuaian pada citra kedua

   Penelusuran titik yang bersesuaian pada citra kedua menggunakan algoritma *KLT feature tracker*. Jika diketahui dua buah citra *grayscale* I dan J dengan ukuran 400x300 dan titik yang bersesuaian pada citra I berada pada posisi $u = (px, py) = (134,154)$ seperti pada Gambar 3.16. Ukuran piksel tetangga $(2w_x + 1, 2w_y + 1)$ untuk menghitung citra turunan diberikan sebesar 11x11 sehingga $w_x = w_y = 5$. Jumlah iterasi ditentukan sebesar $K = 5$ dengan $threshold = 0.05$.



I



J

Gambar 3.16. Pencarian titik bersesuaian pada citra *J*

Adapun tahapan penelusuran titik bersesuaian v pada citra J dengan menggunakan algoritma *KLT* adalah sebagai berikut.

1. Membuat representasi piramida citra dengan jumlah level $Lm = 2$. Sehingga terbentuk 1 buah citra asli dan 2 buah citra reduksi pada masing-masing citra I dan J dengan ukuran setengah dari citra sebelumnya yaitu 400x300, 200x150, 100x75.

Citra pertama



I^0 (asli) I^1 I^2

Citra kedua



J^0 (asli) J^1 J^2

Gambar 3.17. Piramida citra pertama dan kedua

2. Inisialisasi tebakan piramida menggunakan persamaan (2.18)

   $g^2 = \begin{bmatrix} g_x^2 & g_y^2 \end{bmatrix}^T = [0 \quad 0]^T$

3. Ulangi $L = 2$ sampai 0 dengan step -1

   Iterasi piramida pertama, $L = 2$

   a. Menghitung lokasi titik u pada citra I^2 menggunakan persamaan (2.19)

   $u^L = \frac{[px \ py]^T}{2^2}$

   $u^2 = [\frac{134}{4} \quad \frac{154}{4}]^T = [33 \ 38]^T$

   b. Turunan citra I^2 terhadap arah x menggunakan persamaan (2.20)

   Konvolusi citra I^2 dihitung dalam rentang piksel

   $[p_x - w_x, p_x + w_x] \times [p_y - w_y, p_y + w_y] = [28,38] \times [33,43]$.

   $I_x(28,33) = \frac{I^2(29,33) - I^2(27,33)}{2} = \frac{94-95}{2} = -0.5$

   dan seterusnya hingga

   $I_x(38,43) = \frac{I^2(39,43) - I^2(37,43)}{2} = \frac{146-156}{2} = -5$

-0.5	0.0	0.0	-0.5	-1.5	-1.5	-0.5	0.5	1.5	3.5	5.0
-0.5	-0.5	-1.5	-2.0	-2.0	-1.5	-0.5	0.5	1.0	3.5	5.5
-1.0	-1.5	-1.5	-1.5	-1.0	-1.5	-1.0	0.0	1.5	4.0	11.0
-1.5	-1.0	0.0	0.5	-0.5	-1.0	0.0	1.0	5.0	13.0	19.5
-1.0	0.0	1.0	1.5	1.5	2.5	3.5	6.5	13.5	18.5	14.0
0.0	0.5	1.5	2.0	4.5	8.0	11.0	15.0	16.5	9.5	4.0
0.0	2.0	3.0	4.5	9.0	15.0	17.5	14.0	7.5	3.0	3.0
0.0	2.5	6.0	10.5	17.0	18.5	13.5	7.0	2.0	2.5	1.5
1.0	6.0	16.0	20.0	17.0	10.5	6.0	5.0	2.5	-0.5	-2.5
3.5	16.5	26.5	18.0	8.0	3.0	3.0	3.0	1.5	-1.0	-3.0
5.5	18.0	20.5	12.0	7.0	3.5	4.0	5.0	4.5	2.5	-5.0

Gambar 3.18. Intensitas citra turunan arah *x* Lvl 1

c. Turunan citra I^L terhadap arah y menggunakan persamaan (2.21)

Konvolusi citra I^2 dihitung dalam rentang piksel

$[p_x - w_x, p_x + w_x] \times [p_y - w_y, p_y + w_y] = [28,38] \times [33,43]$.

$I_y(28,33) = \frac{I^2(28,34) - I^2(28,32)}{2} = \frac{94-95}{2} = -0.5$

dan seterusnya hingga

$I_y(38,43) = \frac{I^2(38,44) - I^2(38,42)}{2} = \frac{146-155}{2} = -4.5$

-0.5	0.5	1.0	1.5	2.0	1.5	1.0	1.0	-1.0	-2.0	0.5
0.0	0.0	0.0	0.5	2.0	3.0	2.5	1.5	1.0	0.5	0.5
0.5	-0.5	-0.5	1.0	2.5	3.0	3.0	2.5	2.0	2.5	5.5
-0.5	-0.5	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	4.0	5.0	10.0	14.5
0.5	1.0	1.0	0.5	1.0	3.5	5.0	7.5	14.0	17.0	11.0
1.5	1.5	1.5	1.5	3.0	5.0	8.0	14.0	17.0	10.5	4.5
2.0	2.5	2.5	3.5	7.0	10.0	12.0	13.0	8.5	4.5	5.5
4.0	4.5	4.0	7.5	13.5	13.5	7.0	4.0	6.0	6.0	2.5
5.0	8.5	10.5	14.5	15.0	6.5	0.5	1.5	4.0	4.0	0.5
9.0	19.5	18.0	8.5	4.0	2.5	1.5	0.5	0.5	1.0	-0.5
18.5	31.5	12.0	-4.0	0.0	1.5	0.5	0.0	0.0	-0.5	-4.5

Gambar 3.19. Intensitas citra turunan arah *y* Lvl 1

d. Menghitung matriks gradasi spasial menggunakan persamaan (2.22)

$$G = \sum_{x=p_x-w_x}^{p_x+w_x} \sum_{y=p_y-w_y}^{p_y+w_y} \begin{bmatrix} I_x^2(x,y) & I_x(x,y)I_y(x,y) \\ I_x(x,y)I_y(x,y) & I_y^2(x,y) \end{bmatrix}$$

Diketahui $u^2 = (33,38)$ dan $w_x = w_y = 5$. Maka dilakukan perhitungan sebagai berikut.

$I_x^2 = \sum_{x=28}^{38} \sum_{y=33}^{43} I_x^2(x,y) = I_x(28,33)^2 + \cdots + I_x(38,43)^2 =$

$-0.5^2 + 0^2 + 0^2 + \cdots + -5^2 = 8031.8$

$I_y^2 = \sum_{x=28}^{38} \sum_{y=33}^{43} I_y^2(x,y) = I_y(28,33)^2 + \cdots + I_y(38,43)^2 =$

$-0.5^2 + 0.5^2 + 1^2 + \cdots + -4.5^2 = 6271.3$

$I_x I_y = \sum_{x=28}^{38} \sum_{y=33}^{43} I_y^2(x,y) = I_x(28,33) I_y(28,33) + \cdots +$

$I_x(38,43) I_y(38,43) = (-0.5 \cdot -0.5) + (0 \cdot 0.5) + \cdots + (-5 \cdot -4.5) = 6230.5$

Sehingga,

$$G = \begin{bmatrix} 8031.8 & 6230.5 \\ 6230.5 & 6271.3 \end{bmatrix}$$

e. Inisialisasi iterasi LK menggunakan persamaan (2.23)

$\bar{v}^0 = [0 \;\; 0]^T$

f. Ulangi $k = 1$ sampai 5 dengan step 1 (atau)

sampai $\|\bar{n}^k\| < 0.5$,

Iterasi LK pertama, L=2, k=1

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

Perbedaan citra dihitung dalam rentang piksel

$[p_x - w_x, p_x + w_x] \times [p_y - w_y, p_y + w_y] = [28,38] \times [33,43]$

$\delta I_k(x,y) = I^L(x,y) - J^L\left(x + g_x^L + v_x^{k-1}, y + g_y^L + v_y^{k-1}\right)$

$\delta I_k(28,33) = I^L(28,33) - J^L(28,33) = 94 - 96 = -2$

$\delta I_k(28,34) = I^L(28,34) - J^L(28,34) = 94 - 93 = 1$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(38,43) = I^L(38,43) - J^L(38,43) = 154 - 140 = 14$

-2.0	1.0	3.0	4.0	7.0	11.0	11.0	8.0	8.0	6.0	4.0
-2.0	-1.0	0.0	1.0	2.0	8.0	11.0	11.0	10.0	10.0	11.0
-1.0	-1.0	-2.0	-3.0	0.0	5.0	10.0	12.0	12.0	13.0	17.0
0.0	-1.0	-3.0	-4.0	-1.0	4.0	10.0	12.0	15.0	21.0	36.0
-2.0	-2.0	-1.0	0.0	1.0	5.0	12.0	16.0	25.0	43.0	58.0
-1.0	0.0	3.0	5.0	7.0	12.0	20.0	29.0	45.0	60.0	64.0
1.0	5.0	10.0	11.0	16.0	25.0	36.0	49.0	59.0	61.0	64.0
1.0	9.0	14.0	17.0	27.0	45.0	56.0	58.0	61.0	65.0	65.0
-2.0	7.0	17.0	27.0	46.0	59.0	62.0	63.0	64.0	66.0	60.0
-4.0	12.0	36.0	48.0	53.0	56.0	61.0	64.0	64.0	61.0	44.0
0.0	33.0	63.0	57.0	55.0	56.0	58.0	60.0	63.0	53.0	14.0

Gambar 3.20. Intensitas perbedaan citra Lvl 1 K 1

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\bar{b}_1 = \sum_{x=28}^{38} \sum_{y=33}^{43} \begin{bmatrix} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) \\ \delta I_k(x,y) I_y(x,y) \end{bmatrix}$$

$\sum_{x=28}^{38} \sum_{y=33}^{43} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = \delta I_1(28,33) I_x(28,33) + \cdots +$

$\delta I_1(38,43) I_x(38,43) = (-2 \cdot -0.5) + \cdots + (14 - -5) =$

21572

$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y)I_y(x,y) = \delta I_1(28,33)I_y(28,33) + \cdots + \delta I_1(38,43)I_y(38,43) = (-2\cdot -0.5) + \cdots + (14 - -4.5) = 16653$

Sehingga,

$\bar{b}_1 = \begin{bmatrix}21572\\16653\end{bmatrix}$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_1$

$\bar{n}^1 = \begin{bmatrix}8031.8 & 6230.5\\6230.5 & 6271.3\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}21572\\16653\end{bmatrix}$

$\bar{n}^1 = \left(\frac{1}{11550697.1}\begin{bmatrix}6271.3 & -6230.5\\-6230.5 & 8031.8\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}21572\\16653\end{bmatrix}$

$\bar{n}^1 = \begin{bmatrix}2.7295\\-0.056341\end{bmatrix}$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$

$\bar{v}^1 = \bar{v}^0 + \bar{n}^1$

$\bar{v}^1 = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.7295\\-0.056341\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2.7295\\-0.056341\end{bmatrix}$

Iterasi LK kedua, L=2, k=2, $\|\bar{n}^k\| = 2.7301$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

Perbedaan citra dihitung dalam rentang piksel

$[p_x - w_x, p_x + w_x] \times [p_y - w_y, p_y + w_y] = [28,38] \times [33,43]$

$\delta I_k(x,y) = I^L(x,y) - J^L\left(x + g_x^L + v_x^{k-1}, y + g_y^L + v_y^{k-1}\right)$

$\delta I_k(28,33) = I^L(28,33) - J^L(31,33) = 94 - 92 = 2$

$\delta I_k(28,34) = I^L(28,34) - J^L(31,34) = 94 - 92 = 2$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(38,43) = I^L(38,43) - J^L(41,43) = 154 - 89 = 65$

2.0	2.0	1.0	1.0	4.0	9.0	12.0	11.0	11.0	8.0	8.0
2.0	1.0	1.0	1.0	3.0	8.0	13.0	14.0	14.0	15.0	14.0
2.0	2.0	2.0	3.0	5.0	9.0	14.0	16.0	16.0	17.0	19.0
3.0	4.0	6.0	5.0	7.0	9.0	13.0	17.0	18.0	22.0	34.0
1.0	5.0	7.0	7.0	6.0	10.0	15.0	19.0	27.0	42.0	53.0
-2.0	1.0	3.0	3.0	6.0	11.0	19.0	30.0	46.0	59.0	55.0
-6.0	-3.0	0.0	2.0	7.0	16.0	30.0	45.0	58.0	58.0	45.0
-7.0	-2.0	2.0	6.0	17.0	32.0	44.0	49.0	57.0	54.0	21.0
-7.0	0.0	10.0	21.0	38.0	50.0	51.0	50.0	55.0	47.0	6.0
-5.0	10.0	35.0	46.0	51.0	54.0	55.0	54.0	55.0	52.0	36.0
0.0	33.0	64.0	59.0	57.0	59.0	59.0	57.0	59.0	61.0	65.0

Gambar 3.21. Intensitas perbedaan citra Lvl 1 K 2

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\bar{b}_k = \sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\begin{bmatrix}\delta I_k(x,y)I_x(x,y)\\ \delta I_k(x,y)I_y(x,y)\end{bmatrix}$$

$$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y)I_x(x,y) = 19241$$

$$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y)I_y(x,y) = 14527$$

Sehingga,

$$\bar{b}_2 = \begin{bmatrix}19241\\14527\end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_2$$

$$\bar{n}^2 = \begin{bmatrix}8031.8 & 6230.5\\6230.5 & 6271.3\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}19241\\14527\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^2 = \left(\frac{1}{11550697.1}\begin{bmatrix}6271.3 & -6230.5\\-6230.5 & 8031.8\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}19241\\14527\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^2 = \begin{bmatrix}2.6107\\-0.27731\end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$$

$$\bar{v}^2 = \bar{v}^1 + \bar{n}^2$$

$$\bar{v}^2 = \begin{bmatrix}2.7295\\-0.056341\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.6107\\-0.27731\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5.3402\\-0.33365\end{bmatrix}$$

Iterasi LK ketiga, L=2, k=3, $\|\bar{n}^k\| = 2.6254$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$\delta I_k(28,33) = I^L(28,33) - J^L(33,33) = 94 - 91 = 3$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(38,43) = I^L(38,43) - J^L(43,43) = 154 - 83 = 71$

3.0	3.0	5.0	7.0	9.0	12.0	15.0	15.0	14.0	10.0	8.0
5.0	7.0	9.0	8.0	9.0	12.0	15.0	17.0	15.0	14.0	12.0
4.0	7.0	7.0	6.0	7.0	12.0	15.0	17.0	17.0	16.0	14.0
0.0	1.0	1.0	0.0	3.0	6.0	12.0	17.0	19.0	22.0	27.0
-6.0	-4.0	-3.0	-2.0	-2.0	0.0	8.0	15.0	25.0	39.0	37.0
-7.0	-6.0	-4.0	-3.0	-1.0	2.0	9.0	21.0	42.0	48.0	15.0
-7.0	-5.0	-2.0	0.0	4.0	13.0	24.0	36.0	51.0	42.0	3.0
-7.0	-2.0	3.0	6.0	17.0	33.0	43.0	44.0	50.0	53.0	41.0
-7.0	0.0	11.0	23.0	41.0	53.0	53.0	51.0	56.0	63.0	71.0
-3.0	13.0	37.0	48.0	53.0	56.0	57.0	60.0	65.0	66.0	72.0
3.0	37.0	68.0	61.0	58.0	59.0	61.0	65.0	71.0	70.0	71.0

Gambar 3.22. Intensitas perbedaan citra Lvl 1 K 3

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\bar{b}_k = \sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\begin{bmatrix}\delta I_k(x,y) I_x(x,y)\\ \delta I_k(x,y) I_y(x,y)\end{bmatrix}$$

$$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y) I_x(x,y) = 17661$$

$$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y) I_y(x,y) = 13318$$

Sehingga,

$$\bar{b}_3 = \begin{bmatrix}17661\\ 13318\end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_3$$

$$\bar{n}^3 = \begin{bmatrix}8031.8 & 6230.5\\ 6230.5 & 6271.3\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}17661\\ 13318\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^3 = \left(\frac{1}{11550697.1}\begin{bmatrix}6271.3 & -6230.5\\ -6230.5 & 8031.8\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}17661\\ 13318\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^3 = \begin{bmatrix}2.4050\\ -0.26573\end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$$

$$\bar{v}^3 = \bar{v}^2 + \bar{n}^3$$

$$\bar{v}^3 = \begin{bmatrix}5.3402\\ -0.33365\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.4050\\ -0.26573\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}7.7452\\ -0.59938\end{bmatrix}$$

Iterasi LK keempat, L=2, k=4, $\|\bar{n}^k\| = 2.4197$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$\delta I_k(28,33) = I^L(28,33) - J^L(36,32) = 94 - 94 = 0$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(38,43) = I^L(38,43) - J^L(46,42) = 154 - 81 = 73$

0.0	2.0	5.0	6.0	7.0	10.0	12.0	15.0	17.0	12.0	8.0
-2.0	-2.0	-1.0	-1.0	0.0	3.0	6.0	11.0	14.0	15.0	11.0
-3.0	-4.0	-5.0	-5.0	-3.0	0.0	2.0	6.0	10.0	15.0	8.0
-4.0	-6.0	-6.0	-6.0	-4.0	-3.0	1.0	5.0	8.0	16.0	17.0
-6.0	-6.0	-5.0	-3.0	-4.0	-2.0	3.0	7.0	15.0	34.0	46.0
-6.0	-6.0	-4.0	-2.0	1.0	5.0	11.0	20.0	36.0	54.0	61.0
-6.0	-3.0	1.0	3.0	7.0	16.0	27.0	39.0	54.0	63.0	68.0
-5.0	1.0	6.0	11.0	21.0	36.0	46.0	50.0	59.0	72.0	76.0
-3.0	3.0	14.0	26.0	46.0	58.0	58.0	60.0	67.0	74.0	75.0
0.0	14.0	38.0	53.0	61.0	65.0	68.0	70.0	71.0	73.0	72.0
6.0	38.0	69.0	66.0	67.0	70.0	72.0	72.0	73.0	74.0	73.0

Gambar 3.23. Intensitas perbedaan citra Lvl 1 K 4

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y)I_x(x,y) = 19290$

$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y)I_y(x,y) = 14326$

$\bar{b}_4 = \begin{bmatrix}19290\\14326\end{bmatrix}$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_4$

$\bar{n}^4 = \begin{bmatrix}8031.8 & 6230.5\\6230.5 & 6271.3\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}19290\\14326\end{bmatrix}$

$\bar{n}^4 = \left(\frac{1}{11550697.1}\begin{bmatrix}6271.3 & -6230.5\\-6230.5 & 8031.8\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}19290\\14326\end{bmatrix}$

$\bar{n}^4 = \begin{bmatrix}2.7457\\-0.4435\end{bmatrix}$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$

$\bar{v}^4 = \begin{bmatrix}7.7452\\-0.59938\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.7457\\-0.4435\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}10.4910\\-1.0429\end{bmatrix}$

Iterasi LK kelima, L=2, k=5, $\|\bar{\boldsymbol{n}}^{\boldsymbol{k}}\| = \mathbf{2.7813}$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$\delta I_k(28,33) = I^L(28,33) - J^L(38,32) = 94 - 96 = -2$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(38,43) = I^L(38,43) - J^L(48,42) = 154 - 80 = 74$

-2.0	-3.0	-2.0	-1.0	1.0	3.0	3.0	5.0	8.0	8.0	-3.0
-2.0	-3.0	-3.0	-3.0	-2.0	0.0	3.0	5.0	5.0	8.0	-5.0
-3.0	-4.0	-5.0	-4.0	-3.0	0.0	3.0	5.0	5.0	8.0	7.0
-4.0	-6.0	-6.0	-5.0	-2.0	0.0	4.0	7.0	9.0	17.0	33.0
-6.0	-4.0	-2.0	-1.0	-2.0	0.0	5.0	9.0	21.0	44.0	60.0
-5.0	-3.0	0.0	2.0	3.0	6.0	11.0	22.0	44.0	66.0	70.0
-3.0	-2.0	2.0	5.0	12.0	21.0	31.0	46.0	63.0	69.0	72.0
-2.0	2.0	6.0	13.0	27.0	44.0	56.0	60.0	66.0	74.0	77.0
-1.0	5.0	16.0	30.0	51.0	64.0	66.0	66.0	70.0	76.0	79.0
3.0	18.0	44.0	58.0	64.0	68.0	70.0	71.0	72.0	74.0	76.0
12.0	45.0	76.0	71.0	69.0	71.0	73.0	74.0	73.0	74.0	74.0

Gambar 3.24. Intensitas perbedaan citra Lvl 1 K 5

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y)I_x(x,y) = 22236$$

$$\sum_{x=28}^{38}\sum_{y=33}^{43}\delta I_k(x,y)I_y(x,y) = 16963$$

$$\bar{b}_5 = \begin{bmatrix}22236\\16963\end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_5$$

$$\bar{n}^5 = \begin{bmatrix}8031.8 & 6230.5\\6230.5 & 6271.3\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}22236\\16963\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^5 = \left(\frac{1}{11550697.1}\begin{bmatrix}6271.3 & -6230.5\\-6230.5 & 8031.8\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}22236\\16963\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^5 = \begin{bmatrix}2.9228\\-0.19895\end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$$

$$\bar{v}^5 = \begin{bmatrix}10.4910\\-1.0429\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.9228\\-0.19895\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}13.4140\\-1.2418\end{bmatrix}$$

g. Hitung *optical flow* akhir pada level L menggunakan persamaan (2.28)

$$d^L = \bar{v}^K = \bar{v}^5 = \begin{bmatrix}13.4140\\-1.2418\end{bmatrix}$$

h. Menebak untuk level berikutnya $L-1$ menggunakan persamaan (2.29)

$$g^{L-1} = 2(g^L + d^L)$$

$$g^1 = 2(g^2 + d^L) = 2\left(\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}13.4140\\-1.2418\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}26.8280\\-2.4837\end{bmatrix}$$

Iterasi piramida kedua, $L = 1$

a. Menghitung lokasi titik u pada citra I^2 menggunakan persamaan (2.19)

$u^L = \frac{[px\ \ py]^T}{2^L}$

$u^1 = [\frac{134}{2} \quad \frac{154}{2}]^T = [67\ \ 77]^T$

b. Turunan citra I^2 terhadap arah x menggunakan persamaan (2.20)

Konvolusi citra I^2 dihitung dalam rentang piksel

$[p_x - w_x, p_x + w_x] \times [p_y - w_y, p_y + w_y] = [62,72] \times [72,82]$.

$I_x(62,72) = \frac{I^1(63,72) - I^1(61,72)}{2} = -2$

dan seterusnya hingga

$I_x(72,82) = \frac{I^1(73,82) - I^1(71,82)}{2} = 33.5$

-2.0	3.0	5.0	7.0	6.0	-1.0	1.0	2.0	-0.5	1.5	3.0
-1.0	5.0	4.0	2.0	2.5	2.0	4.5	2.5	0.0	1.5	4.5
0.0	5.0	3.5	-0.5	-0.5	5.5	6.5	2.0	0.5	2.0	5.5
3.0	4.5	1.5	3.0	7.5	11.0	4.5	0.0	1.0	1.5	0.5
6.0	4.0	3.5	11.5	15.0	8.5	-0.5	-1.0	2.0	0.0	-5.0
7.5	8.0	13.0	16.5	8.5	-4.0	-6.0	-2.0	0.0	-3.5	-5.5
6.5	11.5	18.5	11.5	-5.0	-12.5	-8.0	-3.5	-3.0	-4.0	-1.5
3.5	8.5	10.5	-2.0	-13.0	-11.0	-6.0	-3.5	-3.5	0.5	3.5
4.0	2.5	-5.0	-14.5	-14.0	-7.0	-3.5	-2.0	0.0	4.0	9.5
4.0	-8.0	-21.0	-21.5	-14.0	-5.0	-2.0	0.0	4.0	10.0	22.5
-0.5	-14.0	-24.0	-19.5	-8.5	-0.5	1.5	3.5	11.5	25.5	33.5

Gambar 3.25. Intensitas citra turunan arah *x* Lvl 2

c. Turunan citra I^L terhadap arah y menggunakan persamaan (2.21)

Konvolusi citra I^2 dihitung dalam rentang piksel

$[p_x - w_x, p_x + w_x] \times [p_y - w_y, p_y + w_y] = [62,72] \times [72,82]$.

$I_y(62,72) = \frac{I^1(62,73) - I^1(62,71)}{2} = -15$

dan seterusnya hingga

$I_y(72,82) = \frac{I^1(72,83) - I^1(72,81)}{2} = 32.5$

-15.0	-5.5	3.5	-2.0	-8.5	-7.5	-4.0	-4.0	-3.0	0.0	0.0
-12.0	-3.0	3.0	-1.0	-10.0	-9.5	-3.5	-5.5	-3.5	2.0	1.0
-9.0	-0.5	0.5	-3.5	-8.5	-5.5	-3.5	-8.5	-4.0	4.5	3.5
-4.5	0.5	-2.5	-5.0	-4.0	-2.5	-7.0	-11.5	-3.5	7.0	4.5
-2.0	-2.0	-1.0	2.5	-0.5	-8.5	-14.5	-12.0	-2.5	4.0	1.5
0.0	-2.0	5.0	6.5	-7.0	-18.0	-16.5	-9.0	-2.5	0.0	0.5
4.0	3.5	7.5	-2.0	-21.0	-23.0	-12.5	-6.0	-4.0	-1.5	3.0
8.5	10.0	5.0	-17.0	-31.0	-21.0	-7.5	-4.0	-3.0	1.5	5.0
11.0	10.5	-3.0	-25.5	-30.0	-16.0	-5.0	-3.5	0.0	5.5	9.5
8.5	1.0	-12.0	-26.0	-23.5	-10.5	-2.5	-0.5	3.0	11.0	24.0
-3.0	-14.5	-16.5	-18.5	-13.5	-4.0	0.0	2.5	10.0	24.0	32.5

Gambar 3.26. Intensitas citra turunan arah *y* Lvl 2

d. Menghitung matriks gradasi spasial menggunakan persamaan (2.22)

$$G = \sum_{x=p_x-w_x}^{p_x+w_x} \sum_{y=p_y-w_y}^{p_y+w_y} \begin{bmatrix} I_x^2(x,y) & I_x(x,y)I_y(x,y) \\ I_x(x,y)I_y(x,y) & I_y^2(x,y) \end{bmatrix}$$

Diketahui $u^1 = (67{,}77)$ dan $w_x = w_y = 5$. Maka dilakukan perhitungan sebagai berikut.

$I_x^2 = \sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} I_x^2(x,y) = I_x(62{,}72)^2 + \cdots + I_x(72{,}82)^2 = 8987.5$

$I_y^2 = \sum_{x=28}^{38} \sum_{y=33}^{43} I_y^2(x,y) = I_y(62{,}72)^2 + \cdots + I_y(72{,}82)^2 = 13308$

$I_x I_y = \sum_{x=28}^{38} \sum_{y=33}^{43} I_y^2(x,y) = I_x(28{,}33)I_y(28{,}33) + \cdots + I_x(38{,}43)I_y(38{,}43) = 7514.8$

Sehingga,

$$G = \begin{bmatrix} 8987.5 & 7514.8 \\ 7514.8 & 13308 \end{bmatrix}$$

e. Inisialisasi iterasi LK menggunakan persamaan (2.23)

$\bar{v}^0 = [0 \;\; 0]^T$

f. Ulangi $k = 1$ sampai 5 dengan step 1 (atau)

sampai $\|\bar{n}^k\| < 0.5$,

Iterasi LK pertama, L=1, k=1

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

Perbedaan citra dihitung dalam rentang piksel

$[62{,}72] \times [72{,}82]$

$$g^1 = \begin{bmatrix} 26.8280 \\ -2.4837 \end{bmatrix}$$

$$\delta I_k(x,y) = I^L(x,y) - J^L\left(x + g_x^L + v_x^{k-1}, y + g_y^L + v_y^{k-1}\right)$$

$$\delta I_k(62{,}72) = I^L(62{,}72) - J^L(89{,}70) = 6$$

dan seterusnya sampai

$$\delta I_k(72{,}82) = I^L(72{,}82) - J^L(99{,}80) = 88$$

6.0	3.0	2.0	10.0	25.0	34.0	40.0	43.0	45.0	47.0	50.0
7.0	4.0	2.0	10.0	22.0	32.0	40.0	45.0	46.0	47.0	53.0
9.0	7.0	8.0	14.0	20.0	28.0	39.0	47.0	47.0	51.0	71.0
9.0	8.0	10.0	17.0	18.0	26.0	39.0	48.0	56.0	74.0	94.0
15.0	12.0	13.0	17.0	22.0	28.0	40.0	55.0	79.0	97.0	95.0
18.0	19.0	17.0	18.0	28.0	41.0	49.0	71.0	92.0	94.0	87.0
18.0	19.0	20.0	23.0	42.0	59.0	63.0	76.0	83.0	83.0	85.0
18.0	21.0	28.0	42.0	59.0	66.0	62.0	66.0	76.0	83.0	88.0
23.0	33.0	50.0	67.0	71.0	62.0	56.0	61.0	73.0	84.0	90.0
39.0	57.0	70.0	69.0	63.0	60.0	60.0	64.0	73.0	81.0	88.0
63.0	70.0	67.0	57.0	60.0	68.0	66.0	65.0	72.0	82.0	88.0

Gambar 3.27. Intensitas perbedaan citra Lvl 2 K 1

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\bar{b}_1 = \sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \begin{bmatrix} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) \\ \delta I_k(x,y) I_y(x,y) \end{bmatrix}$$

$$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = -702$$

$$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = -17596$$

Sehingga,

$$\bar{b}_1 = \begin{bmatrix} -702 \\ -17596 \end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^k = G^{-1} \bar{b}_1$$

$$\bar{n}^1 = \begin{bmatrix} 8987.5 & 7514.8 \\ 7514.8 & 13308 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -702 \\ -17596 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^1 = \left(\frac{1}{63133430.96} \begin{bmatrix} 13308 & -7514.8 \\ -7514.8 & 8987.5 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -702 \\ -17596 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^1 = \begin{bmatrix} 1.9465 \\ -2.4214 \end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$$

$$\bar{v}^1 = \bar{v}^0 + \bar{n}^1$$

$$\bar{v}^1 = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1.9465\\-2.4214\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1.9465\\-2.4214\end{bmatrix}$$

Iterasi LK kedua, L=1, k=2, $\|\bar{n}^k\| = 3.1067$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

Perbedaan citra dihitung dalam rentang piksel

[62,72] × [72,82]

$$g^1 = \begin{bmatrix}26.8280\\-2.4837\end{bmatrix}\ ,\ \bar{v}^1 = \begin{bmatrix}1.9465\\-2.4214\end{bmatrix}$$

$$\delta I_k(x,y) = I^L(x,y) - J^L\left(x + g_x^L + v_x^{k-1}, y + g_y^L + v_y^{k-1}\right)$$

$$\delta I_k(62,72) = I^L(62,72) - J^L(91,67) = 2$$

dan seterusnya sampai

$$\delta I_k(72,82) = I^L(72,82) - J^L(101,77) = 75$$

2.0	3.0	6.0	6.0	9.0	13.0	18.0	21.0	25.0	27.0	27.0
4.0	5.0	7.0	8.0	10.0	14.0	19.0	22.0	24.0	27.0	31.0
7.0	8.0	10.0	11.0	14.0	17.0	21.0	23.0	23.0	30.0	51.0
9.0	11.0	13.0	16.0	18.0	22.0	26.0	26.0	34.0	54.0	75.0
13.0	13.0	19.0	21.0	23.0	26.0	29.0	36.0	59.0	79.0	78.0
18.0	19.0	24.0	25.0	31.0	39.0	41.0	56.0	73.0	75.0	69.0
22.0	24.0	26.0	30.0	45.0	59.0	58.0	65.0	68.0	65.0	69.0
23.0	28.0	34.0	48.0	63.0	67.0	62.0	59.0	63.0	68.0	73.0
27.0	40.0	57.0	73.0	74.0	64.0	59.0	59.0	64.0	71.0	76.0
39.0	61.0	76.0	76.0	67.0	63.0	65.0	67.0	69.0	72.0	76.0
63.0	73.0	71.0	63.0	65.0	72.0	71.0	72.0	73.0	74.0	75.0

Gambar 3.28. Intensitas perbedaan citra Lvl 2 K 2

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\sum_{x=62}^{72}\sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = -2609.5$$

$$\sum_{x=62}^{72}\sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = -17158$$

Sehingga,

$$\bar{b}_2 = \begin{bmatrix}-2609.5\\-17158\end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_2$$

$$\bar{n}^2 = \begin{bmatrix}8987.5 & 7514.8\\7514.8 & 13308\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}-2609.5\\-17158\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^2 = \left(\frac{1}{63133430.96}\begin{bmatrix}13308 & -7514.8\\-7514.8 & 8987.5\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}-2609.5\\-17158\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^2 = \begin{bmatrix}1.4923\\-2.132\end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$

$\bar{v}^2 = \bar{v}^1 + \bar{n}^2$

$\bar{v}^2 = \begin{bmatrix} 1.9465 \\ -2.4214 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.4923 \\ -2.132 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.4388 \\ -4.5534 \end{bmatrix}$

Iterasi LK ketiga, L=1, k=3, $\|\bar{n}^k\| = 2.6023$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$g^1 = \begin{bmatrix} 26.8280 \\ -2.4837 \end{bmatrix}$, $\bar{v}^2 = \begin{bmatrix} 3.4388 \\ -4.5534 \end{bmatrix}$

$\delta I_k(x,y) = I^L(x,y) - J^L\left(x + g_x^L + v_x^{k-1}, y + g_y^L + v_y^{k-1}\right)$

$\delta I_k(62{,}72) = I^L(62{,}72) - J^L(92{,}65) = 2$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(72{,}82) = I^L(72{,}82) - J^L(102{,}75) = 71$

2.0	5.0	4.0	4.0	10.0	13.0	15.0	19.0	24.0	26.0	27.0
4.0	5.0	6.0	8.0	12.0	14.0	17.0	21.0	25.0	25.0	29.0
5.0	7.0	10.0	13.0	16.0	17.0	19.0	24.0	27.0	30.0	49.0
8.0	10.0	13.0	16.0	20.0	23.0	24.0	26.0	36.0	54.0	74.0
13.0	15.0	19.0	20.0	25.0	28.0	28.0	34.0	59.0	77.0	75.0
17.0	19.0	24.0	25.0	33.0	42.0	40.0	55.0	72.0	74.0	67.0
20.0	22.0	26.0	31.0	48.0	62.0	60.0	63.0	65.0	62.0	66.0
22.0	26.0	33.0	48.0	64.0	70.0	64.0	59.0	60.0	63.0	70.0
26.0	39.0	55.0	71.0	73.0	66.0	61.0	60.0	64.0	68.0	72.0
39.0	61.0	76.0	74.0	65.0	63.0	65.0	67.0	69.0	71.0	72.0
62.0	73.0	72.0	61.0	61.0	70.0	71.0	71.0	73.0	73.0	71.0

Gambar 3.29. Intensitas perbedaan citra Lvl 2 K 3

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = -2907$

$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = -17675$

$\bar{b}_3 = \begin{bmatrix} -2907 \\ -17675 \end{bmatrix}$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_3$

$\bar{n}^3 = \begin{bmatrix} 8987.5 & 7514.8 \\ 7514.8 & 13308 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -2907 \\ -17675 \end{bmatrix}$

$\bar{n}^3 = \left(\frac{1}{63133430.96} \begin{bmatrix} 13308 & -7514.8 \\ -7514.8 & 8987.5 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} -2907 \\ -17675 \end{bmatrix}$

$\bar{n}^3 = \begin{bmatrix} 1.4911 \\ -2.1701 \end{bmatrix}$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$

$\bar{v}^3 = \bar{v}^2 + \bar{n}^3$

$\bar{v}^3 = \begin{bmatrix} 3.4388 \\ -4.5534 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.4911 \\ -2.1701 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.9299 \\ -6.7235 \end{bmatrix}$

Iterasi LK keempat, L=1, k=4, $\|\bar{n}^k\| = 2.633$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$g^1 = \begin{bmatrix} 26.8280 \\ -2.4837 \end{bmatrix}$, $\bar{v}^3 = \begin{bmatrix} 4.9299 \\ -6.7235 \end{bmatrix}$

$\delta I_k(62,72) = I^L(62,72) - J^L(94,66) = 7$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(72,82) = I^L(72,82) - J^L(104,76) = 72$

7.0	10.0	10.0	9.0	11.0	14.0	18.0	23.0	24.0	25.0	28.0
9.0	10.0	8.0	11.0	14.0	16.0	19.0	23.0	25.0	27.0	34.0
11.0	11.0	11.0	15.0	18.0	18.0	19.0	25.0	26.0	31.0	53.0
10.0	13.0	15.0	19.0	21.0	22.0	24.0	26.0	37.0	56.0	76.0
13.0	16.0	21.0	23.0	26.0	28.0	28.0	35.0	58.0	78.0	78.0
18.0	21.0	25.0	26.0	34.0	42.0	40.0	54.0	71.0	73.0	68.0
22.0	23.0	25.0	29.0	47.0	60.0	58.0	64.0	66.0	63.0	67.0
22.0	26.0	31.0	44.0	61.0	68.0	63.0	60.0	63.0	65.0	71.0
25.0	37.0	52.0	67.0	71.0	65.0	61.0	61.0	64.0	67.0	73.0
37.0	59.0	72.0	70.0	63.0	62.0	65.0	68.0	70.0	70.0	73.0
60.0	70.0	68.0	58.0	59.0	68.0	70.0	71.0	73.0	74.0	72.0

Gambar 3.30. Intensitas perbedaan citra Lvl 2 K 4

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = -1883$

$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = -17086$

$\bar{b}_4 = \begin{bmatrix} -1883 \\ -17086 \end{bmatrix}$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_4$

$\bar{n}^4 = \begin{bmatrix} 8987.5 & 7514.8 \\ 7514.8 & 13308 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1883 \\ -17086 \end{bmatrix}$

$\bar{n}^4 = \left(\frac{1}{63133430.96} \begin{bmatrix} 13308 & -7514.8 \\ -7514.8 & 8987.5 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} -1883 \\ -17086 \end{bmatrix}$

$\bar{n}^4 = \begin{bmatrix} 1.6368 \\ -2.2082 \end{bmatrix}$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$$

$$\bar{v}^4 = \begin{bmatrix} 4.9299 \\ -6.7235 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.6368 \\ -2.2082 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.5667 \\ -8.9317 \end{bmatrix}$$

Iterasi LK kelima, L=1, k=5, $\|\bar{n}^k\| = 2.7487$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$$g^1 = \begin{bmatrix} 26.8280 \\ -2.4837 \end{bmatrix}, \ \bar{v}^4 = \begin{bmatrix} 6.5667 \\ -8.9317 \end{bmatrix}$$

$$\delta I_k(62,72) = I^L(62,72) - J^L(95,61) = 8$$

dan seterusnya sampai

$$\delta I_k(72,82) = I^L(72,82) - J^L(105,71) = 67$$

8.0	10.0	9.0	8.0	10.0	14.0	18.0	20.0	25.0	27.0	27.0
9.0	10.0	9.0	11.0	13.0	17.0	20.0	22.0	26.0	28.0	31.0
9.0	9.0	10.0	14.0	16.0	18.0	22.0	26.0	27.0	32.0	50.0
11.0	12.0	14.0	18.0	19.0	22.0	26.0	29.0	38.0	56.0	75.0
15.0	17.0	20.0	21.0	24.0	27.0	30.0	38.0	61.0	79.0	76.0
18.0	21.0	24.0	23.0	32.0	42.0	41.0	56.0	73.0	74.0	65.0
20.0	23.0	24.0	28.0	46.0	60.0	59.0	63.0	64.0	62.0	65.0
22.0	26.0	30.0	44.0	61.0	67.0	62.0	57.0	58.0	63.0	70.0
26.0	38.0	53.0	68.0	70.0	63.0	59.0	57.0	59.0	64.0	70.0
40.0	61.0	73.0	71.0	63.0	61.0	61.0	62.0	63.0	64.0	68.0
64.0	74.0	70.0	59.0	60.0	66.0	65.0	65.0	65.0	65.0	67.0

Gambar 3.31. Intensitas perbedaan citra Lvl 2 K 5

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = -2940$$

$$\sum_{x=62}^{72} \sum_{y=72}^{82} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = -17957$$

$$\bar{b}_5 = \begin{bmatrix} -2940 \\ -17957 \end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^k = G^{-1}\bar{b}_5$$

$$\bar{n}^5 = \begin{bmatrix} 8987.5 & 7514.8 \\ 7514.8 & 13308 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -2940 \\ -17957 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^5 = \left(\frac{1}{63133430.96} \begin{bmatrix} 13308 & -7514.8 \\ -7514.8 & 8987.5 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -2940 \\ -17957 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^5 = \begin{bmatrix} 1.6368 \\ -2.2082 \end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$$

$$\bar{v}^5 = \begin{bmatrix} 6.5667 \\ -8.9317 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.6368 \\ -2.2082 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.2035 \\ -11.14 \end{bmatrix}$$

g. Hitung *optical flow* akhir pada level L menggunakan persamaan (2.28)

$$d^1 = \bar{v}^K = \bar{v}^5 = \begin{bmatrix} 8.2035 \\ -11.14 \end{bmatrix}$$

h. Menebak untuk level berikutnya $L-1$ menggunakan persamaan (2.29)

$$g^{L-1} = 2(g^L + d^L)$$

$$g^0 = 2(g^1 + d^1) = 2\left(\begin{bmatrix} 26.8280 \\ -2.4837 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.2035 \\ -11.14 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 70.063 \\ -27.247 \end{bmatrix}$$

Iterasi piramida ketiga, $L = 0$

a. Menghitung lokasi titik u pada citra I^2 menggunakan persamaan (2.19)

$$u^L = \frac{[px\ py]^T}{2^L}$$

$$u^0 = [\frac{134}{1} \quad \frac{154}{1}]^T = [134\ \ 154]^T$$

b. Turunan citra I^2 terhadap arah x menggunakan persamaan (2.20)

Konvolusi citra I^2 dihitung dalam rentang piksel

$[129,139] \times [149,159]$.

$$I_x(129,149) = \frac{I^1(130,149) - I^1(128,149)}{2} = 0$$

dan seterusnya hingga

$$I_x(139,159) = \frac{I^1(140,159) - I^1(138,159)}{2} = 1$$

0.0	2.5	3.0	0.0	1.0	7.0	5.5	5.5	-3.0	5.5	4.0
0.5	2.0	2.5	-3.5	2.0	4.5	1.5	-5.0	-5.0	6.5	12.0
3.5	1.0	1.5	5.0	3.5	-2.0	0.0	-2.0	14.0	14.5	20.0
2.5	-3.5	-1.0	13.5	9.0	-0.5	1.0	5.0	20.5	14.0	20.5
1.5	-2.0	2.5	17.0	12.5	10.0	9.0	16.0	13.5	6.5	5.5
2.5	7.0	12.0	15.5	11.5	17.0	16.5	18.5	4.5	-1.5	-9.0
-0.5	6.0	7.5	-0.5	4.0	8.0	9.5	0.0	-8.5	-12.0	-12.0
8.5	8.5	11.5	1.5	6.5	3.5	0.0	-5.5	-6.0	-2.5	-2.0
20.5	19.0	17.0	0.5	2.0	0.0	-3.5	-1.0	-2.0	1.5	0.5
18.5	24.0	11.5	-6.0	-9.5	-9.0	-5.5	0.5	3.0	1.5	-0.5
7.5	7.0	-5.5	-0.5	-3.5	-1.5	1.5	4.0	4.0	2.0	1.0

Gambar 3.32. Intensitas citra turunan arah x Lvl 3

c. Turunan citra I^L terhadap arah y menggunakan persamaan (2.21)

Konvolusi citra I^2 dihitung dalam rentang piksel

$[129,139] \times [149,159]$.

$I_y(129,149) = \frac{I^1(130,149) - I^1(128,149)}{2} = 1.5$

dan seterusnya hingga

$I_y(139,159) = \frac{I^1(140,159) - I^1(138,159)}{2} = 1.5$

1.5	0.5	3.0	0.0	-0.5	3.5	3.0	-0.5	-3.0	-3.5	8.5
2.0	3.0	-0.5	0.5	6.0	2.5	-0.5	-2.5	4.5	6.0	17.0
0.0	2.5	-2.5	-0.5	7.5	3.0	-6.5	-7.0	8.5	13.5	27.0
-1.5	1.0	3.5	2.5	-1.0	-1.0	-0.5	11.5	21.0	12.0	11.5
-5.0	-1.0	14.5	9.5	-6.5	-5.0	-1.0	12.5	17.5	13.5	7.0
-3.5	2.0	22.5	12.5	-8.0	-4.5	5.5	16.0	11.5	4.0	-9.5
2.0	8.5	23.0	9.0	-5.0	0.0	0.5	0.5	-2.5	0.0	-3.0
3.0	10.0	16.0	9.0	0.5	1.0	-2.5	-2.0	-0.5	0.5	2.5
4.5	11.5	16.0	4.0	-3.0	-6.5	-8.5	-5.5	0.5	4.0	3.0
13.0	6.5	-2.5	-6.0	0.0	-4.5	-3.5	-0.5	2.0	3.0	3.0
21.0	4.5	-14.0	-17.0	-6.0	-2.5	1.0	3.0	1.5	0.5	1.5

Gambar 3.33. Intensitas citra turunan arah *y* Lvl 3

d. Menghitung matriks gradasi spasial menggunakan persamaan (2.22)

$$G = \sum_{x=p_x-w_x}^{p_x+w_x} \sum_{y=p_y-w_y}^{p_y+w_y} \begin{bmatrix} I_x^2(x,y) & I_x(x,y)I_y(x,y) \\ I_x(x,y)I_y(x,y) & I_y^2(x,y) \end{bmatrix}$$

Diketahui $u^0 = (134,154)$ dan $w_x = w_y = 5$. Maka dilakukan perhitungan sebagai berikut.

$I_x^2 = \sum_{x=129}^{139} \sum_{y=149}^{159} I_x^2(x,y) =$

$I_x(129,149)^2 + \cdots + I_x(139,159)^2 = 9024$

$I_y^2 = \sum_{x=129}^{139} \sum_{y=149}^{159} I_y^2(x,y) =$

$I_y(129,149)^2 + \cdots + I_y(139,159)^2 = 8043$

$I_x I_y = \sum_{x=129}^{139} \sum_{y=149}^{159} I_x(x,y)I_y(x,y) =$

$I_x(129,149)I_y(129,149) + \cdots + I_x(139,159)I_y(139,159) =$

5551.8

Sehingga,

$$G = \begin{bmatrix} 9024 & 5551.8 \\ 5551.8 & 8043 \end{bmatrix}$$

e. Inisialisasi iterasi LK menggunakan persamaan (2.23)

$\bar{v}^0 = [0 \;\; 0]^T$

f. Ulangi $k = 1$ sampai 5 dengan step 1 (atau)

sampai $\|\bar{n}^k\| < 0.5$,

Iterasi LK pertama, L=0, k=1

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

Perbedaan citra dihitung dalam rentang piksel

[129,139] × [149,159]

$$g^0 = \begin{bmatrix} 70.063 \\ -27.247 \end{bmatrix}$$

$$\delta I_k(x,y) = I^L(x,y) - J^L\left(x + g_x^L + v_x^{k-1}, y + g_y^L + v_y^{k-1}\right)$$

$$\delta I_k(129{,}149) = I^L(129{,}149) - J^L(199{,}122) = 17$$

dan seterusnya sampai

$$\delta I_k(139{,}159) = I^L(139{,}159) - J^L(209{,}132) = 55$$

17.0	20.0	23.0	25.0	19.0	23.0	24.0	30.0	27.0	25.0	19.0
14.0	21.0	26.0	20.0	22.0	32.0	27.0	31.0	25.0	41.0	36.0
18.0	23.0	26.0	18.0	22.0	31.0	30.0	22.0	18.0	37.0	41.0
23.0	21.0	24.0	27.0	27.0	25.0	28.0	28.0	53.0	69.0	74.0
25.0	16.0	22.0	42.0	39.0	30.0	31.0	30.0	57.0	64.0	83.0
28.0	20.0	32.0	63.0	54.0	46.0	45.0	56.0	77.0	81.0	86.0
29.0	30.0	47.0	74.0	62.0	62.0	60.0	62.0	63.0	61.0	65.0
26.0	30.0	43.0	59.0	60.0	60.0	61.0	53.0	59.0	57.0	62.0
49.0	47.0	67.0	75.0	74.0	70.0	61.0	51.0	50.0	54.0	59.0
70.0	70.0	77.0	60.0	64.0	60.0	54.0	52.0	53.0	57.0	60.0
87.0	96.0	90.0	62.0	54.0	51.0	49.0	51.0	55.0	55.0	55.0

Gambar 3.34. Intensitas perbedaan citra Lvl 3 K 1

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\bar{b}_1 = \sum_{x=129}^{139} \sum_{y=149}^{159} \begin{bmatrix} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) \\ \delta I_k(x,y) I_y(x,y) \end{bmatrix}$$

$$\sum_{x=129}^{139} \sum_{y=149}^{159} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = 22627$$

$$\sum_{x=129}^{139} \sum_{y=149}^{159} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = 16338$$

$$\bar{b}_1 = \begin{bmatrix} 22627 \\ 16338 \end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^k = G^{-1} \bar{b}_1$$

$$\bar{n}^1 = \begin{bmatrix} 9024 & 5551.8 \\ 5551.8 & 8043 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 22627 \\ 16338 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^1 = \left(\frac{1}{41757548.76} \begin{bmatrix} 8043 & -5551.8 \\ -5551.8 & 9024 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 22627 \\ 16338 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^1 = \begin{bmatrix} 2.1860 \\ 0.5223 \end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^k = \bar{v}^{k-1} + \bar{n}^k$$

$$\bar{v}^1 = \bar{v}^0 + \bar{n}^1$$

$$\bar{v}^1 = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.1860\\0.5223\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2.1860\\0.5223\end{bmatrix}$$

Iterasi LK kedua, L=0, k=2, $\|\bar{n}^k\| = 2.2475$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$$g^0 = \begin{bmatrix}70.063\\-27.247\end{bmatrix}\ ,\ \bar{v}^1 = \begin{bmatrix}2.1860\\0.5223\end{bmatrix}$$

$$\delta I_k(129{,}149) = I^L(129{,}149) - J^L(201{,}122) = 17$$

dan seterusnya sampai

$$\delta I_k(139{,}159) = I^L(139{,}159) - J^L(211{,}132) = 52$$

17.0	19.0	21.0	25.0	18.0	22.0	27.0	32.0	28.0	24.0	17.0
16.0	19.0	21.0	17.0	20.0	29.0	28.0	32.0	25.0	40.0	34.0
20.0	23.0	24.0	15.0	21.0	31.0	29.0	20.0	16.0	36.0	42.0
25.0	24.0	27.0	29.0	29.0	26.0	27.0	24.0	50.0	68.0	75.0
24.0	16.0	23.0	43.0	39.0	28.0	27.0	25.0	54.0	64.0	83.0
27.0	18.0	28.0	60.0	52.0	44.0	42.0	53.0	76.0	81.0	86.0
32.0	30.0	44.0	72.0	61.0	63.0	61.0	62.0	62.0	59.0	63.0
29.0	32.0	43.0	59.0	60.0	60.0	61.0	54.0	57.0	54.0	59.0
50.0	48.0	67.0	74.0	73.0	69.0	60.0	50.0	49.0	52.0	56.0
68.0	68.0	77.0	59.0	63.0	59.0	54.0	50.0	51.0	54.0	56.0
84.0	94.0	89.0	62.0	54.0	50.0	48.0	49.0	52.0	52.0	52.0

Gambar 3.35. Intensitas perbedaan citra Lvl 3 K 2

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = 22074$$

$$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = 15769.5$$

$$\bar{b}_2 = \begin{bmatrix}22074\\15769.5\end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^2 = \begin{bmatrix}9024 & 5551.8\\5551.8 & 8043\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}22074\\15769.5\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^2 = \left(\frac{1}{41757548.76}\begin{bmatrix}8043 & -5551.8\\-5551.8 & 9024\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}22074\\15769.5\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^2 = \begin{bmatrix}2.1551\\0.4731\end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^2 = \begin{bmatrix}2.1860\\0.5223\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.1551\\0.4731\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4.3411\\0.9953\end{bmatrix}$$

Iterasi LK ketiga, L=0, k=3, $\|\bar{n}^k\| = 2.206$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$$g^0 = \begin{bmatrix} 70.063 \\ -27.247 \end{bmatrix},\ \bar{v}^2 = \begin{bmatrix} 4.3411 \\ 0.9953 \end{bmatrix}$$

$$\delta I_k(129,149) = I^L(129,149) - J^L(203,123) = 19$$

dan seterusnya sampai

$$\delta I_k(139,159) = I^L(139,159) - J^L(213,133) = 52$$

19.0	18.0	17.0	22.0	18.0	23.0	27.0	30.0	25.0	23.0	19.0
18.0	22.0	22.0	18.0	22.0	30.0	26.0	29.0	23.0	39.0	36.0
20.0	23.0	23.0	15.0	20.0	28.0	25.0	17.0	15.0	36.0	41.0
23.0	20.0	22.0	26.0	27.0	23.0	23.0	24.0	51.0	68.0	73.0
25.0	13.0	19.0	41.0	39.0	28.0	27.0	26.0	54.0	62.0	80.0
28.0	16.0	27.0	60.0	52.0	43.0	42.0	54.0	75.0	78.0	82.0
31.0	27.0	42.0	71.0	61.0	61.0	59.0	62.0	61.0	56.0	60.0
25.0	28.0	41.0	58.0	59.0	59.0	59.0	52.0	55.0	50.0	55.0
46.0	43.0	65.0	74.0	73.0	67.0	57.0	48.0	46.0	48.0	53.0
66.0	65.0	75.0	59.0	62.0	56.0	51.0	48.0	49.0	52.0	55.0
82.0	91.0	88.0	62.0	53.0	47.0	45.0	47.0	50.0	51.0	52.0

Gambar 3.36. Intensitas perbedaan citra Lvl 3 K 3

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159} \delta I_k(x,y) I_x(x,y) = 21609$$

$$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159} \delta I_k(x,y) I_y(x,y) = 15394$$

$$\bar{b}_3 = \begin{bmatrix} 21609 \\ 15394 \end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^3 = \begin{bmatrix} 9024 & 5551.8 \\ 5551.8 & 8043 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 21609 \\ 15394 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^3 = \left(\frac{1}{41757548.76}\begin{bmatrix} 8043 & -5551.8 \\ -5551.8 & 9024 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} 21609 \\ 15394 \end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^3 = \begin{bmatrix} 2.1155 \\ 0.4537 \end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^3 = \begin{bmatrix} 4.3411 \\ 0.9953 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.1155 \\ 0.4537 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.4566 \\ 1.4491 \end{bmatrix}$$

Iterasi LK keempat, L=0, k=4, $\|\bar{n}^k\| = 2.1635$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$$g^0 = \begin{bmatrix} 70.063 \\ -27.247 \end{bmatrix},\ \bar{v}^3 = \begin{bmatrix} 6.4566 \\ 1.4491 \end{bmatrix}$$

$$\delta I_k(129,149) = I^L(129,149) - J^L(205,123) = 19$$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(139,159) = I^L(139,159) - J^L(215,133) = 52$

19.0	19.0	18.0	22.0	16.0	19.0	22.0	27.0	25.0	23.0	17.0
16.0	18.0	19.0	16.0	20.0	27.0	23.0	28.0	23.0	39.0	33.0
20.0	20.0	21.0	14.0	21.0	29.0	25.0	16.0	13.0	34.0	39.0
25.0	20.0	22.0	26.0	27.0	23.0	24.0	22.0	48.0	65.0	71.0
26.0	13.0	18.0	40.0	38.0	27.0	26.0	25.0	52.0	59.0	78.0
26.0	16.0	26.0	59.0	51.0	43.0	40.0	52.0	72.0	74.0	79.0
29.0	26.0	42.0	71.0	60.0	60.0	57.0	59.0	58.0	53.0	57.0
25.0	27.0	41.0	58.0	58.0	56.0	58.0	50.0	53.0	49.0	54.0
45.0	43.0	65.0	74.0	72.0	65.0	56.0	46.0	44.0	48.0	53.0
64.0	64.0	75.0	60.0	63.0	57.0	49.0	46.0	46.0	51.0	55.0
82.0	92.0	90.0	64.0	54.0	47.0	46.0	47.0	49.0	51.0	52.0

Gambar 3.37. Intensitas perbedaan citra Lvl 3 K 4

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159}\delta I_k(x,y)I_x(x,y) = 20953$

$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159}\delta I_k(x,y)I_y(x,y) = 14757$

$\bar{b}_4 = \begin{bmatrix}20953\\14757\end{bmatrix}$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$\bar{n}^4 = \begin{bmatrix}9024 & 5551.8\\5551.8 & 8043\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}20953\\14757\end{bmatrix}$

$\bar{n}^4 = \left(\frac{1}{41757548.76}\begin{bmatrix}8043 & -5551.8\\-5551.8 & 9024\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}20953\\14757\end{bmatrix}$

$\bar{n}^4 = \begin{bmatrix}2.0738\\0.4033\end{bmatrix}$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$\bar{v}^4 = \begin{bmatrix}6.4566\\1.4491\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2.0738\\0.4033\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8.5304\\1.8524\end{bmatrix}$

Iterasi LK kelima, L=0, k=5, $\|\bar{n}^k\| = 2.1127$

i. Menghitung perbedaan citra menggunakan persamaan (2.24)

$g^0 = \begin{bmatrix}70.063\\-27.247\end{bmatrix}$, $\bar{v}^4 = \begin{bmatrix}8.5304\\1.8524\end{bmatrix}$

$\delta I_k(129,149) = I^L(129,149) - J^L(208,124) = 16$

dan seterusnya sampai

$\delta I_k(139,159) = I^L(139,159) - J^L(218,134) = 49$

16.0	15.0	16.0	21.0	15.0	19.0	22.0	26.0	22.0	19.0	14.0
14.0	16.0	18.0	16.0	19.0	26.0	24.0	26.0	18.0	34.0	30.0
17.0	18.0	20.0	13.0	19.0	26.0	23.0	13.0	8.0	29.0	35.0
20.0	18.0	21.0	25.0	25.0	20.0	21.0	19.0	43.0	60.0	67.0
21.0	11.0	18.0	39.0	34.0	24.0	23.0	21.0	48.0	56.0	76.0
23.0	14.0	26.0	58.0	48.0	39.0	37.0	49.0	70.0	73.0	78.0
25.0	25.0	43.0	71.0	58.0	56.0	54.0	55.0	56.0	53.0	56.0
23.0	28.0	43.0	58.0	56.0	56.0	56.0	48.0	53.0	49.0	53.0
46.0	46.0	68.0	73.0	68.0	67.0	56.0	47.0	46.0	50.0	53.0
69.0	67.0	79.0	58.0	61.0	57.0	50.0	47.0	49.0	52.0	53.0
86.0	94.0	92.0	60.0	49.0	47.0	44.0	47.0	51.0	50.0	49.0

Gambar 3.38. Intensitas perbedaan citra Lvl 3 K 5

ii. Vektor ketidakcocokan citra menggunakan persamaan (2.25)

$$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159}\delta I_k(x,y)I_x(x,y) = 20194$$

$$\sum_{x=129}^{139}\sum_{y=149}^{159}\delta I_k(x,y)I_y(x,y) = 14410$$

$$\bar{b}_5 = \begin{bmatrix}20194\\14410\end{bmatrix}$$

iii. *Optical flow* menggunakan persamaan (2.26)

$$\bar{n}^5 = \begin{bmatrix}9024 & 5551.8\\5551.8 & 8043\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}20194\\14410\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^5 = \left(\frac{1}{41757548.76}\begin{bmatrix}8043 & -5551.8\\-5551.8 & 9024\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}20194\\14410\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}^5 = \begin{bmatrix}1.9737\\0.4292\end{bmatrix}$$

iv. Menebak untuk iterasi berikutnya menggunakan persamaan (2.27)

$$\bar{v}^5 = \begin{bmatrix}8.5304\\1.8524\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1.9737\\0.4292\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}10.5041\\2.2816\end{bmatrix}$$

g. Hitung *optical flow* akhir pada level *L* menggunakan persamaan (2.28)

$$d^0 = \bar{v}^K = \bar{v}^5 = \begin{bmatrix}10.5041\\2.2816\end{bmatrix}$$

h. Menebak untuk level berikutnya $L-1$ menggunakan persamaan (2.29)

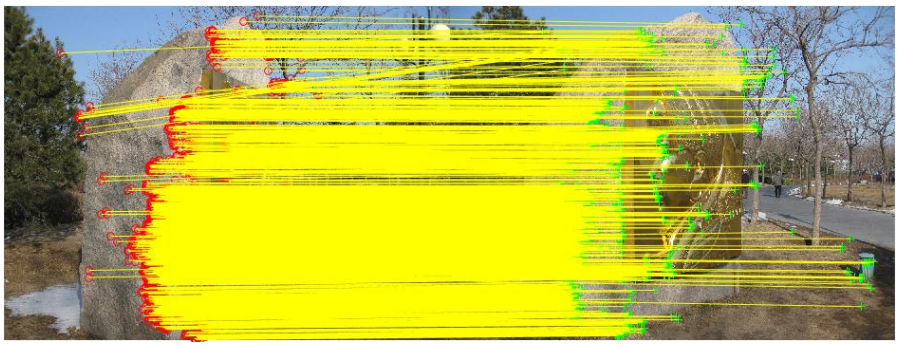
$$g^{-1} = 2(g^0 + d^0) = 2\left(\begin{bmatrix}70.063\\-27.247\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}10.5041\\2.2816\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}161.1342\\-49.9308\end{bmatrix}$$

4. Menghitung vektor *optical flow* akhir menggunakan persamaan (2.30)

$$d = g^0 + d^0 = \begin{bmatrix}70.063\\-27.247\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}10.5041\\2.2816\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}80.5671\\-24.9654\end{bmatrix}$$

5. Menghitung lokasi titik v pada citra J menggunakan persamaan (2.31)

$$v = u + d = \begin{bmatrix}134\\154\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}80.5671\\-24.9654\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}214.5671\\129.0346\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}215\\129\end{bmatrix}$$



Gambar 3.39. Hasil penelusuran titik

3.3.2.2.2 Perhitungan Matriks Fundamental

Masukan dari proses ini adalah titik citra yang bersesuaian. Matriks fundamental dihitung menggunakan algoritma *RANSAC* [8]. Matriks fundamental ini hanya berlaku untuk menjelaskan hubungan geometri epipolar untuk satu pasang citra. Keluaran dari proses ini adalah matriks fundamental F berukuran $3x3$.

Setelah titik-titik bersesuaian ditemukan, selanjutnya adalah menghitung matriks fundamental dari titi-titik tersebut. Perhitungan menggunakan algoritma *RANSAC* sebagai berikut dengan pengaturan jumlah iterasi N=1000, *threshold* t=1.0, parameter *confidence p*=0.99.

1. Titik-titik bersesuaian diketahui telah ditemukan sebanyak 109 titik. Berikut adalah sebagian contoh data 15 pasang titik bersesuaian yang disajikan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Beberapa pasang titik bersesuaian

P1		P2	
x	**y**	**x'**	**y'**
134	154	169	154
137	152	172	152
193	167	228	167
197	164	232	164
198	240	233	240
201	248	236	248
205	159	240	159
210	171	245	171

Tabel 3.3 Beberapa pasang titik bersesuaian (Lanjutan)

P1		P2	
x	**y**	**x'**	**y'**
213	170	248	170
214	154	249	154
216	151	251	151
220	167	255	167
221	121	256	121
224	164	259	164
224	201	259	201

2. Inisialisasi matriks fundamental F menjadi matriks nol 3x3.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Tentukan $n = 0$ dan jumlah iterasi N ditentukan 1000 kali.
4. Ulangi langkah berikut sampai $n < N$
   a. Pilih 8 pasang titik bersesuaian secara acak p1 dan p2

Tabel 3.4 Delapan pasang titik dipilih acak

P1 (*x*)		P2 (*x'*)	
x	**y**	**x'**	**y'**
134	154	169	154
137	152	172	152
193	167	228	167
197	164	232	164
198	240	233	240
201	248	236	248
205	159	240	159
210	171	245	171

   b. Hitung matriks fundamental, f, menggunakan 8 pasang titik tersebut menggunakan algoritma 8-titik dinormalisasi.
      i. Normalisasi titik menggunakan persamaan (2.57) dan (2.58)

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{8}(134 + 137 + 193 + 197 + 198 + 201 + 205 + 210) = \frac{1475}{8} = 184.38$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{8}(154 + 152 + 167 + 164 + 240 + 248 + 159 + 171) = \frac{1455}{8} = 181.88$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sqrt{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}}{n}$$

$$= \frac{\sqrt{(134 - 184.38)^2 + (154 - 181.88)^2} + \cdots + \sqrt{(134 - 184.38)^2 + (154 - 181.88)^2}}{8}$$

$$= 42.398$$

$$\hat{x}_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{\bar{d}} = \frac{134 - 184.38}{42.398} = -1.188$$

$$\hat{y}_1 = \frac{y_1 - \bar{y}}{\bar{d}} = \frac{154 - 181.88}{42.398} = -0.657$$

$$\bar{x}' = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x'_i = 314.75$$

$$\bar{y}' = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y'_i = 160.79$$

$$\bar{d}' = 76.995$$

$$\hat{x}'_1 = \frac{x'_1 - \bar{x}'}{\bar{d}'} = -1.893$$

$$\hat{y}'_1 = \frac{y'_1 - \bar{y}'}{\bar{d}'} = -0.088$$

Bentuk matriks H, H' untuk mengembalikan F seperti semula menggunakan persamaan (2.59).

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{d}} & 0 & -\frac{\bar{x}}{\bar{d}} \\ 0 & \frac{1}{\bar{d}} & -\frac{\bar{y}}{\bar{d}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad H' = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{d}'} & 0 & -\frac{\bar{x}'}{\bar{d}'} \\ 0 & \frac{1}{\bar{d}'} & -\frac{\bar{y}'}{\bar{d}'} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.013 & 0 & -3.633 \\ 0 & 0.013 & -2.088 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H' = \begin{bmatrix} 0.013 & 0 & -4.088 \\ 0 & 0.013 & -2.088 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan hasil normalisasi titik sebagai berikut.

Tabel 3.5 Delapan pasang titik dinormalisasi

P1 (*x*)		**P2 (*x'*)**	
$\hat{\mathbf{x}}$	$\hat{\mathbf{y}}$	$\hat{\mathbf{x}}'$	$\hat{\mathbf{y}}'$
-1.893	-0.088	-1.893	-0.088
-1.854	-0.114	-1.854	-0.114
-1.127	0.0808	-1.127	0.0805
-1.075	0.0418	-1.075	0.0416
-1.062	1.0289	-1.062	1.0287
-1.023	1.1328	-1.023	1.1326
-0.971	-0.023	-0.971	-0.023
-0.906	0.1327	-0.906	0.1325

ii. Dekomposisi *SVD* matriks

Dengan menggunakan persamaan (2.50) maka $Af = 0$

$$\begin{bmatrix} x_1'x_1 & x_1'y_1 & x_1' & y_1'x_1 & y_1'y_1 & y_1' & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & & & & & & & & \\ x_8'x_8 & x_8'y_8 & x_8' & y_8'x_8 & y_8'y_8 & y_8' & x_8 & y_8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f11 \\ f12 \\ f13 \\ f21 \\ f22 \\ f23 \\ f31 \\ f32 \\ f33 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1.41 & 0.78 & -1.19 & 0.78 & 0.43 & -0.66 & -1.19 & -0.66 & 1 \\ 1.25 & 0.79 & -1.12 & 0.79 & 0.50 & -0.70 & -1.12 & -0.70 & 1 \\ 0.04 & -0.07 & 0.20 & -0.07 & 0.12 & -0.35 & 0.20 & -0.35 & 1 \\ 0.09 & -0.13 & 0.30 & -0.13 & 0.18 & -0.42 & 0.30 & -0.42 & 1 \\ 0.10 & 0.44 & 0.32 & 0.44 & 1.88 & 1.37 & 0.32 & 1.37 & 1 \\ 0.15 & 0.61 & 0.39 & 0.61 & 2.43 & 1.56 & 0.39 & 1.56 & 1 \\ 0.24 & -0.26 & 0.49 & -0.26 & 0.29 & -0.54 & 0.49 & -0.54 & 1 \\ 0.37 & -0.16 & 0.60 & -0.16 & 0.07 & -0.26 & 0.60 & -0.26 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f11 \\ f12 \\ f13 \\ f21 \\ f22 \\ f23 \\ f31 \\ f32 \\ f33 \end{bmatrix} = 0$$

Dekomposisi matriks singular dari matriks *A* dicari menggunakan alat bantu kalkulator, sehingga menghasilkan dekomposisi matriks U, S, V menggunakan persamaan (2.83) sebagai berikut.

$$U = \begin{bmatrix} 0.0563 & 0.7000 & -0.1570 & 0.1935 & -0.0856 & 0.3926 & -0.5059 & -0.1655 \\ 0.0577 & 0.6777 & -0.1240 & -0.1109 & 0.1029 & -0.3975 & 0.5571 & 0.1751 \\ 0.0354 & 0.1210 & 0.3959 & -0.4883 & -0.4513 & -0.1288 & -0.3289 & 0.5104 \\ 0.0313 & 0.1154 & 0.4523 & -0.3738 & -0.0836 & -0.0966 & 0.0765 & -0.7869 \\ 0.6351 & -0.0646 & -0.0169 & -0.0151 & -0.3857 & 0.5079 & 0.4291 & 0.0336 \\ 0.7640 & -0.0675 & -0.0621 & -0.0128 & 0.3415 & -0.4046 & -0.3556 & -0.0304 \\ 0.0265 & 0.1033 & 0.5650 & -0.0326 & 0.6583 & 0.4099 & 0.0849 & 0.2444 \\ 0.0592 & 0.0575 & 0.5248 & 0.7554 & -0.2696 & -0.2690 & 0.0428 & 0.0194 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 4.6731 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0.0000 & 4.0018 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0.0000 & 0.0000 & 2.5633 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.4192 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.3313 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1264 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.078 & 0.469 & -0.002 & 0.825 & 0.156 & 0.261 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.174 & 0.238 & -0.226 & 0.054 & -0.106 & -0.590 & 0.529 & -0.414 & -0.220 \\ 0.094 & -0.373 & 0.430 & 0.273 & 0.113 & -0.283 & -0.469 & -0.457 & -0.267 \\ 0.174 & 0.238 & -0.226 & 0.054 & -0.106 & -0.590 & -0.529 & 0.414 & 0.220 \\ 0.669 & 0.106 & 0.006 & -0.280 & 0.674 & 0.091 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.413 & -0.323 & -0.273 & 0.151 & -0.317 & 0.167 & -0.015 & -0.346 & 0.616 \\ 0.094 & -0.373 & 0.430 & 0.273 & 0.113 & -0.283 & 0.469 & 0.457 & 0.267 \\ 0.413 & -0.323 & -0.273 & 0.151 & -0.317 & 0.167 & 0.015 & 0.346 & -0.616 \\ 0.356 & 0.411 & 0.616 & -0.202 & -0.522 & 0.110 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

Matriks fundamental f adalah kolom terakhir dari matriks V yang disusun ulang menjadi matriks 3x3 sebagai berikut.

$$f = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.220 & -0.267 \\ 0.220 & 0.000 & 0.616 \\ 0.267 & -0.616 & 0.000 \end{bmatrix}$$

Kemudian menghitung kembali dekomposisi matriks F sebagai berikut.

Menghitung matriks U dengan menghitung nilai eigen dari matriks FF^T , sehingga

$$FF^T = \begin{bmatrix} 0.112 & -0.165 & 0.136 \\ -0.165 & 0.429 & 0.059 \\ 0.136 & 0.059 & 0.452 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.112 & -0.165 & 0.136 \\ -0.165 & 0.429 & 0.059 \\ 0.136 & 0.059 & 0.452 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$0.112x_1 - 0.165x_2 + 0.136x_3 = \lambda x_1$$

$-0.165x_1 + 0.429x_2 + 0.059x_3 = \lambda x_2$

$0.136x_1 + 0.059x_2 + 0.452x_3 = \lambda x_3$

yang ditulis ulang menjadi

$(0.112 - \lambda)x_1 - 0.165x_2 + 0.136x_3 = 0$

$-0.165x_1 + (0.429 - \lambda)x_2 + 0.059x_3 = 0$

$0.136x_1 + 0.059x_2 + (0.452 - \lambda)x_3 = 0$

yang diselesaikan dengan mengatur

$$\begin{vmatrix} (0.112-\lambda) & -0.165 & 0.136 \\ -0.165 & (0.429-\lambda) & 0.059 \\ 0.136 & 0.059 & (0.452-\lambda) \end{vmatrix} = 0$$

$$(0.112-\lambda)\begin{vmatrix} (0.429-\lambda) & 0.059 \\ 0.059 & (0.452-\lambda) \end{vmatrix} +$$

$$0.165\begin{vmatrix} -0.165 & 0.059 \\ 0.136 & (0.452-\lambda) \end{vmatrix} +$$

$$0.136\begin{vmatrix} -0.165 & (0.429-\lambda) \\ 0.136 & 0.059 \end{vmatrix} = 0$$

$(0.112 - \lambda)[(0.429 - \lambda)(0.452 - \lambda) - 0.001] +$

$0.165[0.165\lambda - 0.082] + 0.136[0.136\lambda - 0.068] = 0$

$(0.112 - \lambda)[(0.429 - \lambda)(0.452 - \lambda) - 0.001] + 0.03\lambda -$

$0.013 + 0.018\lambda - 0.01 = 0$

$\lambda(0.5 - \lambda)(0.5 - \lambda) = 0$

maka $\lambda = 0, \lambda = 0.5, \lambda = 0.5$ adalah nilai eigen dari FF^T.

Selanjutnya mensubtitusikan kembali λ persamaan asli untuk mencari vektor eigen.

$\lambda = 0.5$

$$-0.388x_1 - 0.165x_2 + 0.136x_3 = 0$$

$$-0.165x_1 - 0.071x_2 + 0.059x_3 = 0$$

$$0.136x_1 + 0.059x_2 - 0.048x_3 = 0$$

Jadi untuk $\lambda = 0.5$, $v_1 = v_2 = [1\ ,\ -5.7\ ,\ -4.1]$

$\lambda = 0$

$$0.112x_1 - 0.165x_2 + 0.136x_3 = 0$$

$$-0.165x_1 + 0.429x_2 + 0.059x_3 = 0$$

$$0.136x_1 + 0.059x_2 + 0.452x_3 = 0$$

Jadi untuk $\lambda = 0$, $v_3 = [1\ ,\ 0.43\ ,\ -0.31]$

Dengan menyusun v_1, v_2, v_3 menjadi vektor kolom pada matriks, maka didapatkan sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -5.7 & -5.7 & 0.43 \\ -4.1 & -4.1 & -0.31 \end{bmatrix}$$

Kemudian dilakukan ortonormalisasi.

$u_1 = \frac{v_1}{|v_1|} = \left[\frac{1}{7.1}\ , -\frac{5.7}{7.1}\ , -\frac{4.1}{7.1}\right] = [0.141, -0.804, -0.578]$

$w_2 = v_2 - u_1.v_2 * u_1 = [0\ \ 0\ \ 0]$

$u_2 = \frac{w_2}{|w_2|} = [0\ \ \ 0\ \ \ 0]$

$w_3 = v_3 - u_1.v_3 * u_1 - u_2.v_3 * u_2 = [0.887\ \ \ 0.362\ \ \ -0.287]$

$u_3 = \frac{w_3}{|w_3|} = [0.887\ \ \ 0.362\ \ \ -0.287]$

Sehingga didapatkan matriks U,

$$U = \begin{bmatrix} 0.141 & -0.804 & -0.578 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.887 & 0.362 & -0.287 \end{bmatrix}$$

Dengan cara yang sama, dihitung $F^T F$ untuk mendapatkan matriks V, sehingga didapatkan

$$V = \begin{bmatrix} -0.49 & 0 & 0.871 \\ 0.673 & -0.635 & 0.378 \\ -0.554 & -0.772 & -0.311 \end{bmatrix}$$

Matriks S dihitung kembali dengan menghitung akar pangkat dua dari nilai eigen yang didapatkan dan disusun dari nilai eigen terbesar sampai terkecil pada posisi diagonalnya.

$$S = \begin{bmatrix} 0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya adalah memperbaiki matriks fundamental f dengan mengubah nilai singular terkecil S_{33} menjadi nol. Maka dengan menggunakan persamaan (2.83) matriks f yang baru menjadi

$f = USV^T$

$$f = \begin{bmatrix} 0.141 & -0.804 & -0.578 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.887 & 0.362 & -0.287 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.49 & 0.673 & -0.554 \\ 0 & -0.635 & -0.772 \\ 0.871 & 0.378 & -0.311 \end{bmatrix}$$

$$f = \begin{bmatrix} 0 & -0.22 & -0.27 \\ 0.22 & 0 & 0.616 \\ 0.267 & -0.616 & 0 \end{bmatrix}$$

Kemudian mengembalikan matriks f ke keadaan sebelum dinormalisasi

$$f = H'^{T} f H$$

$$f = \begin{bmatrix} 0.013 & 0 & 0 \\ 0 & 0.013 & 0 \\ -4.088 & -2.088 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -0.22 & -0.27 \\ 0.22 & 0 & 0.616 \\ 0.267 & -0.616 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.013 & 0 & -3.633 \\ 0 & 0.013 & -2.088 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f = \begin{bmatrix} -3.4074E-12 & -6.4519E-05 & 1.1174E-02 \\ 6.4519E-05 & -4.3642E-12 & -1.0367E-02 \\ -1.1174E-02 & 1.2625E-02 & -3.9108E-01 \end{bmatrix}$$

c. Hitung *fitness* untuk matriks f untuk semua titik p1 dan p2 menggunakan persamaan (2.60) dan (2.61), dengan $u_i = p1$ dan $v_i = p2$

$d(u_i, v_i) = (v_i^T F u_i)^2 . \left(\frac{1}{(Fu_i)_1^2 + (Fu_i)_2^2} + \frac{1}{(F^T v_i)_1^2 + (F^T v_i)_2^2} \right)$

$d(u_1, v_1) = d([134,154],[169,154]) = 0.0009621$

$d(u_{109}, v_{109}) = d([365,71],[400,71]) = 8.0022E-09$

fitness : $r = \frac{sgn(d(u_1,v_1),t) + \cdots + sgn(d(u_{109},v_{109}),t)}{109} = \frac{sgn(0.0009621,1) + \cdots + sgn(8.0022E-09,1)}{109} = \frac{1+\cdots+1}{109} = 0.98165$

Dimana $sgn(a,b) = 1$ jika $a \leq b$ dan 0 jika selainnya.

d. Jika $fitness(f) > fitness(F)$ ganti F dengan f.

$0.98165 > 0$

Maka ganti F menjadi F = f

$$\mathrm{F} = \begin{bmatrix} -3.4074E-12 & -6.4519E-05 & 1.1174E-02 \\ 6.4519E-05 & -4.3642E-12 & -1.0367E-02 \\ -1.1174E-02 & 1.2625E-02 & -3.9108E-01 \end{bmatrix}$$

e. Perbarui jumlah iterasi N menggunakan persamaan (2.62)

$N = \min\left(1000, \frac{log(1-0.99)}{log(1-0.98165^8)}\right) = 2.3228$

f. $n = n + 1$

3.3.2.2.3 Penanganan *Outliers*

Pada hasil pendeteksian titik-titik bersesuaian sebelumnya, masih terdapat kemungkinan adanya titik yang bersesuaian yang sebenarnya tidak sesuai

(*outliers*). *Outliers* harus dihilangkan sehingga hanya titik-titik yang bersesuaian yang benar (*inliers*) saja yang akan diproses selanjutnya. *Outliers* dihilangkan dengan cara menguji semua titik-titik bersesuaian dengan rumus *sampson distance*. Jarak titik bersesuaian yang melebihi *threshold* yang ditentukan merupakan *outliers* dan harus dihilangkan.

Karena proses ini masih merupakan bagian dari *RANSAC*, maka *threshold* yang digunakan tetap sama yaitu *t*=1.0.

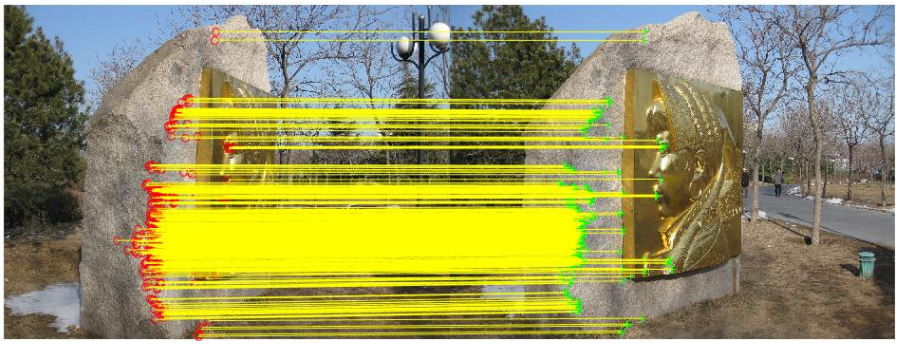
$u_i = p1\ ,\ v_i = p2$

$d(u_i, v_i) = (v_i^T F u_i)^2 . \left(\frac{1}{(Fu_i)_1^2 + (Fu_i)_2^2} + \frac{1}{(F^T v_i)_1^2 + (F^T v_i)_2^2}\right)$

$d(u_1, v_1) = d([134,154],[169,154]) = 0.0009621$ (*inlier*)

dan seterusnya sampai

$d(u_{109}, v_{109}) = d([365,71],[400,71]) = 8.0022E-09$ (*inlier*)



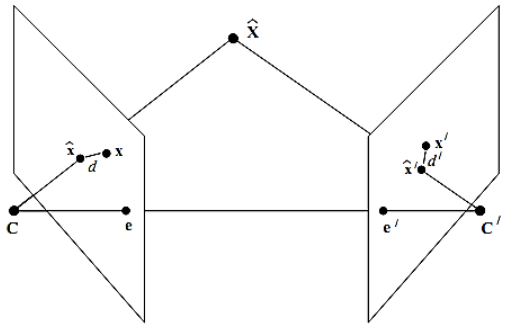
Gambar 3.40. Hasil penanganan *outliers*

3.3.2.2.4 Perbaikan titik (*Sampson Approximation*)

Masukan dari proses ini adalah titik citra yang bersesuaian, $x \leftrightarrow x'$. Perbaikan titik ini menggunakan algoritma *sampson approximation*. Perbaikan titik dilakukan sebelum triangulasi sehingga titik reproyeksi mendekati batasan epipolar. Keluaran dari proses ini adalah titik citra yang bersesuaian yang sudah diperbaiki, $\hat{x} \leftrightarrow \hat{x}'$, menggunakan algoritma *sampson approximation*. Adapun titik yang diperbaiki, $\hat{x} \leftrightarrow \hat{x}'$, dicari dengan meminimalkan fungsi pada menggunakan persamaan (2.81)

$$C(x, x') = d(x, \hat{x})^2 + d(x', \hat{x}')^2 \text{ dengan } \hat{x}'^T F \hat{x} = 0$$

dimana $d(*,*)$ adalah jarak *Euclidean* antar titik. Hal ini sama dengan meminimalkan *error* reproyeksi dari titik $\hat{X}$ yang dipetakan ke $\hat{x}$ dan $\hat{x}'$ oleh matriks proyeksi yang konsisten terhadap matriks fundamental F, seperti Gambar 3.41.



Gambar 3.41. *Error* geometri titik proyeksi $\widehat{X}$

Dengan menggunakan data titik yang sudah dihitung sebelumnya pada Tabel 3.2, maka dilakukan perhitungan titik perbaikan menggunakan *sampson approximation* menggunakan persamaan (2.80) sebagai berikut. Dimana $x_1 = [x, y]$ dan $x_2 = [x', y']$ adalah titik bersesuaian pada citra satu dan dua.

$$\begin{bmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\\ \hat{x}'\\ \hat{y}'\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x\\ y\\ x'\\ y'\end{bmatrix} - \frac{x_2^T F x_1}{(Fx_1)_1^2 + (Fx_1)_2^2 + (F^T x_2)_1^2 + (F^T x_2)_2^2}\begin{bmatrix}(F^T x_2)_1\\ (F^T x_2)_2\\ (Fx_1)_1\\ (Fx_1)_2\end{bmatrix}$$

$x_1 = [134{,}154]$ dan $x_2 = [169{,}154]$ dalam bentuk homogen menjadi $x_1 = \begin{bmatrix}134\\154\\1\end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix}169\\154\\1\end{bmatrix}$

$$x_2^T F x_1 = [169\ \ 154\ \ 1]\begin{bmatrix}-3.4074E-12 & -6.4519E-05 & 1.1174E-02\\ 6.4519E-05 & -4.3642E-12 & -1.0367E-02\\ -1.1174E-02 & 1.2625E-02 & -3.9108E-01\end{bmatrix}\begin{bmatrix}134\\154\\1\end{bmatrix} =$$

-0.00001559

$$Fx_1 = \begin{bmatrix}-3.4074E-12 & -6.4519E-05 & 1.1174E-02\\ 6.4519E-05 & -4.3642E-12 & -1.0367E-02\\ -1.1174E-02 & 1.2625E-02 & -3.9108E-01\end{bmatrix}\begin{bmatrix}134\\154\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.001238\\-0.00172\\0.05585\end{bmatrix}$$

$$F^T x_2 = \begin{bmatrix}-3.4074E-12 & 6.4519e-05 & -0.011174\\ -6.4519e-05 & -4.3642e-12 & 0.012625\\ 0.011174 & -0.010367 & -0.39108\end{bmatrix}\begin{bmatrix}169\\154\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-0.001238\\0.001721\\-0.09919\end{bmatrix}$$

$(Fx_1)_1 = 0.001238$

$(Fx_1)_2 = -0.00172$

$$(F^T x_2)_1 = -0.001238$$

$$(F^T x_2)_2 = 0.001721$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{x}' \\ \hat{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 134 \\ 154 \\ 169 \\ 154 \end{bmatrix} - \frac{-0.00001559}{(0.001238)^2 + (-0.00172)^2 + (-0.001238)^2 + (0.001721)^2} \begin{bmatrix} -0.001238 \\ 0.001721 \\ 0.001238 \\ -0.00172 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{x}' \\ \hat{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 133.992 \\ 153.994 \\ 169.008 \\ 154.006 \end{bmatrix}$$

Adapun hasil perbaikan titik menggunakan *sampson approximation* adalah titik yang seharusnya lebih mendekati batasan epipolar (2.48) $x'^T F x = 0$. Jika dibandingkan dengan titik sebelum perbaikan pada, maka terdapat selisih kurang dari 1 piksel.

Tabel 3.6. Titik perbaikan *sampson approximation*

P1		**P2**	
$\widehat{x}$	$\widehat{y}$	$\widehat{x}'$	$\widehat{y}'$
133.992	153.994	169.008	154.006
136.993	151.994	172.007	152.006
193.003	167.002	227.997	166.998
197.003	164.002	231.997	163.998
198.001	240.000	233.000	240.000
200.999	248.000	236.001	248.001
205.004	159.002	239.996	158.998
210.004	171.003	244.996	170.998
213.004	170.003	247.996	169.998
214.004	154.003	248.996	153.997
216.004	151.003	250.996	150.997
220.004	167.003	254.996	166.998
221.003	121.002	255.997	120.998
224.004	164.003	258.996	163.997
224.002	201.001	258.998	200.999

3.3.2.2.5 Perhitungan Matriks Esensial

Masukan dari proses ini adalah parameter internal kamera (matriks kalibrasi kamera), K, dan matriks fundamental, F. Matriks esensial dihitung menggunakan persamaan (2.55):

$$E = K'^T F K$$

Matriks esensial ini hanya berlaku untuk menjelaskan hubungan geometri epipolar untuk satu pasang citra. Adapun keluaran dari proses ini adalah matriks esensial, E, berukuran $3x3$.

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}$$

Berdasarkan informasi matriks kalibrasi kamera K dan jika diketahui matriks fundamental F adalah sebagai berikut,

$$K = \begin{bmatrix} 4630 & 0 & 1400 \\ 0 & 4630 & 1050 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} -3.4074E-12 & -6.4519E-05 & 1.1174E-02 \\ 6.4519E-05 & -4.3642E-12 & -1.0367E-02 \\ -1.1174E-02 & 1.2625E-02 & -3.9108E-01 \end{bmatrix}$$

maka matriks esensial dihitung menggunakan persamaan (2.55) sebagai berikut,

$$E = K'^{T} F K$$

$$E = \begin{bmatrix} 4630 & 0 & 0 \\ 0 & 4630 & 0 \\ 1400 & 1050 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3.4074E-12 & -6.4519E-05 & 1.1174E-02 \\ 6.4519E-05 & -4.3642E-12 & -1.0367E-02 \\ -1.1174E-02 & 1.2625E-02 & -3.9108E-01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4630 & 0 & 1400 \\ 0 & 4630 & 1050 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -1383.1 & -261.93 \\ 1383.1 & 0 & 370.22 \\ 261.93 & -359.76 & 1.98 \end{bmatrix}$$

3.3.2.2.6 Perhitungan Matriks Proyeksi

Masukan dari proses ini adalah matriks esensial, E. Matriks proyeksi pertama dianggap berada pada koordinat asal sehingga $P = [I_3|0]$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks proyeksi kedua memiliki kedudukan yang relatif terhadap matriks proyeksi pertama, sehingga dihitung dengan melakukan dekomposisi matriks esensial menggunakan *SVD* [13] [8]. Keluaran dari proses ini adalah matriks proyeksi P' yang merupakan matriks proyeksi kamera untuk citra kedua C_j.

Adapun perhitungan matriks proyeksi P' adalah sebagai berikut.

1. Dekomposisi matriks esensial menggunakan persamaan (2.83), sehingga $\mathrm{E} = \mathrm{USV}^T$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -1383.1 & -261.93 \\ 1383.1 & 0 & 370.22 \\ 261.93 & -359.76 & 1.98 \end{bmatrix}$$

$$EE^T = \begin{bmatrix} 1981563.13 & -96969.48 & 497065.19 \\ -96969.48 & 2050018.63 & 363003.47 \\ 497065.19 & 363003.47 & 198037.31 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1981563.13 & -96969.48 & 497065.19 \\ -96969.48 & 2050018.63 & 363003.47 \\ 497065.19 & 363003.47 & 198037.31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$(1981563.13 - \lambda)x_1 - 96969.48x_2 + 497065.19x_3 = 0$$

$$-96969.48x_1 + (2050018.63 - \lambda)x_2 + 363003.47x_3 = 0$$

$$497065.19x_1 + 363003.47x_2 + (198037.31 - \lambda)x_3 = 0$$

$$\begin{vmatrix} (1981563.13 - \lambda) & -96969.48 & 497065.19 \\ -96969.48 & (2050018.63 - \lambda) & 363003.47 \\ 497065.19 & 363003.47 & (198037.31 - \lambda) \end{vmatrix} = 0$$

$$(1981563.13 - \lambda) \begin{vmatrix} (2050018.63 - \lambda) & 363003.47 \\ 363003.47 & (198037.31 - \lambda) \end{vmatrix} +$$

$$96969.48 \begin{vmatrix} -96969.48 & 363003.47 \\ 497065.19 & (198037.31 - \lambda) \end{vmatrix} +$$

$$497065.19 \begin{vmatrix} -96969.48 & (2050018.63 - \lambda) \\ 497065.19 & 363003.47 \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda(2119644.81 - \lambda)(2110046.76 - \lambda) = 0$$

maka $\lambda = 2119644.81, \lambda = 2110046.76, \lambda = 0$ adalah nilai eigen dari EE^T.

Substitusi $\lambda = 2119644.81$

$$-138081.68x_1 - 96969.48x_2 + 497065.19x_3 = 0$$

$$-96969.48x_1 - 69626.18x_2 + 363003.47x_3 = 0$$

$$497065.19x_1 + 363003.47x_2 - 1921607.5x_3 = 0$$

$$v_1 = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] = [-1 \quad 3.253 \quad 0.357]$$

Substitusi $\lambda = 2110046.76$

$$-128483.63x_1 - 96969.48x_2 + 497065.19x_3 = 0$$

$$-96969.48x_1 - 60028.13x_2 + 363003.47x_3 = 0$$

$497065.19x_1 + 363003.47x_2 - 1912009.45x_3 = 0$

$v_2 = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] = [-1 \quad -0.291 \quad -0.315]$

Substitusi $\lambda = 0$

$1981563.13x_1 - 96969.48x_2 + 497065.19x_3 = 0$

$-96969.48x_1 + 2050018.63x_2 + 363003.47x_3 = 0$

$497065.19x_1 + 363003.47x_2 + 198037.31x_3 = 0$

$v_3 = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] = [-1 \quad -0.78 \quad 4.139]$

$u_1 = \frac{v_1}{|v_1|} = [-0.292 \quad 0.951 \quad 0.104]$

$w_2 = v_2 - u_1.v_2 * u_1 = [-1.005 \quad -0.275 \quad -0.313]$

$u_2 = \frac{w_2}{|w_2|} = [-0.924 \quad -0.252 \quad -0.288]$

$w_3 = v_3 - u_1.v_3 * u_1 - u_2.v_3 * u_2 = [-1.071 \quad -0.781 \quad 4.12]$

$u_3 = \frac{w_3}{|w_3|} = [-0.247 \quad -0.181 \quad 0.952]$

Sehingga didapatkan matriks U,

$$U = \begin{bmatrix} -0.292 & -0.924 & -0.247 \\ 0.951 & -0.252 & -0.181 \\ 0.104 & -0.288 & 0.952 \end{bmatrix}$$

Untuk mendapatkan matriks V , pertama dilakukan perhitungan matriks $E^T E$.

$$E^T E = \begin{bmatrix} 1981565 & -94231.01 & 512563.5 \\ -94231.01 & 2042385 & 361557.9 \\ 512563.5 & 361557.9 & 205669.5 \end{bmatrix}$$

Dengan cara yang sama seperti mendapatkan matriks U, maka

$$V = \begin{bmatrix} 0.917 & -0.307 & -0.254 \\ 0.267 & 0.946 & -0.18 \\ 0.296 & 0.097 & 0.95 \end{bmatrix}$$

Matriks S dihitung kembali dengan menghitung akar pangkat dua dari nilai eigen yang didapatkan dan disusun dari nilai eigen terbesar sampai terkecil pada posisi diagonalnya.

$$S = \begin{bmatrix} 1455.881 & 0 & 0 \\ 0 & 1452.594 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00003 \end{bmatrix}$$

2. Normalisasi matriks esensial

   Matriks S diubah menjadi,

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   Maka matriks esensial yang dinormalisasi menjadi,

$$\text{Enorm} = \text{USV}^T$$

$$\text{Enorm} = \begin{bmatrix} -0.292 & -0.924 & -0.247 \\ 0.951 & -0.252 & -0.181 \\ 0.104 & -0.288 & 0.952 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.917 & 0.267 & 0.296 \\ -0.307 & 0.946 & 0.097 \\ -0.254 & -0.18 & 0.95 \end{bmatrix}$$

$$\text{Enorm} = \begin{bmatrix} 0.001 & -0.952 & -0.18 \\ 0.95 & -0.001 & 0.254 \\ 0.18 & -0.248 & 0.001 \end{bmatrix}$$

3. Dekomposisi matriks esensial yang telah dinormalisasi

$$\text{Enorm} = \text{USV}^T$$

$$U = \begin{bmatrix} -0.001 & 0.969 & -0.248 \\ -0.983 & -0.047 & -0.18 \\ -0.186 & 0.243 & 0.952 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} -0.967 & 0 & -0.254 \\ 0.047 & -0.983 & -0.18 \\ -0.25 & -0.186 & 0.95 \end{bmatrix}$$

4. Menyatakan 4 solusi kemungkinan

   Definisikan W sebagai berikut.

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Maka dengan menggunakan persamaan (2.56) maka empat solusi kemungkinan P' yang mungkin adalah sebagai berikut:

   a. $P_1' = [UWV^T \mid u_3]$

$$UWV^T = \begin{bmatrix} -0.001 & 0.969 & -0.248 \\ -0.983 & -0.047 & -0.18 \\ -0.186 & 0.243 & 0.952 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.967 & 0.047 & -0.25 \\ 0 & -0.983 & -0.186 \\ -0.254 & -0.18 & 0.95 \end{bmatrix}$$

$$P_1' = \begin{bmatrix} -0.874 & 0.0892 & -0.478 & -0.248 \\ 0.0911 & -0.936 & -0.342 & -0.18 \\ -0.477 & -0.3427 & 0.8090 & 0.952 \end{bmatrix}$$

b. $P_2' = [UWV^T \mid -u_3]$

$$P_2' = \begin{bmatrix} -0.874 & 0.0892 & -0.478 & 0.248 \\ 0.0911 & -0.936 & -0.342 & 0.18 \\ -0.477 & -0.3427 & 0.8090 & -0.952 \end{bmatrix}$$

c. $P_3' = [UW^TV^T \mid u_3]$

$$P_3' = \begin{bmatrix} 1.000015 & 0.000079 & 0.006836 & -0.248 \\ 0.000271 & 1.000898 & 0.000088 & -0.18 \\ -0.006827 & 0.000057 & 0.999746 & 0.952 \end{bmatrix}$$

d. $P_4' = [UW^TV^T \mid -u_3]$

$$P_4' = \begin{bmatrix} 1.000015 & 0.000079 & 0.006836 & 0.248 \\ 0.000271 & 1.000898 & 0.000088 & 0.18 \\ -0.006827 & 0.000057 & 0.999746 & -0.952 \end{bmatrix}$$

5. Menentukan solusi yang tepat

Untuk menentukan matriks proyeksi yang benar, dilakukan uji triangulasi *DLT* pada semua solusi dengan satu pasang titik bersesuaian, $x \leftrightarrow x'$. Hasil triangulasi dengan nilai koordinat *Z* positif dipilih sebagai matriks proyeksi yang benar.

$x \leftrightarrow x' = [x, y] \leftrightarrow [x', y']$

$x \leftrightarrow x' = [134{,}154] \leftrightarrow [169{,}154]$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a. Uji dengan P_1'

a.1. Hitung matriks *A* menggunakan persamaan (2.74), dengan p^{iT} adalah baris ke *i* matriks *P*.

$x_1 = [x, y] = [134{,}154]$

$x_2 = [x', y'] = [169{,}154]$

$$P_1' = \begin{bmatrix} -0.874 & 0.0892 & -0.478 & -0.248 \\ 0.0911 & -0.936 & -0.342 & -0.18 \\ -0.477 & -0.3427 & 0.8090 & 0.952 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} xp^{3T} - p^{1T} \\ yp^{3T} - p^{2T} \\ x'p'^{3T} - p'^{1T} \\ y'p'^{3T} - p'^{2T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 134 & 0 \\ 0 & -1 & 154 & 0 \\ -79.70331 & -58.018 & 137.208 & 161.136 \\ -73.516675 & -51.851 & 124.936 & 146.788 \end{bmatrix}$$

a.2. Normalisasi setiap baris A, dimana $A1$ adalah baris pertama, $A2$ baris kedua, dan seterusnya, menggunakan persamaan (2.75), (2.76) dan (2.77).

$$norm(Z) = \sqrt{{z_1}^2 + {z_2}^2 + {z_3}^2 + {z_4}^2}$$

$$A1 = \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{norm(A1)} & \frac{a_{12}}{norm(A1)} & \frac{a_{13}}{norm(A1)} & \frac{a_{14}}{norm(A1)} \end{bmatrix}$$

$$A1 = [-0.00746 \quad 0 \quad 0.9999 \quad 0]$$

$$A2 = \begin{bmatrix} \frac{a_{21}}{norm(A2)} & \frac{a_{22}}{norm(A2)} & \frac{a_{23}}{norm(A2)} & \frac{a_{24}}{norm(A2)} \end{bmatrix}$$

$$A2 = [0 \quad -0.00649 \quad 0.9999 \quad 0]$$

$$A3 = \begin{bmatrix} \frac{a_{31}}{norm(A3)} & \frac{a_{32}}{norm(A3)} & \frac{a_{33}}{norm(A3)} & \frac{a_{34}}{norm(A3)} \end{bmatrix}$$

$$A3 = [-0.3413 \quad -0.2485 \quad 0.5876 \quad 0.6901]$$

$$A4 = \begin{bmatrix} \frac{a_{41}}{norm(A4)} & \frac{a_{42}}{norm(A4)} & \frac{a_{43}}{norm(A4)} & \frac{a_{44}}{norm(A4)} \end{bmatrix}$$

$$A4 = [-0.3456 \quad -0.2437 \quad 0.5873 \quad 0.69005]$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.00746 & 0 & 0.9999 & 0 \\ 0 & -0.00649 & 0.9999 & 0 \\ -0.3413 & -0.2485 & 0.5876 & 0.6901 \\ -0.3456 & -0.2437 & 0.5873 & 0.69005 \end{bmatrix}$$

a.3. Dekomposisi *SVD* matriks A menjadi $A = USV^T$ menggunakan persamaan (2.83)

Dengan cara yang sama seperti dekomposisi matriks esensial, maka didapatkan,

$$V = \begin{bmatrix} 0.19474 & -0.3750 & -0.69172 & 0.58562 \\ 0.1398 & -0.2680 & 0.71672 & 0.6283 \\ -0.89033 & -0.4552 & -0.00025 & 0.00422 \\ -0.3870 & 0.76171 & -0.08846 & 0.5120 \end{bmatrix}$$

a.4. Pilih kolom V dengan vektor eigen terkecil (kolom terakhir) menggunakan persamaan (2.78).

$$X = \begin{bmatrix} v_{14} \\ v_{24} \\ v_{34} \\ v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.58562 \\ 0.6283 \\ 0.00422 \\ 0.5120 \end{bmatrix}$$

a.5. Normalisasi X dengan membagi masing-masing elemen dengan elemen terakhir, v_{44}, dan elemen terakhir dihilangkan sehingga P berukuran 3x1 menggunakan persamaan (2.79).

$$X = \begin{bmatrix} v_{14}/v_{44} \\ v_{24}/v_{44} \\ v_{34}/v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.14378 \\ 1.2273 \\ 0.00825 \end{bmatrix}$$

$X = [x \quad y \quad z] = [1.14378 \quad 1.2273 \quad 0.00825]$. (Z positif)

a.6. Uji kembali Z untuk kedua kalinya sebagai berikut.

$X' = (X - P_T)P_R$

P_T dan P_R : kolom terakhir dan 3 kolom pertama matriks P.

$$X' = \left(\begin{bmatrix} 1.14378 \\ 1.2273 \\ 0.00825 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.248 \\ -0.18 \\ 0.952 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} -0.874 & 0.0892 & -0.478 \\ 0.0911 & -0.936 & -0.342 \\ -0.477 & -0.3427 & 0.8090 \end{bmatrix}$$

$X' = [-0.6381 \quad -0.8697 \quad -1.9102]$

Kali ini didapatkan Z bertanda negatif. Sehingga matriks P_1' tidak dipilih.

b. Uji dengan P_2'

$X = [-1.1437 \quad -1.2273 \quad -0.008252]$

Z bertanda negatif sehingga P_2' tidak dipilih.

c. Uji dengan P_3'

$X = [158.9050 \quad 170.562 \quad 1.1467]$

$X' = [159.2004 \quad 170.908 \quad 1.2976]$

Kedua-duanya Z bertanda positif, sehingga P_3' dipilih.

d. Uji dengan P_4'

$X = [-158.9050 \quad -170.562 \quad -1.146]$

Z bertanda negatif sehingga P_4' tidak dipilih.

Sehingga solusi yang tepat untuk matriks proyeksi P adalah menggunakan matriks P_3'.

$$P' = P_3' = \begin{bmatrix} 1.000015 & 0.000079 & 0.006836 & -0.248 \\ 0.000271 & 1.000898 & 0.000088 & -0.18 \\ -0.006827 & 0.000057 & 0.999746 & 0.952 \end{bmatrix}$$

3.3.2.3 Titik 3D Awal

Titik 3D awal diperoleh dengan melakukan triangulasi *DLT* pada semua titik yang bersesuaian. Sebelumnya telah dilakukan perbaikan titik menggunakan *sampson approximation* untuk mengurangi error geometri.

3.3.2.3.1 Triangulasi (*Direct Linear Transformation*)

Masukan dari proses ini adalah titik citra yang bersesuaian dan matriks proyeksi kamera. Triangulasi dilakukan terhadap dua citra sesuai urutan pasangan. Triangulasi menggunakan algoritma *DLT* untuk memperkirakan titik 3D. Keluaran dari proses ini adalah titik 3D.

Adapun langkah triangulasi untuk mendapatkan titik tiga dimensi X dari titik bersesuaian $x_1 = [133.992\ ,153.994]$ dan $x_2 = [169.008,154.006]$ adalah sebagai berikut.

1. Hitung matriks A, dengan p^{iT} adalah baris ke i matriks P menggunakan persamaan (2.74).

   $x_1 = [x, y] = [133.992\ ,153.994]$

   $x_2 = [x', y'] = [169.008,154.006]$

   $$P = \begin{bmatrix} 1.000015 & 0.000079 & 0.006836 & -0.248 \\ 0.000271 & 1.000898 & 0.000088 & -0.18 \\ -0.006827 & 0.000057 & 0.999746 & 0.952 \end{bmatrix}$$

   $$A = \begin{bmatrix} xp^{3T} - p^{1T} \\ yp^{3T} - p^{2T} \\ x'p'^{3T} - p'^{1T} \\ y'p'^{3T} - p'^{2T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 133.992 & 0 \\ 0 & -1 & 153.994 & 0 \\ -2.1538 & 0.00955 & 168.958 & 161.143 \\ -1.05166 & -0.992 & 153.966 & 146.793 \end{bmatrix}$$

2. Normalisasi setiap baris A, dimana $A1$ adalah baris pertama, $A2$ baris kedua, dan seterusnya, menggunakan persamaan (2.75), (2.76) dan (2.77).

   $norm(Z) = \sqrt{{z_1}^2 + {z_2}^2 + {z_3}^2 + {z_4}^2}$

   $$A1 = \left[\frac{a_{11}}{norm(A1)} \quad \frac{a_{12}}{norm(A1)} \quad \frac{a_{13}}{norm(A1)} \quad \frac{a_{14}}{norm(A1)}\right]$$

   $A1 = [-0.00746 \quad 0 \quad 0.99997 \quad 0]$

   $$A2 = \left[\frac{a_{21}}{norm(A2)} \quad \frac{a_{22}}{norm(A2)} \quad \frac{a_{23}}{norm(A2)} \quad \frac{a_{24}}{norm(A2)}\right]$$

   $A2 = [0 \quad -0.00649362 \quad 0.99997 \quad 0]$

$$A3 = \left[\frac{a_{31}}{norm(A3)} \quad \frac{a_{32}}{norm(A3)} \quad \frac{a_{33}}{norm(A3)} \quad \frac{a_{34}}{norm(A3)}\right]$$

$$A3 = [-0.0092 \quad 0.00004 \quad 0.723 \quad 0.6901]$$

$$A4 = \left[\frac{a_{41}}{norm(A4)} \quad \frac{a_{42}}{norm(A4)} \quad \frac{a_{43}}{norm(A4)} \quad \frac{a_{44}}{norm(A4)}\right]$$

$$A4 = [-0.0049 \quad -0.00466 \quad 0.7237 \quad 0.690]$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.00746 & 0 & 0.99997 & 0 \\ 0 & -0.0065 & 0.99997 & 0 \\ -0.0092 & 0.00004 & 0.723 & 0.6901 \\ -0.0049 & -0.00466 & 0.7237 & 0.690 \end{bmatrix}$$

3. Dekomposisi *SVD* matriks A menjadi $A = USV^T$ menggunakan persamaan (2.83)

   Dengan cara yang sama seperti dekomposisi matriks esensial, maka didapatkan,

$$V = \begin{bmatrix} 0.005825 & -0.00451 & -0.7316 & -0.6816 \\ 0.002993 & 0.001259 & 0.68166 & -0.7316 \\ -0.9283 & -0.37169 & -0.00051 & -0.0049 \\ -0.3716 & 0.92834 & -0.00468 & -0.00428 \end{bmatrix}$$

4. Pilih kolom V dengan vektor eigen terkecil (kolom terakhir) menggunakan persamaan (2.78).

$$X = \begin{bmatrix} v_{14} \\ v_{24} \\ v_{34} \\ v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6816 \\ -0.7316 \\ -0.0049 \\ -0.00428 \end{bmatrix}$$

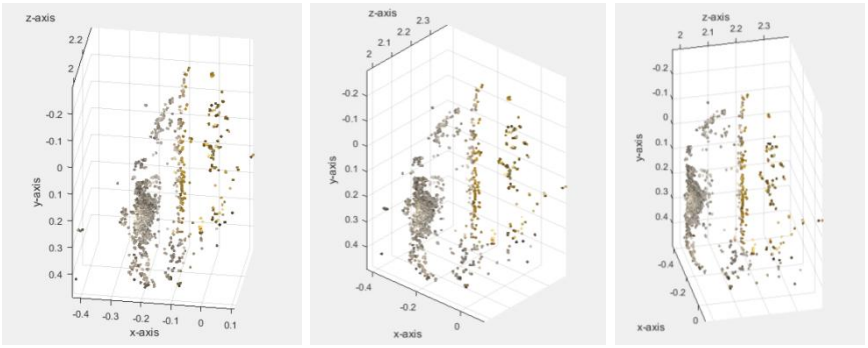
5. Normalisasi X dengan membagi masing-masing elemen dengan elemen terakhir, v_{44}, dan elemen terakhir dihilangkan sehingga P berukuran 3x1 menggunakan persamaan (2.79).

$$X = \begin{bmatrix} v_{14}/v_{44} \\ v_{24}/v_{44} \\ v_{34}/v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 158.921 \\ 170.5844 \\ 1.1469 \end{bmatrix}$$

   Maka X adalah titik tiga dimensi yang direkonstruksi dengan melakukan triangulasi titik bersesuaian $x_1 = [133.992, 153.994]$ dan $x_2 = [169.008, 154.006]$ dengan koordinat $X = [x \quad y \quad z] = [158.921 \quad 170.584 \quad 1.1469]$.

Tabel 3.7 Titik 3D hasil triangulasi *DLT*

Titik 3D		
X	Y	Z
158.9051	170.5627	1.146712
158.0595	163.9382	1.116136
149.2211	122.5465	0.753489
148.8374	117.6903	0.736572
149.2131	171.9933	0.735124
148.9973	174.9344	0.723334
148.1409	109.3025	0.705037
147.8281	114.6361	0.687165
147.6066	112.2524	0.676648
147.4504	101.1053	0.672773
147.2984	98.14901	0.665964
147.1201	106.5396	0.653344
146.8245	76.66973	0.648996
146.8553	102.6396	0.640727
147.0469	126.0053	0.641676



Gambar 3.42. Titik 3D awal dari beberapa sudut pandang

3.3.3 Rekonstruksi Citra Berikutnya/Tersisa

Rekonstruksi selanjutnya dilakukan terhadap citra yang tersisa untuk menambah titik 3D. Pertama, citra berikutnya (ketiga dan seterusnya) dipilih kemudian dideteksi titik-titik yang bersesuaian dengan citra sebelumnya yang pernah direkonstruksi. Kemudian dicari titik 2D citra yang berhubungan dengan titik 3D yang pernah diperoleh melalui hubungan titik bersesuaian yang ada. Dari hubungan titik 2D-3D tersebut akan dihitung matriks proyeksi *P* dan kemudian dilakukan triangulasi *DLT* untuk mendapatkan titik 3D yang baru.

3.3.3.1 Ambil Pasang Citra Berikutnya

Pada tahapan inisialisasi rekonstruksi sebelumnya, digunakan citra kesatu dan kedua berdasarkan daftar sekuen pasang citra yang ditentukan. Pada tahapan

rekonstruksi berikutnya, diambil citra ketiga. Jika titik 3D dari citra ketiga selesai direkonstruksi, maka berlanjut ke citra keempat dengan mencari hubungan titik dengan citra ketiga, begitu seterusnya sampai citra terakhir.

Kali ini diasumsikan bahwa citra kesatu dan kedua baru saja diproses, sehingga sekarang titik 3D akan direkonstruksi dari citra ketiga.

3.3.3.2 Estimasi Pose Kamera Dari Citra Sebelumnya

Estimasi pose kamera dilakukan untuk mendapatkan matriks proyeksi kamera untuk citra ketiga (atau seterusnya). Dengan cara yang sama pada proses inisialisasi rekonstruksi, pertama titik-titik citra yang bersesuaian dicari, kemudian dilanjutkan dengan menghitung matriks fundamental. Matriks proyeksi yang baru dihitung menggunakan algoritma *PnP*.

3.3.3.2.1 Deteksi Titik Bersesuaian

Pada tahap ini dilakukan pencarian titik bersesuaian antara citra ketiga dan kedua menggunakan algoritma *minimum eigen value* dan *KLT*. Dengan cara yang sama seperti pada inisialisasi rekonstruksi, maka didapatkan hubungan titik 2D citra kedua dan ketiga seperti pada Tabel 3.8.

Tabel 3.8. Hubungan titik 2D-3D Citra Ketiga dan Kedua

No	Titik 3D Citra 2			Citra 2		Citra 3	
	X	Y	Z	x	y	x'	y'
1	158.9051	170.5627	1.146712	169	154	200	148
2	158.0595	163.9382	1.116136	172	152	203	146
3	149.2211	122.5465	0.753489	228	167	259	161
4	148.8374	117.6903	0.736572	232	164	263	158
5	149.2131	171.9933	0.735124	233	240	264	234
6	148.9973	174.9344	0.723334	236	248	267	242
7	148.1409	109.3025	0.705037	240	159	271	153
8	147.8281	114.6361	0.687165	245	171	276	165
9	147.6066	112.2524	0.676648	248	170	279	164
10	147.4504	101.1053	0.672773	249	154	280	148
11	147.2984	98.14901	0.665964	251	151	282	145
12	147.1201	106.5396	0.653344	255	167	286	161
13	146.8245	76.66973	0.648996	256	121	287	115
14	146.8553	102.6396	0.640727	259	164	290	158
15	147.0469	126.0053	0.641676	259	201	290	195

dan matriks fundamental antara citra kedua dan ketiga sebagai berikut.

$$F = \begin{bmatrix} 5.4938e-10 & 0.00014469 & -0.026268 \\ -0.0001447 & 2.0702e-09 & 0.0306505 \\ 0.0254001 & -0.03513 & 0.99824 \end{bmatrix}$$

3.3.3.2.2 Perbaikan titik (*Sampson Approximation*)

Dengan menggunakan data titik 2D yang sudah dihitung sebelumnya pada Tabel 3.8, maka dilakukan perhitungan titik perbaikan menggunakan *sampson approximation* menggunakan persamaan (2.80) sebagai berikut. Dimana $x_2 = [x, y]$ dan $x_3 = [x', y']$ dan F adalah titik bersesuaian dan matriks fundamental pada citra kedua dan ketiga.

$$F = \begin{bmatrix} 5.4938e-10 & 0.00014469 & -0.026268 \\ -0.0001447 & 2.0702e-09 & 0.0306505 \\ 0.0254001 & -0.03513 & 0.99824 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{x}' \\ \hat{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \end{bmatrix} - \frac{x_3^T F x_2}{(Fx_2)_1^2 + (Fx_2)_2^2 + (F^T x_3)_1^2 + (F^T x_3)_2^2} \begin{bmatrix} (F^T x_3)_1 \\ (F^T x_3)_2 \\ (Fx_2)_1 \\ (Fx_2)_2 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 169 \\ 154 \\ 1 \end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix} 200 \\ 148 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_3^T F x_2 = [200 \;\; 148 \;\; 1] \begin{bmatrix} 5.4938e-10 & 0.00014469 & -0.026268 \\ -0.0001447 & 2.0702e-09 & 0.0306505 \\ 0.0254001 & -0.03513 & 0.99824 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 169 \\ 154 \\ 1 \end{bmatrix} = 0.0000158063$$

$$Fx_2 = \begin{bmatrix} 5.4938e-10 & 0.00014469 & -0.026268 \\ -0.0001447 & 2.0702e-09 & 0.0306505 \\ 0.0254001 & -0.03513 & 0.99824 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 169 \\ 154 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.003984 \\ 0.006195 \\ -0.120096 \end{bmatrix}$$

$$F^T x_3 = \begin{bmatrix} 5.4938e-10 & 0.00014469 & -0.026268 \\ -0.0001447 & 2.0702e-09 & 0.0306505 \\ 0.0254001 & -0.03513 & 0.99824 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 148 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0039841 \\ -0.0061959 \\ 0.28087252 \end{bmatrix}$$

$$(Fx_2)_1 = -0.003984$$

$$(Fx_2)_2 = 0.006195$$

$$(F^T x_3)_1 = 0.0039841$$

$$(F^T x_3)_2 = -0.0061959$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{x}' \\ \hat{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 169 \\ 154 \\ 200 \\ 148 \end{bmatrix} - \frac{0.0000158063}{(-0.003984)^2 + (0.006195)^2 + (0.0039841)^2 + (-0.0061959)^2} \begin{bmatrix} 0.0039841 \\ -0.0061959 \\ -0.003984 \\ 0.006195 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{x}' \\ \hat{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 168.99941 \\ 154.00090 \\ 200.00058 \\ 147.99909 \end{bmatrix}$$

Adapun hasil perbaikan titik menggunakan *sampson approximation* adalah titik yang seharusnya lebih mendekati batasan epipolar (2.48) $x'^T Fx = 0$. Jika dibandingkan dengan titik sebelum perbaikan pada, maka terdapat selisih kurang dari 1 piksel.

Tabel 3.9. Titik perbaikan *sampson approximation* citra kedua dan ketiga

Citra 2		**Citra 3**	
$\hat{x}$	$\hat{y}$	$\hat{x}'$	$\hat{y}'$
168.99940	154.00090	200.00060	147.99910
171.99940	152.00080	203.00060	145.99920
228.00050	167.00060	258.99950	160.99940
232.00050	164.00060	262.99950	157.99940
232.99960	240.00010	264.00040	233.99990
235.99960	248.00010	267.00040	241.99990
240.00040	159.00060	270.99960	152.99940
245.00030	171.00110	275.99970	164.99890
248.00030	170.00110	278.99970	163.99890
249.00040	154.00050	279.99960	147.99950
251.00040	151.00050	281.99960	144.99950
255.00030	167.00100	285.99970	160.99900
255.99990	121.00000	287.00010	115.00000
259.00030	164.00090	289.99970	157.99910
258.99940	201.00140	290.00060	194.99860

3.3.3.2.3 Perhitungan Matriks Proyeksi (Algoritma *PnP*)

Adapun tahapan perhitungan matriks proyeksi menggunakan algoritma *PnP* adalah sebagai berikut.

1. Normalisasi titik citra ketiga menggunakan persamaan (2.63) sampai (2.70)

$$\bar{x} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} x_i = \frac{169+172+\cdots+259}{15} = 235.467$$

$$\bar{y} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} y_i = \frac{154+152+\cdots+201}{15} = 172.2$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{15} \sqrt{(x_i-\bar{x})^2+(y_i-\bar{y})^2}}{15} = \frac{68.913+66.604+\cdots+37.192}{15} = 34.661$$

$$T = \begin{bmatrix} 1/\bar{d} & 0 & -\bar{x}/\bar{d} \\ 0 & 1/\bar{d} & -\bar{y}/\bar{d} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0288 & 0 & -7.68789 \\ 0 & 0.0288 & -4.79508 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga titik 2D yang dinormalisasi adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0288 & 0 & -7.68789 \\ 0 & 0.0288 & -4.79508 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 169 \\ 154 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.92789 \\ -0.53268 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan normalisasi titik 3D dilakukan sebagai berikut.

$$\bar{x} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} x_i = 149.294$$

$$\bar{y} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} y_i = 124.598$$

$$\bar{z} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} z_i = 0.747$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{15} \sqrt{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2 + (z_i - \bar{z})^2}}{15} = 24.857$$

$$U = \begin{bmatrix} 1/\bar{d} & 0 & 0 & -\bar{X}/\bar{d} \\ 0 & 1/\bar{d} & 0 & -\bar{Y}/\bar{d} \\ 0 & 0 & 1/\bar{d} & -\bar{Z}/\bar{d} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0402 & 0 & 0 & -6.006 \\ 0 & 0.0402 & 0 & -5.012 \\ 0 & 0 & 0.0402 & -0.03 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga titik 3D yang dinormalisasi adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ \hat{Y}_i \\ \hat{Z}_i \\ 1 \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ \hat{Y}_i \\ \hat{Z}_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0402 & 0 & 0 & -6.006 \\ 0 & 0.0402 & 0 & -5.012 \\ 0 & 0 & 0.0402 & -0.03 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 158.905 \\ 170.563 \\ 1.147 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.38198 \\ 1.8446 \\ 0.01609 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tabel 3.10. Titik 2D dan 3D Dinormalisasi

No	Titik 3D Citra 2			Citra 3	
	X	Y	Z	x'	y'
1	0.38199	1.8446	0.016	-1.928	-0.533
2	0.34799	1.5783	0.015	-1.842	-0.590
3	-0.00731	-0.08563	0.000	-0.229	-0.158
4	-0.02274	-0.28085	0.000	-0.113	-0.245
5	-0.00763	1.9021	0.000	-0.085	1.944

Tabel 3.11. Titik 2D dan 3D Dinormalisasi (Lanjutan)

No	Titik 3D Citra 2			Citra 3	
	X	Y	Z	x'	y'
6	-0.01631	2.0204	-0.001	0.002	2.175
7	-0.05074	-0.61804	-0.002	0.117	-0.389
8	-0.06331	-0.40363	-0.002	0.261	-0.043
9	-0.07222	-0.49945	-0.003	0.347	-0.072
10	-0.07849	-0.94757	-0.003	0.376	-0.533
11	-0.0846	-1.0664	-0.003	0.434	-0.619
12	-0.09177	-0.72911	-0.004	0.549	-0.158
13	-0.10366	-1.9299	-0.004	0.578	-1.483
14	-0.10242	-0.88589	-0.004	0.664	-0.245
15	-0.09472	0.053413	-0.004	0.664	0.821

2. Dekomposisi *SVD* matriks A sehingga $AP = 0$ menggunakan persamaan (2.71) dan (2.72)

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_1X_1 & -x_1Y_1 & -x_1Z_1 & -x_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -y_1X_1 & -y_1Y_1 & -y_1Z_1 & -y_1 \\ & & & & & & \vdots & & & & & \\ & & & & & & \vdots & & & & & \\ X_{15} & Y_{15} & Z_{15} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_{15}X_{15} & -x_{15}Y_{15} & -x_{15}X_{15} & -x_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{15} & Y_{15} & Z_{15} & 1 & -y_{15}X_{15} & -y_{15}Y_{15} & -y_{15}Z_{15} & -y_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{14} \\ p_{21} \\ p_{22} \\ p_{23} \\ p_{24} \\ p_{31} \\ p_{32} \\ p_{33} \\ p_{34} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.38199 & 1.8446 & 0.016 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.736 & 3.556 & 0.031 & 1.928 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.38199 & 1.8446 & 0.016 & 1 & 0.203 & 0.983 & 0.009 & 0.533 \\ & & & & & \vdots & & & & & & \\ & & & & & \vdots & & & & & & \\ -0.094715 & 0.053413 & -0.004 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.063 & -0.035 & 0.003 & -0.664 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.094715 & 0.053413 & -0.004 & 1 & 0.078 & -0.044 & 0.003 & -0.821 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{14} \\ p_{21} \\ p_{22} \\ p_{23} \\ p_{24} \\ p_{31} \\ p_{32} \\ p_{33} \\ p_{34} \end{bmatrix} = 0$$

$$A = USV^T$$

Solusi P adalah kolom matriks V dengan nilai eigen terkecil (kolom terakhir). Kemudian P disusun ulang menjadi matriks 3x4.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.005435 & -9.2457 & -0.7740 & -0.00084 \\ 0.00095 & 0.00368 & -0.6267 & -0.00013 \\ -0.00011 & 1.30443 & 0.08913 & 0.00374 \end{bmatrix}$$

3. Denormalisasi P menggunakan persamaan (2.73)

$$P = T^{-1}PU$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.0288 & 0 & -7.68789 \\ 0 & 0.0288 & -4.79508 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.005435 & -9.2457 & -0.7740 & -0.00084 \\ 0.00095 & 0.00368 & -0.6267 & -0.00013 \\ -0.00011 & 1.30443 & 0.08913 & 0.00374 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0402 & 0 & 0 & -6.006 \\ 0 & 0.0402 & 0 & -5.012 \\ 0 & 0 & 0.0402 & -0.03 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.00640 & 1.09239 & -0.12391 & -136.0920 \\ 0.00058 & 8.73585 & -0.2782 & -0.2782 \\ -0.0000044 & 0.05243 & 0.003583 & -6.53607 \end{bmatrix}$$

3.3.3.3 Perbarui Titik 3D

Karena proses triangulasi dilakukan pada setiap pasang citra, maka titik 3D yang dihasilkan pada setiap pasang yang berbeda akan memperbarui/menambah jumlah titik 3D. Cara mendapatkan titik 3D sama dengan pada saat proses inisialisasi rekonstruksi, yaitu dilakukan perbaikan titik terlebih dahulu menggunakan *sampson approximation*, dan kemudian dilakukan triangulasi *DLT*.

3.3.3.3.1 Triangulasi (*Direct Linear Transformation*)

Masukan dari proses ini adalah titik citra yang bersesuaian dan matriks proyeksi kamera. Triangulasi dilakukan terhadap dua citra sesuai urutan pasangan. Triangulasi menggunakan algoritma *DLT* untuk memperkirakan titik 3D. Keluaran dari proses ini adalah titik 3D.

Adapun langkah triangulasi untuk mendapatkan titik tiga dimensi X dari titik bersesuaian $x_2 = [168.99940\,, 154.00090]$ dan $x_3 = [200.00060\,, 147.99910]$ adalah sebagai berikut.

1. Hitung matriks A, dengan p^{iT} adalah baris ke i matriks P menggunakan persamaan (2.74).

   $x_2 = [x, y] = [168.99940\,, 154.00090]$

   $x_3 = [x', y'] = [200.00060\,, 147.99910]$

   $$P_2 = \begin{bmatrix} 1.000015 & 0.000079 & 0.006836 & -0.248 \\ 0.000271 & 1.000898 & 0.000088 & -0.18 \\ -0.006827 & 0.000057 & 0.999746 & 0.952 \end{bmatrix}$$

   $$P_3 = \begin{bmatrix} 0.00640 & 1.09239 & -0.12391 & -136.0920 \\ 0.00058 & 8.73585 & -0.2782 & -0.2782 \\ -0.0000044 & 0.05243 & 0.003583 & -6.53607 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} xp^{3T} - p^{1T} \\ yp^{3T} - p^{2T} \\ x'p'^{3T} - p'^{1T} \\ y'p'^{3T} - p'^{2T} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -2.153774 & 0.0095529 & 168.9496 & 161.1354 \\ -1.051635 & -0.99211 & 153.96169 & 146.7888 \\ -0.00729 & 9.395248 & 0.840527 & -1171.1270 \\ -0.001244 & -0.9750700 & 0.8084944 & 121.0863 \end{bmatrix}$$

2. Normalisasi setiap baris A, dimana $A1$ adalah baris pertama, $A2$ baris kedua, dan seterusnya, menggunakan persamaan (2.75), (2.76) dan (2.77)..

   $norm(Z) = \sqrt{{z_1}^2 + {z_2}^2 + {z_3}^2 + {z_4}^2}$

   $A1 = \left[\frac{a_{11}}{norm(A1)} \quad \frac{a_{12}}{norm(A1)} \quad \frac{a_{13}}{norm(A1)} \quad \frac{a_{14}}{norm(A1)}\right]$

   $A1 = [-0.009224 \quad 0.000040915 \quad 0.723612 \quad 0.6901444]$

   $A2 = \left[\frac{a_{21}}{norm(A2)} \quad \frac{a_{22}}{norm(A2)} \quad \frac{a_{23}}{norm(A2)} \quad \frac{a_{24}}{norm(A2)}\right]$

   $A2 = [-0.004943 \quad -0.004663 \quad 0.7237486 \quad 0.69003]$

   $A3 = \left[\frac{a_{31}}{norm(A3)} \quad \frac{a_{32}}{norm(A3)} \quad \frac{a_{33}}{norm(A3)} \quad \frac{a_{34}}{norm(A3)}\right]$

   $A3 = [-0.00000623 \quad 0.00802 \quad 0.0007176 \quad -0.9999]$

   $A4 = \left[\frac{a_{41}}{norm(A4)} \quad \frac{a_{42}}{norm(A4)} \quad \frac{a_{43}}{norm(A4)} \quad \frac{a_{44}}{norm(A4)}\right]$

   $A4 = [-0.0000103 \quad -0.008052 \quad 0.006676 \quad 0.9999]$

   $$A = \begin{bmatrix} -0.009224 & 0.000040915 & 0.723612 & 0.6901444 \\ -0.004943 & -0.004663 & 0.7237486 & 0.69003 \\ -0.00000623 & 0.00802 & 0.0007176 & -0.9999 \\ -0.0000103 & -0.008052 & 0.006676 & 0.9999 \end{bmatrix}$$

3. Dekomposisi *SVD* matriks A menjadi $A = USV^T$ menggunakan persamaan (2.83)

   Dengan cara yang sama seperti dekomposisi matriks esensial, maka didapatkan,

   $$V = \begin{bmatrix} 0.0038518 & -0.009026 & -0.67296 & -0.73961 \\ 0.0056251 & 0.007297 & 0.73958 & -0.67299 \\ -0.394995 & 0.918619 & -0.009919 & -0.004242 \\ -0.91865 & -0.39497 & 0.005972 & -0.005398 \end{bmatrix}$$

4. Pilih kolom V dengan vektor eigen terkecil (kolom terakhir) menggunakan persamaan (2.78).

$$X = \begin{bmatrix} v_{14} \\ v_{24} \\ v_{34} \\ v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.73961 \\ -0.67299 \\ -0.004242 \\ -0.005398 \end{bmatrix}$$

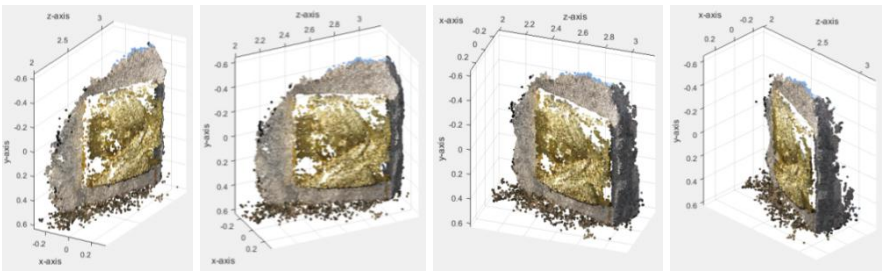
5. Normalisasi X dengan membagi masing-masing elemen dengan elemen terakhir, v_{44}, dan elemen terakhir dihilangkan sehingga P berukuran 3x1, menggunakan persamaan (2.79).

$$X = \begin{bmatrix} v_{14}/v_{44} \\ v_{24}/v_{44} \\ v_{34}/v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 137.0126 \\ 124.672 \\ 0.78584 \end{bmatrix}$$

Maka X adalah titik tiga dimensi yang direkonstruksi dengan melakukan triangulasi titik bersesuaian $x_2 = [168.99940\,, 154.00090]$ dan $x_3 = [200.00060\,, 147.99910]$ dengan koordinat $X = [x \;\; y \;\; z] = [137.0126 \;\; 124.672 \;\; 0.78584]$.

Tabel 3.12 Titik 3D baru hasil triangulasi *DLT*

Titik 3D Baru		
X	Y	Z
137.0126	124.673	0.785841
141.2828	124.6817	0.825716
170.6614	124.901	0.953828
176.7852	124.8493	1.009116
121.2588	124.6963	0.388246
118.8629	124.6968	0.355125
188.5877	124.8164	1.113512
179.1037	125.7007	0.995613
182.6133	125.367	1.023898
201.9843	124.8022	1.230431
207.633	124.7919	1.285057
191.0343	125.0545	1.093762
264.1477	124.7438	1.875667
197.474	124.948	1.150968
160.7999	124.6392	0.758833



Gambar 3.43. Objek 3D hasil rekonstruksi semua titik

3.4 Analisis Kebutuhan Perangkat Lunak

Kebutuhan perangkat lunak dalam implementasi rekonstruksi 3D dari citra 2D untuk pembuatan objek 3D ini meliputi beberapa kebutuhan, yaitu kebutuhan non fungsional (perangkat keras dan lunak) dan kebutuhan fungsional (*UML*).

3.4.1 Analisis Kebutuhan Non Fungsional

Kebutuhan non fungsional yang dibutuhkan untuk implementasi ke dalam sistem mencakup dua hal yaitu kebutuhan perangkat keras dan perangkat lunak.

3.4.1.1 Kebutuhan Perangkat Keras

Adapun spesifikasi perangkat keras yang dibutuhkan untuk implementasi kedalam sistem antara lain:

1. *Processor* minimal memiliki kecepatan 2.4 *GHz*.
2. *RAM* berkapasitas minimal 6 *GB*.
3. Memori *GPU* minimal 1 *GB*.
4. *Hard-disk* berkapasitas minimal 20 *GB* atau disesuaikan dengan sistem operasi yang digunakan.

3.4.1.2 Kebutuhan Perangkat Lunak

Perangkat lunak yang dibutuhkan untuk implementasi kedalam sistem antara lain:

1. Sistem operasi *Windows 7*.
2. *Matlab R2015b*.

3.4.2 Analisis Kebutuhan Fungsional

Fungsional merupakan tindakan mengidentifikasi proses yang akan berjalan di dalam sistem, yang akan dikembangkan dan menjelaskan kebutuhan yang diperlukan. Sehingga sistem dapat berjalan seperti yang diharapkan.

Analisis fungsional dimodelkan dengan menggunakan *UML* (*Unified Modeling Language*). Tahapan pemodelan dalam analisis tersebut antara lain mengidentifikasi aktor, pembuatan *use case diagram*, *use case scenario*, *sequence diagram*, dan *class diagram*.

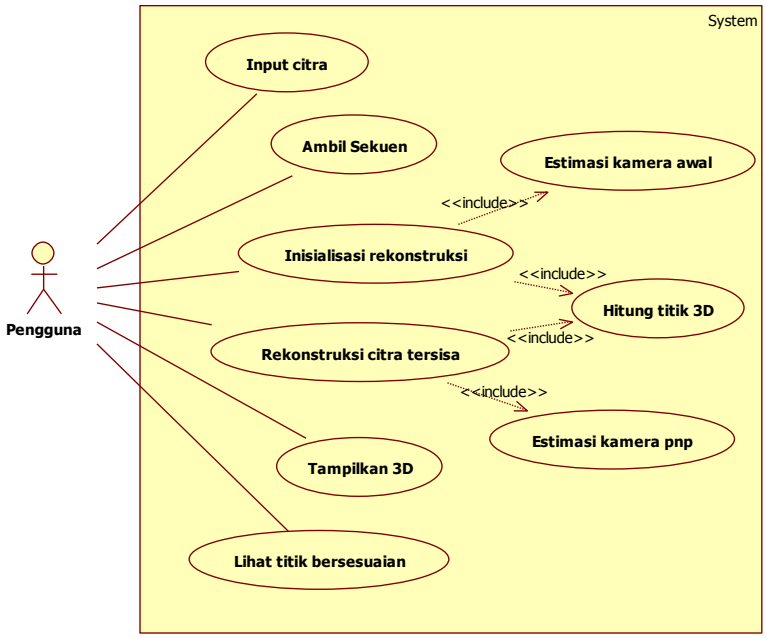
3.4.2.1 Identifikasi Aktor

Aktor yang teridentifikasi dan terlibat dalam sistem hanya ada satu yaitu ”Pengguna”.

3.4.2.2 *Use Case Diagram*

Use Case adalah interaksi yang terjadi antara sistem dan aktor yang terlibat, didalamnya termasuk pertukaran pesan dan tindakan yang dilakukan oleh sistem. *Use Case* diagram menggambarkan setiap aktivitas yang dilakukan oleh sistem dari sudut pengamatan tertentu.

Adapun *use case diagram* rekonstruksi tiga dimensi dari citra dua dimensi dapat dilihat pada Gambar 3.44.



Gambar 3.44. *Use case diagram*

3.4.2.3 Identifikasi *Use Case*

Adapun identifikasi *use case* yang terdapat pada sistem dapat dilihat pada Tabel 3.13.

Tabel 3.13. Identifikasi *use case*

***Use Case* Rekonstruksi 3D Dari Citra 2D**		
No.	***Use Case***	**Deskripsi**
UC-01	*Input* citra	Fungsionalitas untuk mengambil kumpulan file citra.
UC-02	Tampilkan 3D	Fungsionalitas untuk menampilkan objek tiga dimensi.

Tabel 3.14. Identifikasi *use case* (Lanjutan)

***Use Case* Rekonstruksi 3D Dari Citra 2D**		
No.	***Use Case***	**Deskripsi**
UC-03	Ambil Sekuen	Fungsionalitas untuk mengambil daftar sekuen pasang citra
UC-04	Inisialisasi rekonstruksi	Fungsionalitas untuk menghitung titik 3D awal.
UC-05	Rekonstruksi citra tersisa	Fungsionalitas untuk menghitung titik 3D dari citra yang lain/tersisa.
UC-06	Estimasi kamera awal	Fungsionalitas untuk menghitung matriks proyeksi awal pada pasang citra pertama.
UC-07	Estimasi kamera *pnp*	Fungsionalitas untuk menghitung matriks proyeksi pasang citra lain.
UC-08	Hitung titik 3D	Fungsionalitas untuk melakukan triangulasi titik untuk menghitung titik 3D.
UC-09	Lihat titik bersesuaian	Fungsionalitas untuk melihat titik penting dan titik bersesuaian pada citra.

3.4.2.4 *Use Case Scenario*

Skenario *use case* merupakan skenario (*flow of event*) interaksi aktor yang terlibat dengan beberapa *use case* utama. Skenario *use case* menggambarkan urutan interaksi *actor* dengan *use case* tersebut, dari awal sampai akhir.

Tabel 3.15. *Use case input* citra

No. *Use Case*	UC-01	
Nama *Use Case*	*Input* citra	
Deskripsi	Mengambil kumpulan file citra dan mengurutkannya sesuai nama file	
Aktor	Pengguna	
Kondisi Awal	Kumpulan citra	
Kondisi Akhir	Sistem menyimpan dan menampilkan kumpulan citra	
Skenario Utama		
Aksi Aktor		**Reaksi Sistem**
1. Pengguna memilih tombol “Ambil Citra”		2. Sistem menampilkan halaman *browse file*
3. Pengguna memilih citra yang akan dimasukkan		4. Sistem menyimpan citra yang dimasukkan di memori primer.

Tabel 3.16. *Use case* tampilkan 3D

No. *Use Case*	UC-02
Nama *Use Case*	Tampilkan 3D
Deskripsi	Menampilkan objek tiga dimensi
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Objek 3D belum ditampilkan
Kondisi Akhir	Objek 3D ditampilkan
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
1. Pengguna memilih tombol "Tampilkan 3D"	2. Sistem memeriksa titik 3D yang ada
	3. Sistem menampilkan objek 3D
Percabangan Aksi	
	2.1. Titik 3D tidak ditemukan 2.2. Sistem tidak menampilkan objek 3D

Tabel 3.17. *Use case* ambil sekuen

No. *Use Case*	UC-03
Nama *Use Case*	Ambil sekuen
Deskripsi	Mengambil daftar sekuen pasang citra yang akan direkonstruksi
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Daftar sekuen pasang citra
Kondisi Akhir	Sistem menyimpan daftar sekuen pasang citra
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
1. Pengguna memilih tombol "Ambil Sekuen"	2. Sistem menampilkan halaman *browse file*
3. Pengguna memilih file sekuen **.seq* yang akan dimasukkan	4. Sistem menyimpan daftar sekuen yang dimasukkan di memori primer.

Tabel 3.18. *Use case* inisialisasi rekonstruksi

No. *Use Case*	UC-04
Nama *Use Case*	Inisialisasi rekonstruksi
Deskripsi	Menghitung titik 3D awal
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Titik 3D awal belum ada
Kondisi Akhir	Titik 3D awal diperoleh
Include Case	estimasi kamera awal, hitung titik 3D
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
1. Pengguna memilih tombol "Inisialisasi rekonstruksi"	2. Memeriksa citra masukan
	3. Memerika parameter internal kamera
	4. Estimasi kamera awal Include::Estimasi kamera awal
	5. Menghitung titik 3D awal Include::Hitung titik 3D
Percabangan Aksi	
	2.1. Jumlah citra kurang dari 2 2.2. Sistem membatalkan rekonstruksi 3.1. Parameter internal kamera tidak ditemukan 3.2. Sistem membatalkan rekonstruksi

Tabel 3.19. *Use case* rekonstruksi citra tersisa

No. *Use Case*	UC-05
Nama *Use Case*	Rekonstruksi citra tersisa
Deskripsi	Menghitung titik 3D dari citra tersisa
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Titik 3D awal tersedia
Kondisi Akhir	Titik 3D keseluruhan diperoleh dari citra lain

Tabel 3.20. *Use case* rekonstruksi citra tersisa (Lanjutan)

Include Case	estimasi kamera *pnp*, hitung titik 3D
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
1. Pengguna memilih tombol "Rekonstruksi citra tersisa"	2. Memeriksa titik 3D awal
	3. Estimasi kamera *pnp* Include::Estimasi kamera *pnp*
	4. Menghitung titik 3D Include::Hitung titik 3D
Percabangan Aksi	
	2.1. Titik 3D awal tidak ditemukan 2.2. Sistem membatalkan rekonstruksi

Tabel 3.21. *Use case* estimasi kamera awal

No. *Use Case*	UC-06
Nama *Use Case*	Estimasi kamera awal
Deskripsi	Menghitung matriks proyeksi pasang citra pertama
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Matriks proyeksi belum diperoleh
Kondisi Akhir	Matriks proyeksi diperoleh
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
	1. Mendeteksi titik bersesuaian
	2. Menghitung matriks fundamental
	3. Menghilangkan *outliers*
	4. Perbaikan titik *sampson approximation*
	5. Menghitung matriks esensial
	6. Menghitung matriks proyeksi dari dekomposisi matriks esensial

Tabel 3.22. *Use case* estimasi kamera *pnp*

No. *Use Case*	UC-07
Nama *Use Case*	Estimasi kamera *pnp*
Deskripsi	Menghitung matriks proyeksi pasang citra lain
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Matriks proyeksi belum diperoleh
Kondisi Akhir	Matriks proyeksi diperoleh
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
	1. Mendeteksi titik bersesuaian
	2. Menghitung matriks fundamental
	3. Menghilangkan *outliers*
	4. Mencari hubungan titik 2D-3D dengan citra sebelumnya
	5. Perbaikan titik *sampson approximation*
	6. Menghitung matriks proyeksi dari hubungan citra sebelumnya

Tabel 3.23. *Use case* hitung titik 3D

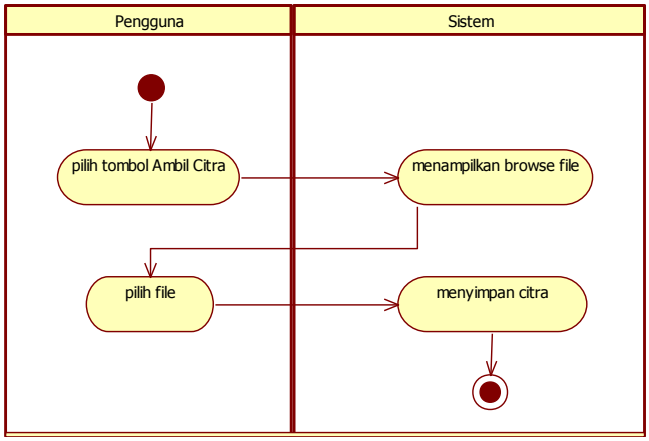
No. *Use Case*	UC-08
Nama *Use Case*	Hitung titik 3D
Deskripsi	Menghitung titik 3D dengan triangulasi
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Titik 3D belum diperoleh
Kondisi Akhir	Titik 3D diperoleh
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
	1. Menghitung titik 3D dengan triangulasi *DLT*

Tabel 3.24. *Use case* lihat titik bersesuaian

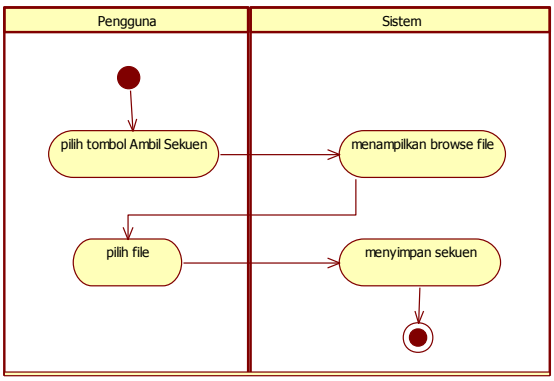
No. *Use Case*	UC-09
Nama *Use Case*	Lihat titik bersesuaian
Deskripsi	Melihat titik penting dan titik bersesuaian pada pasang citra.
Aktor	Pengguna
Kondisi Awal	Rekonstruksi sudah dilakukan.
Kondisi Akhir	Citra dengan titik bersesuaian ditampilkan.
Skenario Utama	
Aksi Aktor	**Reaksi Sistem**
1. Pilih tombol "Lihat titik bersesuaian"	2. Sistem menampilkan citra beserta titik bersesuaiannya.
Percabangan Aksi	
	2.1. Rekonstruksi belum dilakukan 2.2. Sistem membatalkan menampilkan citra titik bersesuaian

3.4.2.5 *Activity Diagram*

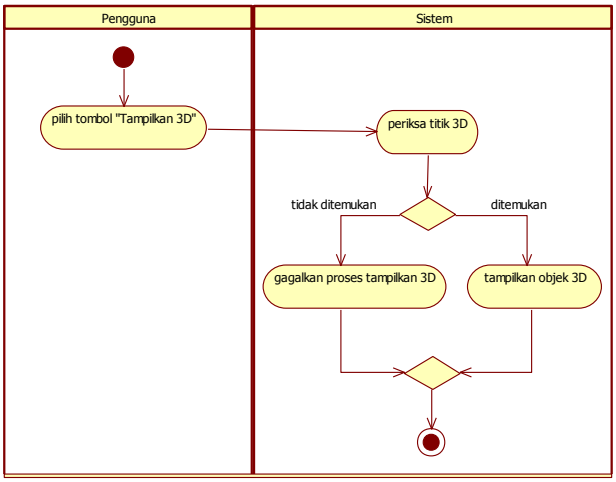
Activity diagram merupakan teknik untuk menggunakan logika prosedural, proses bisnis, dan jalur kerja. Dari skenario yang dibuat, adapun *activity diagram* rekonstruksi 3D dapat dilihat pada Gambar 3.45 sampai Gambar 3.53.



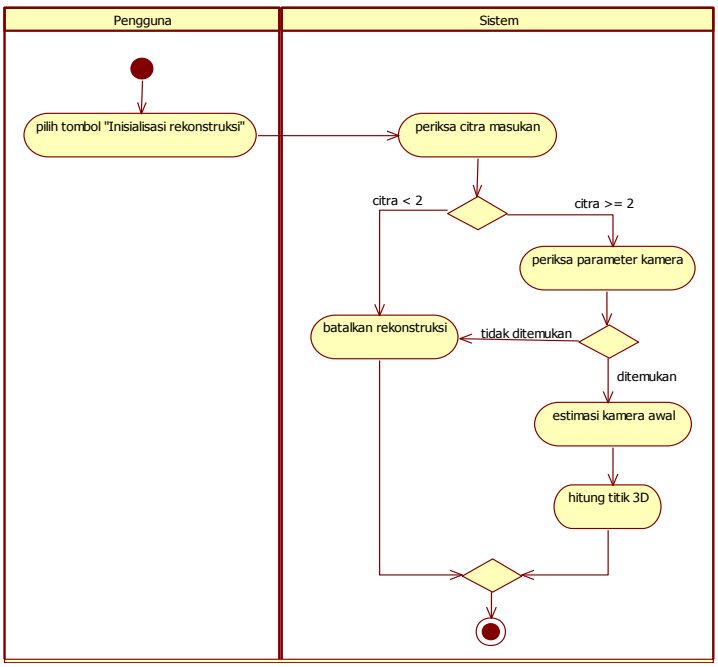
Gambar 3.45. *Activity diagram input* citra



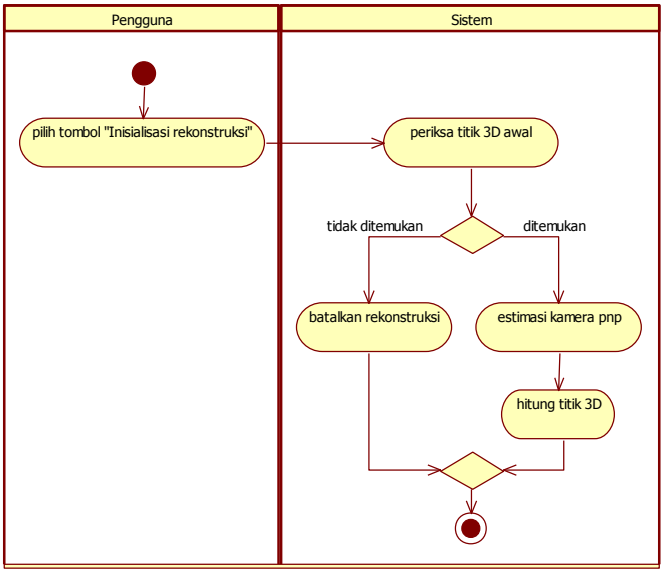
Gambar 3.46. *Activity diagram* ambil sekuen



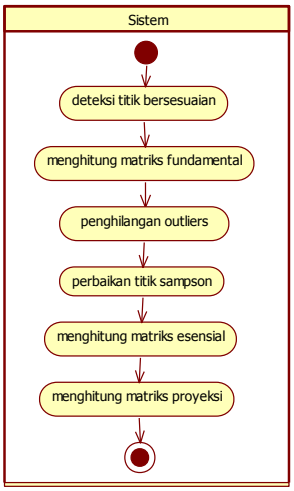
Gambar 3.47. *Activity diagram* tampilkan 3D



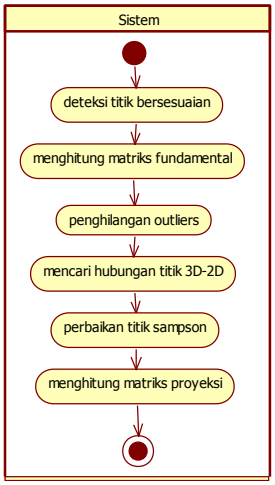
Gambar 3.48. *Activity diagram* inisialisasi rekonstruksi



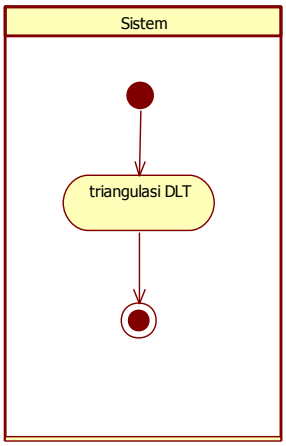
Gambar 3.49. *Activity diagram* rekonstruksi citra tersisa



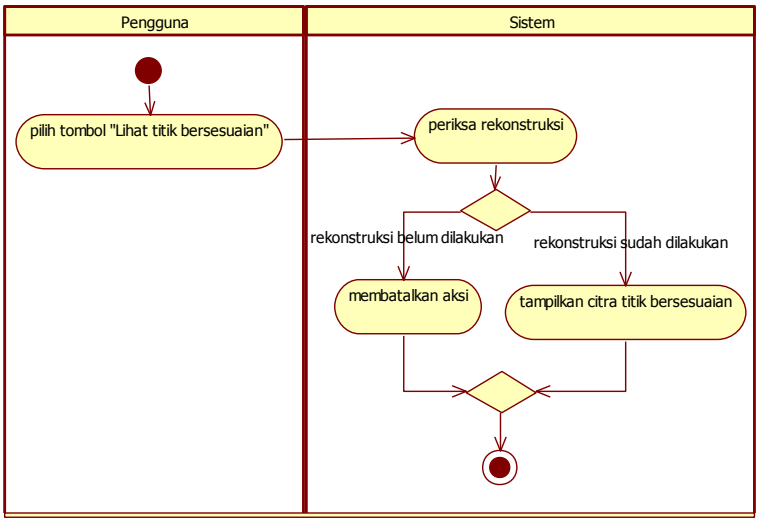
Gambar 3.50. *Activity diagram* estimasi kamera awal



Gambar 3.51. *Activity diagram* estimasi kamera *pnp*



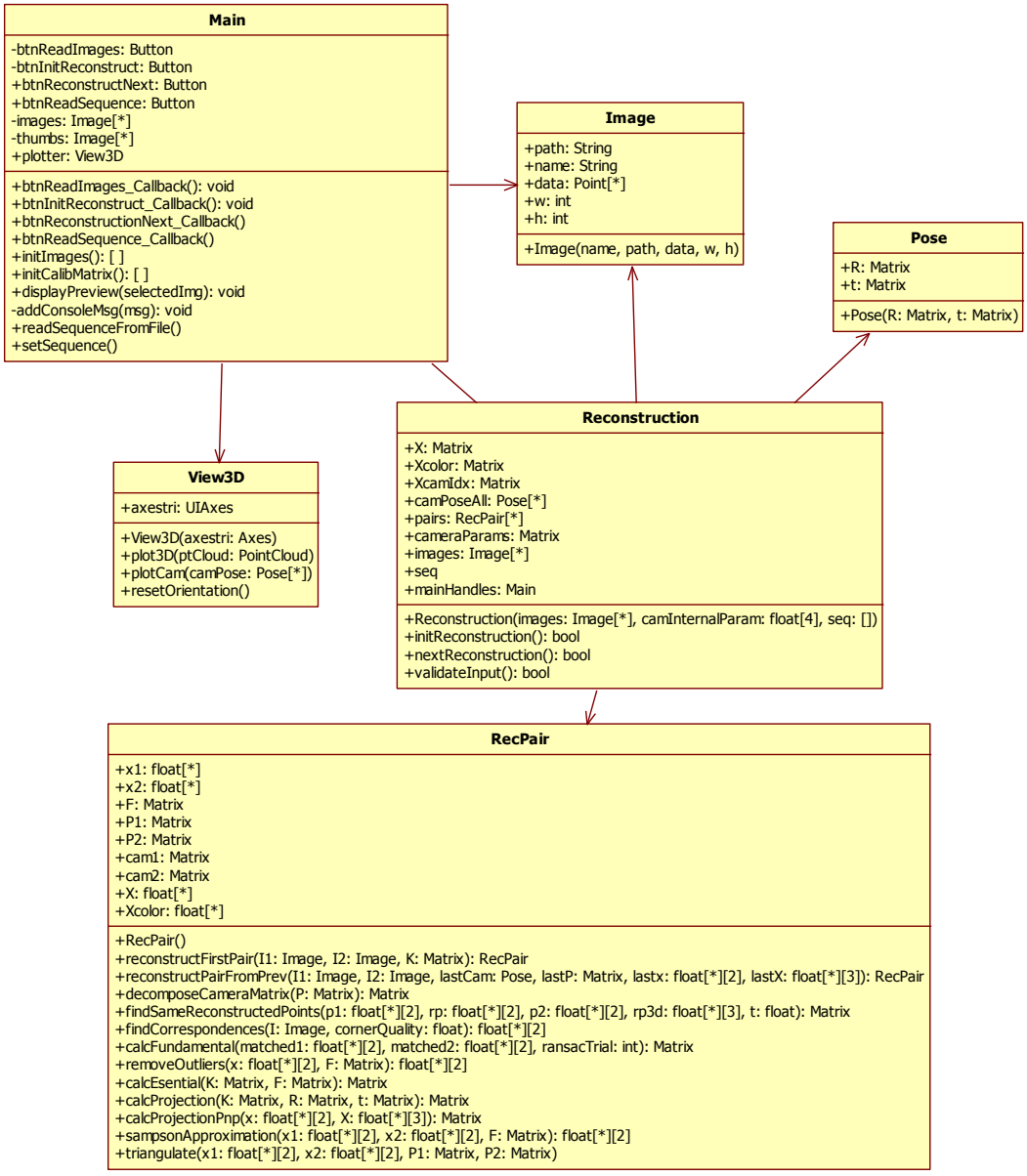
Gambar 3.52. *Activity diagram* hitung titik 3D



Gambar 3.53. *Activity diagram* lihat titik bersesuaian

3.4.2.6 *Class Diagram*

Class diagram mendeskripsikan jenis–jenis objek dalam sistem dan berbagai macam hubungan statis yang ada. Adapun *class diagram* sistem rekonstruksi 3D dapat dilihat pada Gambar 3.54.



Gambar 3.54. *Class diagram*

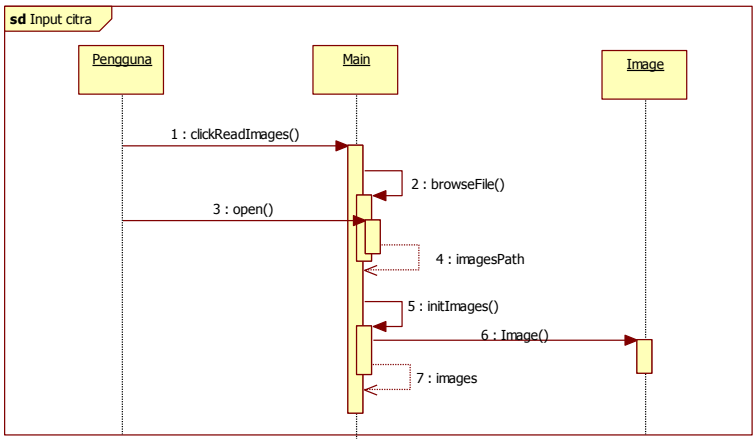
Tabel 3.25. Keterangan *class diagram*

Nama *Class*	**Fungsi**
Class Main	*Class* ini berfungsi untuk menampilkan menu utama yang berisi fungsionalitas memasukan *file* citra dan memulai proses rekonstruksi tiga dimensi.
Class Image	*Class* ini berfungsi untuk menyimpan informasi citra seperti nama, data piksel dan ukuran.
Class Reconstruction	*Class* ini berisi *method* yang berfungsi untuk melakukan rekonstruksi seluruh pasang citra.
Class RecPair	*Class* ini berisi *method* yang berfungsi untuk merekonstruksi titik tiga dimensi satu pasang citra. Didalamnya mencakup pendeteksian titik, perhitungan matriks fundamental, esensial, proyeksi kamera, perbaikan titik *sampson approximation* dan triangulasi *DLT*. Keluaran *method* tersebut adalah kumpulan titik tiga dimensi (*point cloud*).
Class Pose	*Class* ini menyimpan data rotasi dan translasi kamera.
Class View3D	*Class* ini berfungsi untuk menampilkan posisi kamera dan objek 3D pada ruang tiga dimensi.

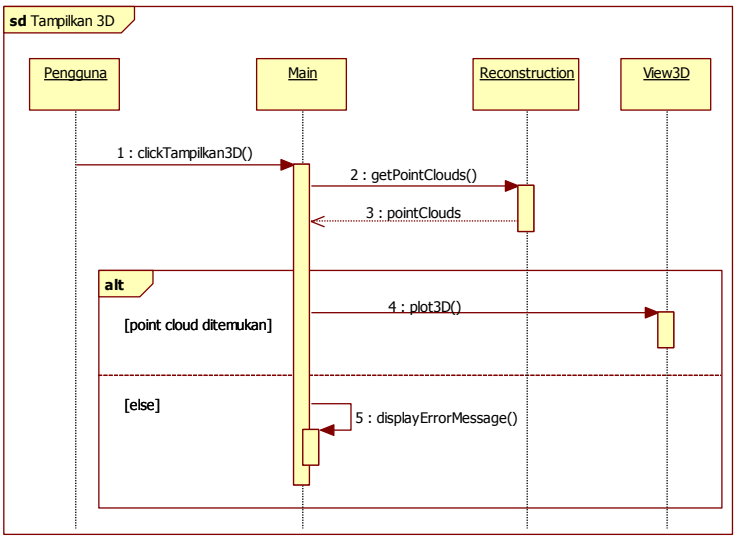
3.4.2.7 *Sequence Diagram*

Sequence diagram adalah suatu diagram yang memperlihatkan atau menampilkan interaksi-interaksi antar objek di dalam sistem yang disusun pada sebuah urutan atau rangkaian waktu.

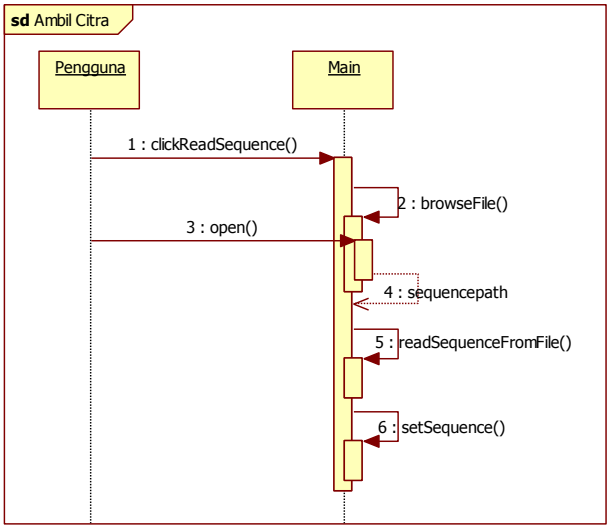
Adapun *sequence diagram* rekonstruksi 3D dapat dilihat pada Gambar 3.55 sampai Gambar 3.63.



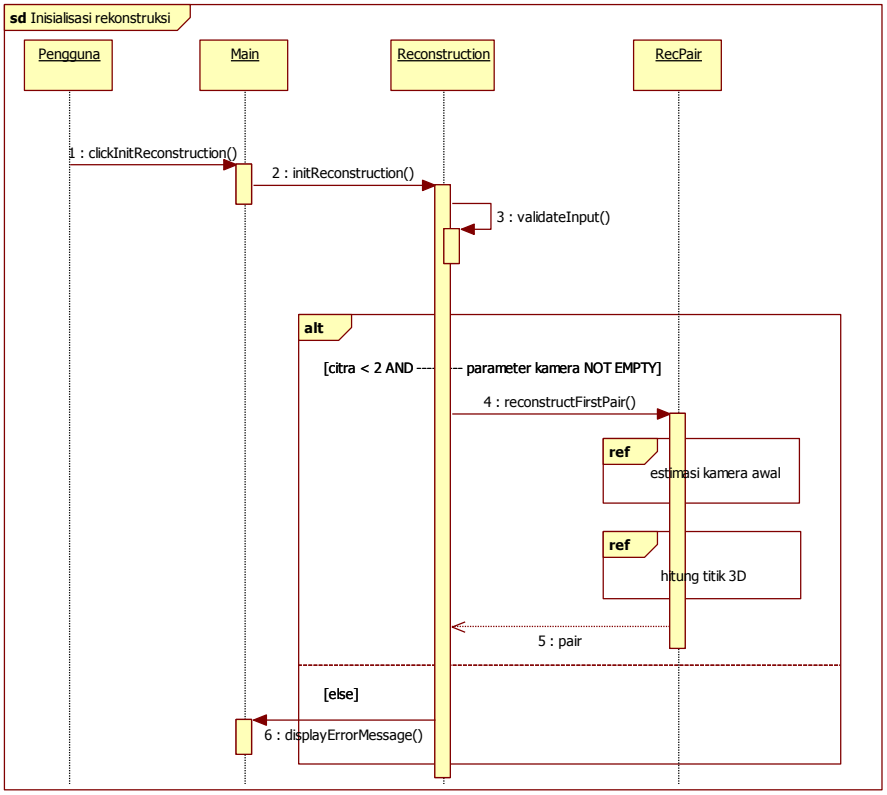
Gambar 3.55. *Sequence diagram input* citra



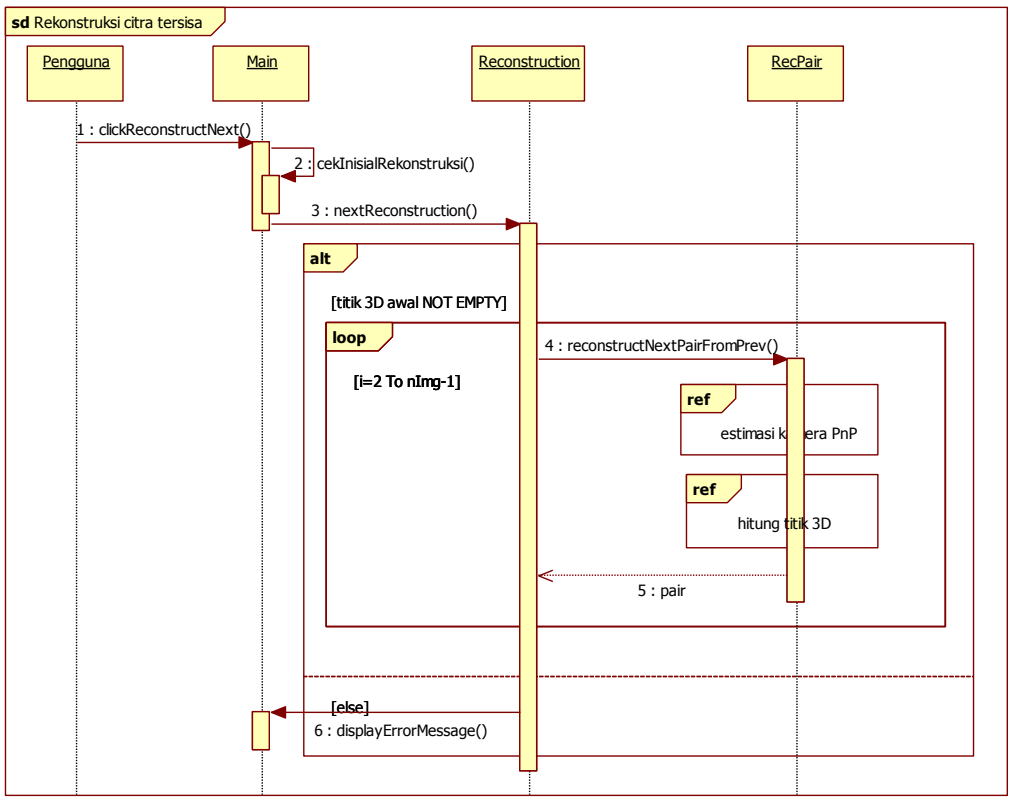
Gambar 3.56. *Sequence diagram tampilkan 3D*



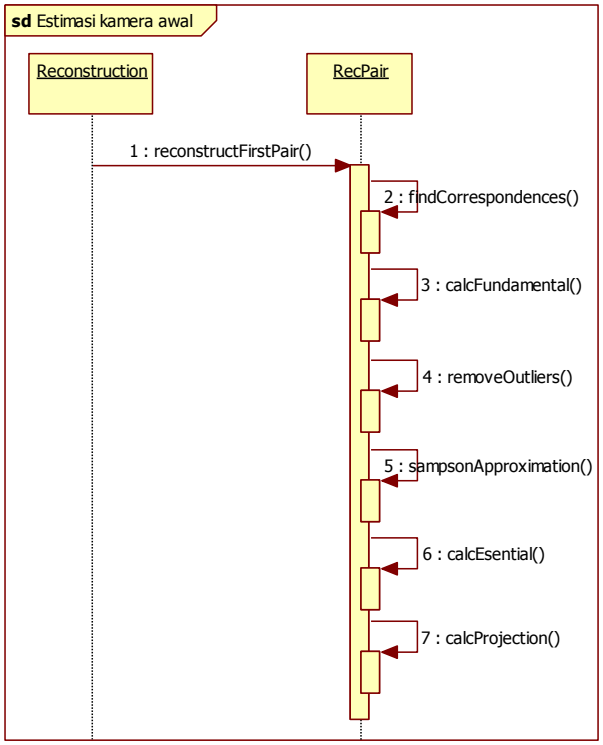
Gambar 3.57. *Sequence diagram* ambil sekuen



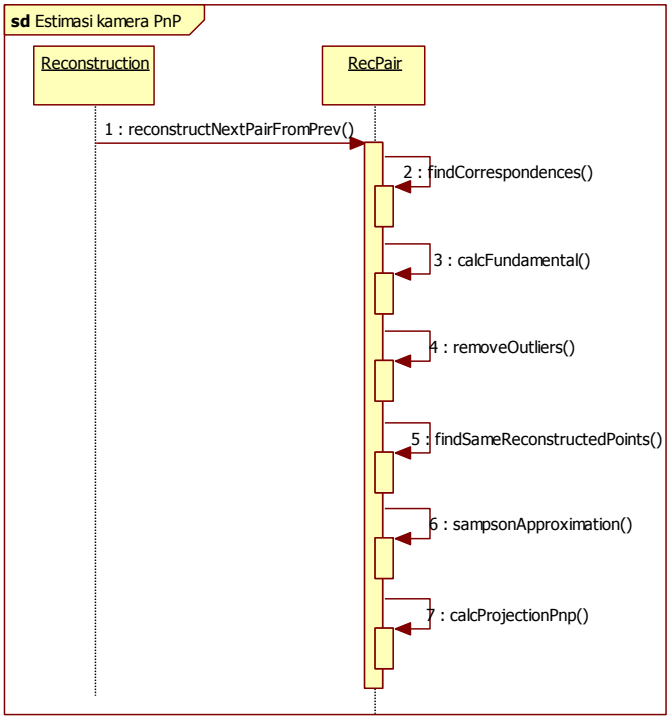
Gambar 3.58. *Sequence diagram* inisialisasi rekonstruksi



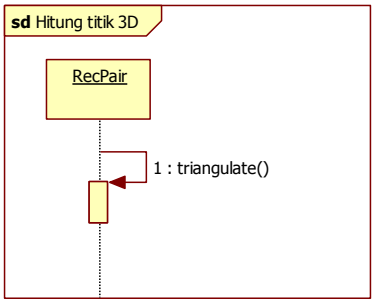
Gambar 3.59. *Sequence diagram* rekonstruksi citra tersisa



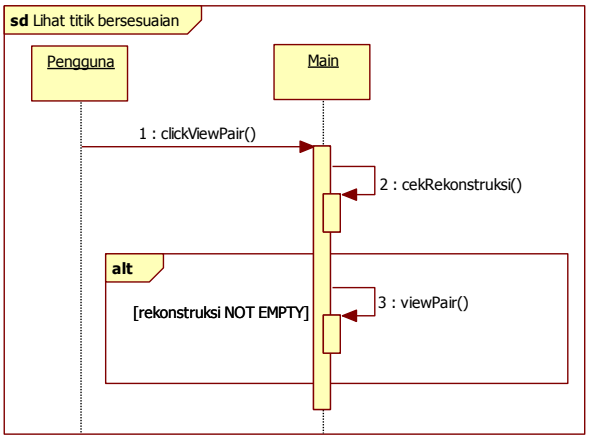
Gambar 3.60. *Sequence diagram* estimasi kamera awal



Gambar 3.61. *Sequence diagram* estimasi kamera *pnp*



Gambar 3.62. *Sequence diagram* hitung titik 3D



Gambar 3.63. *Sequence diagram* lihat titik bersesuaian

3.5 Perancangan Aplikasi

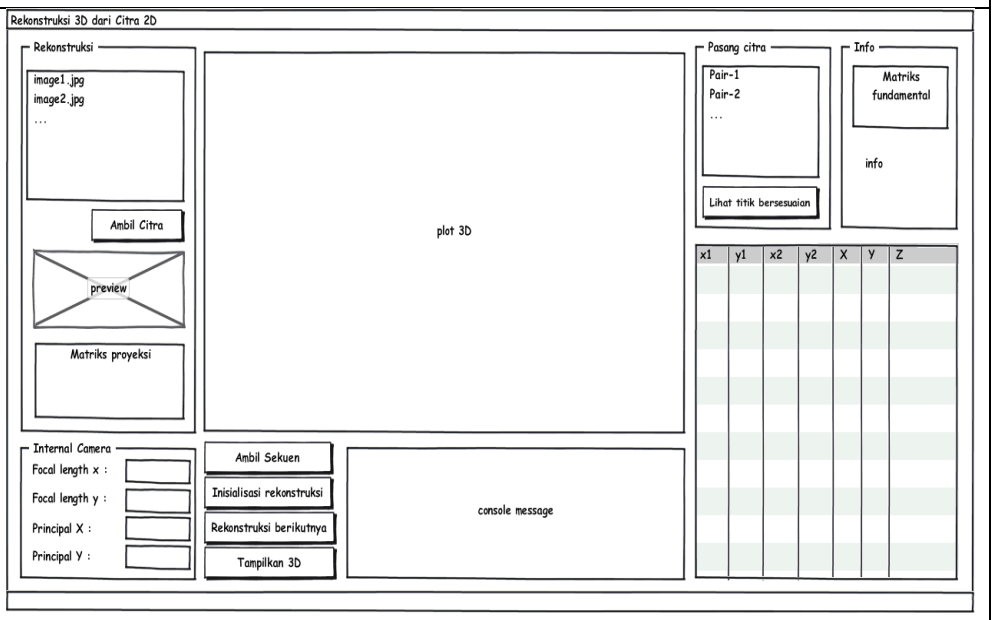
Perancangan aplikasi merupakan penggambaran dan perencanaan dari beberapa elemen sistem yang terpisah ke dalam suatu kesatuan model yang utuh. Tahapan ini meliputi perancangan antarmuka dan jaringan semantik.

3.5.1 Perancangan Antarmuka

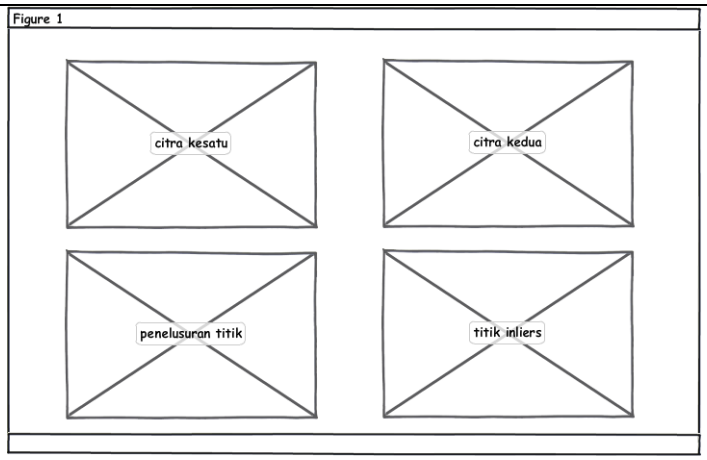
Perancangan antarmuka mendeskripsikan rencana tampilan dari setiap tampilan yang akan digunakan. Perancangan terdiri dari perancangan *form* dan pesan.

3.5.1.1 Perancangan *Form*

Tabel 3.26. Perancangan *Form* Halaman Utama

No.	**F01**
Nama	Halaman Utama
Antarmuka	
Keterangan	Klik tombol **Ambil Citra** untuk mengambil file citra dari memori sekunder. Klik tombol **Ambil Sekuen** untuk mengambil file sekuen dari memori sekunder. Klik tombol **Inisialisasi rekonstruksi** untuk memulai inisialisasi rekonstruksi 3D. Klik tombol **Rekonstruksi berikutnya** untuk memulai rekonstruksi 3D dari citra lain. Klik tombol **Tampilkan 3D** untuk menampilkan objek 3D. Klik tombol **Lihat titik bersesuaian** menampilkan F02, untuk melihat titik bersesuaian pada dua citra.
	Ukuran 1260x650, warna disesuaikan. Font *default*, warna *default*.

Tabel 3.27. Perancangan *Form* Lihat Titik Bersesuaian

No.	**F02**
Nama	Lihat Titik Bersesuaian
Antarmuka	
Keterangan	-
	Windows pop-up Ukuran *fullscreen*, warna disesuaikan. Font *default*, warna *default*.

3.5.1.2 Perancangan Pesan

Perancangan pesan mendeskripsikan informasi yang diberikan kepada pengguna selama tahap rekonstruksi. Adapun perancangan pesan dapat dilihat pada Tabel 3.28.

Tabel 3.28. Perancangan Pesan

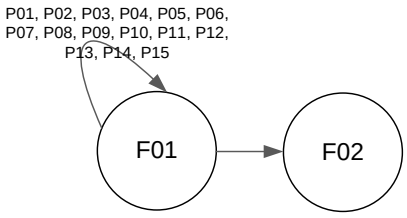
No.	Pesan	Keterangan
P01	Rekonstruksi gagal. Rekonstruksi memerlukan minimal 2 citra.	Perancangan pesan saat jumlah citra masukan kurang dari dua.
P02	Rekonstruksi gagal. Parameter internal kamera dibutuhkan.	Perancangan pesan saat parameter internal kamera tidak diisi.
P03	Inisialisasi rekonstruksi dibutuhkan	Perancangan pesan saat inisialisasi rekonstruksi dibutuhkan.
P04	Objek 3D tidak ditemukan	Perancangan pesan saat titik 3D tidak ditemukan.
P05	Memulai inisialisasi rekonstruksi	Perancangan pesan saat akan memulai inisialisasi rekonstruksi.

Tabel 3.29. Perancangan Pesan (Lanjutan)

No.	Pesan	Keterangan
P06	Memulai rekonstruksi berikutnya	Perancangan pesan saat akan memulai rekonstruksi berikutnya.
P07	Deteksi titik penting (*corner*)	Perancangan pesan saat akan mendeteksi titik penting (*corner*).
P08	Tracking titik bersesuaian	Perancangan pesan saat akan melakukan penelusuran titik (*KLT Tracking*).
P09	Menghitung matriks fundamental (*RANSAC*)	Perancangan pesan saat akan menghitung matriks fundamental.
P10	Mengestimasi pose kamera	Perancangan pesan saat akan mengestimasi pose kamera.
P11	Menghitung titik perbaikan (*sampson*)	Perancangan pesan saat akan menghitung perbaikan titik *sampson*.
P12	Melakukan triangulasi (*DLT*)	Perancangan pesan saat akan melakukan triangulasi *DLT*
P13	Rekonstruksi selesai	Perancangan pesan saat titik 3D selesai direkonstruksi
P14	Mengambil sekuen	Perancangan pesan saat akan membaca file sekuen
P15	Pengambilan sekuen berhasil	Perancangan pesan saat sekuen berhasil dibaca dan disimpan

3.5.2 Jaringan Semantik

Jaringan Semantik merupakan gambaran pengetahuan grafis yang menunjukkan hubungan antar berbagai objek. Jaringan semantik terdiri dari lingkaran-lingkaran yang menunjukkan objek dan informasi tentang objek-objek tertentu. Jaringan semantik pada sistem ini dapat dilihat pada Gambar 3.64.



Gambar 3.64. Jaringan semantik

{Halaman ini dikosongkan}