

## BAB II

### DASAR TEORI

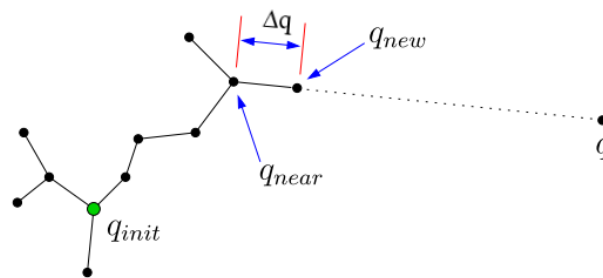
#### 2.1 Algoritma *Rapidly Exploring Random Tree*

*Rapidly Exploring Random Tree* (RRT) merupakan algoritma yang dikembangkan oleh Steven M. LaValle dan James pada tahun 1998 [10]. RRT sudah pernah dikembangkan pada program *path planning* algoritma *Ariadne's clew* [13] dan algoritma *expansive configuration spaces* [14].

Algoritma RRT adalah struktur data yang dirancang secara efisien untuk mencari ruang bebas tabrakan. RRT seperti cabang pada pohon, dimana algoritma ini menumbuhkan setiap cabang yang akan berakar pada konfigurasi awal dengan menggunakan sampel acak pada ruang pencarian. Jika koneksi antara cabang dengan sampel acak tersebut melewati ruang bebas dan bebas hambatan, maka cabang ini dapat ditambahkan ke cabang pohon baru. Cabang pohon algoritma RRT akan terus bertumbuh ke segala arah yang tidak terhalang oleh collision hingga menemukan titik tujuan. Jalur yang dilewati cabang pohon pertama merupakan jalur terpendek untuk mencapai titik tujuan tersebut.

Algoritma RRT dimulai dengan inisialisasi *node start* ( $q_{start}$ ) pada daerah ruang konfigurasi bebas ( $C_{free}$ ). Setiap iterasi terdapat *node random* ( $q_{rand}$ ) yang akan berpindah-pindah pada seluruh daerah konfigurasi  $C_{free}$ . Setiap perpindahan  $q_{rand}$  akan dilakukan pengecekan *collision* disekitar  $q_{rand}$ . Jika  $q_{rand}$  terdapat pada titik bebas *obstacle* maka akan dipilih *node* terdekat dari pohon pencarian yang

dinamakan  $q_{nearest}$ . Selanjutnya dibuat cabang baru dari  $q_{rand}$  menuju  $q_{nearest}$  sejauh *expand distance* ( $\Delta q$ ). Cabang baru yang telah dihubungkan tersebut dinamakan *new node* ( $q_{new}$ ). Lalu algoritma RRT akan terus berlanjut ke iterasi selanjutnya hingga menemukan titik *goal node*. Ilustrasi algoritma pohon pencarian RRT ditunjukkan pada **Gambar 2.1**.



**Gambar 2.1** Ilustrasi pohon pencarian RRT [7]

Pohon pencarian pada algoritma RRT lebih cenderung mengeksplorasi wilayah konfigurasi yang belum pernah dijelajahi. Waktu komputasi yang dibutuhkan pohon pencarian RRT juga lebih singkat dikarenakan algoritma RRT tidak mempertimbangkan jalur terpendek menuju ke *goal node*. Algoritma dasar RRT dalam pseudo code ditunjukkan pada **Gambar 2.2**.

---

**Algorithm 1** :  $T = (V, E) \leftarrow RRT(q_{init})$

---

```

10.  $T \leftarrow InitializeTree()$ 
11.  $T \leftarrow InsertNode(\emptyset, q_{init}, T)$ 
12. for  $k \leftarrow 1$  to  $N$  do
13.    $q_{rand} \leftarrow RandomSample(k)$ 
14.    $q_{nearest} \leftarrow NearestNeighbor(q_{rand}, Q_{near}, T)$ 
15.    $q_{new} \leftarrow Steer(q_{nearest}, q_{rand}, \Delta q)$ 
16.   if  $Obstaclefree(q_{new}, q_{nearest})$  then
17.      $T \leftarrow InsertNode(q_{min}, q_{new}, T)$ 
18. end

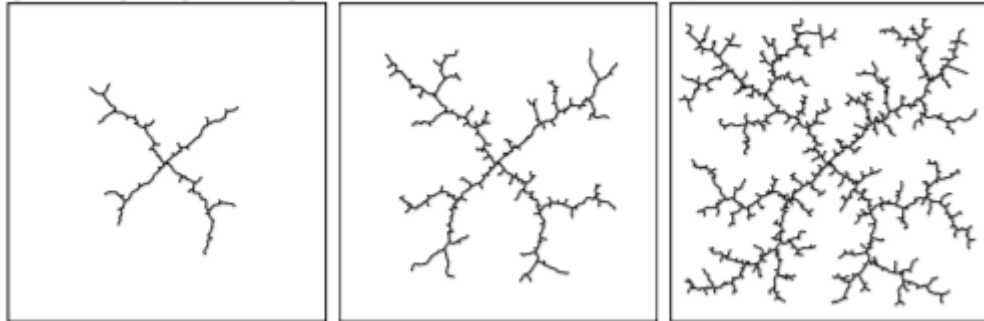
```

---

**Gambar 2.2** Algoritma dasar RRT [15]

Lavelle menjelaskan bahwa proses perkembangan cabang pohon algoritma RRT, cabang baru cenderung mengeksplorasi daerah yang belum terjelajahi [16].

Ilustrasi jalur pohon pencarian RRT setiap iterasi untuk mencapai *goal* ditunjukkan pada **Gambar 2.3**.



**Gambar 2.3** Ilustrasi jalur pohon pencarian RRT setiap iterasi [16]

## 2.2 Algoritma *Rapidly Exploring Random Tree\**

*Rapidly Exploring Random Tree Star* (RRT\*) ialah algoritma hasil pengembangan yang lebih optimal dari algoritma *Rapidly Exploring Random Tree* (RRT). RRT\* pertama kali diperkenalkan oleh Dr. Karaman dan Dr. Frazolli pada tahun 2010 yang bertujuan untuk mencapai jalur terpendek dan waktu komputasi mencapai *goal* tercepat [8]. Berbeda dengan algoritma RRT, algoritma RRT\* lebih mempertimbangkan semua *node* terdekat dari  $q_{new}$  dan selalu mengecek *cost* terkecil dari masing-masing  $q_{near}$  tersebut.

Algoritma RRT\* memiliki penambahan dua subprogram yang berbeda dengan algoritma RRT diantaranya subprogram *choose parent* dan subprogram *rewire*. Seperti yang dijelaskan sebelumnya algoritma RRT\* sangat mempertimbangkan semua *node* terdekat, proses pemilihan *node* yang lebih optimal ini berada pada program *choose parent*. Proses *choose parent* akan mencari *node-node* terdekat dari  $q_{new}$ , lalu *node* terdekat yang ini dinamakan *node*  $q_{near}$ . Jalur yang memiliki *cost* terkecil antara  $q_{near}$  dengan  $q_{new}$  memiliki kemungkinan untuk dijadikannya *node parent* dari  $q_{new}$ . Algoritma dasar RRT\* (algoritma 2) dapat

dilihat pada **Gambar 2.4**. Pseudo code *choose parent* (algoritma 3) ditunjukkan pada **Gambar 2.5**.

---

**Algorithm 2** :  $T = (V, E) \leftarrow RRT^*(q_{init})$

---

```

13.  $T \leftarrow InitializeTree()$ 
14.  $T \leftarrow InsertNode(\emptyset, q_{init}, T)$ 
15. for  $k \leftarrow 1$  to  $N$  do
16.    $q_{rand} \leftarrow RandomSample(k)$ 
17.    $q_{nearest} \leftarrow NearestNeighbor(q_{rand}, Q_{near}, T)$ 
18.    $q_{new} \leftarrow Steer(q_{nearest}, q_{rand}, \Delta q)$ 
19.   if  $Obstaclefree(q_{new}, q_{nearest})$  then
20.      $Q_{near} \leftarrow Near(T, z_{new})$ 
21.
22.    $q_{parent} \leftarrow ChooseParent(q_{new}, Q_{near}, q_{nearest})$ 
23.    $T \leftarrow InsertNode(q_{parent}, q_{new}, T)$ 
24.    $T \leftarrow Rewire(T, Q_{near}, q_{parent}, q_{new})$ 
25. end

```

---

**Gambar 2.4** Algoritma dasar RRT\* [15]

---

**Algorithm 3** :

---

```

 $q_{min} \leftarrow ChooseParent(q_{rand}, Q_{near}, q_{nearest}, \Delta q)$ 
14.  $q_{min} \leftarrow q_{nearest}$ 
15.  $c_{min} \leftarrow Cost(q_{nearest}) + c(q_{rand})$ 
16. for  $q_{near} \in Q_{near}$  do
17.    $q_{path} \leftarrow Steer(q_{near}, q_{rand}, \Delta q)$ 
18.   if  $ObstacleFree(q_{path})$  then
19.      $c_{new} \leftarrow Cost(q_{near}) + c(q_{rand})$ 
20.     if  $c_{min} < c_{new}$  then
21.        $c_{min} \leftarrow c_{new}$ 
22.        $q_{min} \leftarrow q_{new}$ 
23.     end
24.   end
25. end
26. return  $q_{min}$ 

```

---

**Gambar 2.5** Operasi *choose parent* pada algoritma RRT\* [10]

Jika pemilihan *parent* dilakukan, maka akan dicari *node-node* terdekat dengan  $q_{new}$  lalu dihubungkan antara *node* awal hingga  $q_{new}$  akan diperoleh jalur yang lebih dekat. Program perubahan *path planning* ini terjadi pada proses algoritma *rewire* (algoritma 4) yang dapat dilihat pada **Gambar 2.6**.

---

**Algorithm 4** :  $T \leftarrow \text{Rewire}(T, Q_{\text{near}}, q_{\text{min}}, q_{\text{rand}})$ 

---

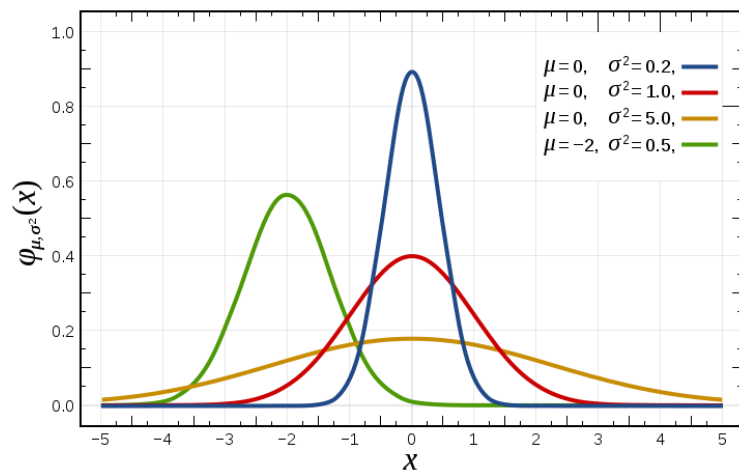
```
7. for  $q_{\text{near}} \in Q_{\text{near}}$  do
8.    $q_{\text{path}} \leftarrow \text{Steer}(q_{\text{near}}, q_{\text{rand}}, \Delta q)$ 
9.   if  $\text{ObstacleFree}(q_{\text{path}})$  and
       $\text{Cost}(q_{\text{rand}}) + c(q_{\text{path}}) < \text{Cost}(q_{\text{near}})$  then
10.     $T \leftarrow \text{ReConnect}(q_{\text{rand}}, q_{\text{near}}, T)$ 
11.  end
12. return  $T$ 
```

---

**Gambar 2.6** Operasi *rewire* pada algoritma RRT\* [10]

### 2.3 Gaussian Sampling

Distribusi *gaussian* atau bisa dikenal dengan distribusi normal merupakan fungsi probabilitas yang menunjukkan penyebaran suatu variable acak yang diindekskan berdasarkan nilai waktu dan ruang konfigurasi. Distribusi *gaussian* diambil dari nama penemunya yaitu Carl Friederich Gauss seorang matematikan asal Jerman yang mengembangkan teori distribusi pada periode 1794 – 1809 [11]. Kurva distribusi normal/distribusi *gaussian* dapat dilihat pada **Gambar 2.7**.



**Gambar 2.7** Kurva distribusi normal/*gauss* [17]

Distribusi normal memiliki dua parameter yang dijadikan acuan kurva yaitu *mean* (nilai rata-rata) dan standar deviasi (simpangan baku). Nilai rata-rata digunakan sebagai pusat distribusi pada kurva distribusi normal dan yang menentukan lokasi titik puncak kurva lonceng. Sedangkan standar deviasi

merupakan perhitungan variabilitas yang menentukan lebar sebuah kurva distribusi normal. Semakin kecil nilai standar deviasi maka kurva yang dihasilkan akan semakin runcing ke atas. Secara matematis fungsi nilai *gaussian sampling* dapat dilihat pada persamaan di bawah ini:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \quad (2.1)$$

Dengan sebagai  $f(x)$  merupakan fungsi kerapatan (*density function*) dari  $x$ . Nilai rata – rata didefinisikan dengan  $\mu$ , sedangkan  $\sigma$  adalah simpangan baku (*standart deviation*). Sebuah distribusi dapat disebut dengan distribusi normal apabila nilai  $\mu=0$  dan  $\sigma=1$ . Sehingga persamaan di atas akan berubah menjadi persamaan berikut ini:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad (2.2)$$

Berdasarkan Teori Limit Pusat (*Central Limit Theorem*) yang mengatakan bahwa jika sampel cukup besar maka distribusi nilai rata-rata akan mengikuti distribusi *gaussian*[18]. Algoritma dasar *gaussian sampling* pada dapat dilihat pada **Gambar 2.8**.

1. **loop**
2.      $c_1 \leftarrow$  a random configuration
3.      $d \leftarrow$  a distance chosen according to a normal distribution
4.      $c_2 \leftarrow$  a random conf. at distance  $d$  from  $c_1$
5.     **if**  $c_1 \in C_{\text{free}}$  **and**  $c_2 \notin C_{\text{free}}$  **then**
6.         add  $c_1$  to the graph
7.     **else if**  $c_2 \in C_{\text{free}}$  **and**  $c_1 \notin C_{\text{free}}$  **then**
8.         add  $c_2$  to the graph
9.     **else**
10.         discard both

**Gambar 2.8** Algoritma dasar *gaussian sampling* [8]

*Gaussian sampling* pertama kali dilakukan dengan *random* konfigurasi titik  $c_1$  pada seluruh ruang konfigurasi terlihat pada baris 2. Ketika *node*  $c_1$  telah berada pada ruang konfigurasi maka ditarik garis sejauh panjang nilai *gaussian* distribusi  $d$  terlihat pada baris 4. Dengan mengetahui nilai posisi titik  $c_1$  dan nilai  $d$  maka dapat digunakan persamaan pythagoras untuk mengetahui posisi titik  $c_2$ . Ketika letak posisi titik  $c_1$  dan  $c_2$  telah diketahui dengan jarak sejauh  $d$ , lalu dapat ditentukan nilai *random gaussian* diantara dua titik tersebut dengan metode transformasi *box muller*.

#### 2.4 *Box muller of Gaussian Distribution*

Metode transformasi *box muller* dikemukakan oleh George E. P dan Mervin E. Muller pada tahun 1958 [12]. Metode *box muller* ini menentukan nilai rata-rata sampel acak dari distribusi *gaussian* standar. Persamaan *box muller* secara umum terdapat dua parameter dapat dilihat pada persamaan berikut ini.

$$x_1 = \sqrt{-2\ln(R_1)\cos(2\pi R_2)} \quad (2.3)$$

dan

$$y_2 = \sqrt{-2\ln(R_1)\sin(2\pi R_2)} \quad (2.4)$$

Dengan  $R_1$  dan  $R_2$  adalah dua bilangan acak seragam dari interval  $(0,1)$  dan  $X$  adalah hasil sampel yang diinginkan dari distribusi *gaussian* standar. Algoritma dasar *box muller gaussian sampling* dapat dilihat pada **Gambar 2.9** berikut ini.

---

**Algorithm 1.** Box-Muller

---

1:  $a \leftarrow \sqrt{-2\ln U_1}$ ,  $b \leftarrow 2\pi U_2$

2: **return**  $(a \sin b, a \cos b)$  {Return pair of independent numbers}

---

**Gambar 2.9** Algoritma dasar *box muller* [19]